

APLICANDO EL APRENDIZAJE ENTRE PARES Y LA ENSEÑANZA JUSTO A TIEMPO EN UN CURSO DE ÁLGEBRA LINEAL

María Magdalena Pagano
mapagano@ucu.edu.uy
Universidad Católica del Uruguay

Tema: I.7 - Los procesos de Comunicación en el aula de Matemática y su impacto sobre Modalidad: CB,
Nivel educativo: Universitario
el Aprendizaje del Alumnado.
Palabras clave: Peer instruction, just-in-time-teaching, modalidades de enseñanza alternativas.

Resumen

El siguiente artículo describe una experiencia de cátedra, realizada en un curso de Álgebra Lineal y Ecuaciones Diferenciales, en el que se puso en práctica una nueva metodología de enseñanza basada en los trabajos desarrollados por Eric Mazur y George Novak relativos al aprendizaje entre pares (Peer Instruction) y la instrucción justo a tiempo (Just in Time Teaching Learning).

La idea principal de ambas metodologías es combinar el aprendizaje entre pares con lecturas previas al desarrollo del tema en clase. De esta manera el rol del docente pasa del de ser un proveedor de conocimientos al de ser un consultor experto que interviene para la mejor comprensión de los temas asignados en las lecturas previas.

En el artículo se presenta la motivación para la realización de la experiencia, el marco teórico y experiencias previas que la sustentan, el desarrollo mismo de la propuesta y los resultados obtenidos hasta el momento. Se incluyen además en los anexos los cuestionarios, las guías de lectura y algunos comentarios de los estudiantes.

En las conclusiones finales se recogen las fortalezas y debilidades de la propuesta, tanto desde el punto de vista del docente como desde el punto de vista de los estudiantes.

Introducción

El curso en que fue realizada la experiencia corresponde al plan de estudios de la Licenciatura en Economía de la Universidad Católica del Uruguay. Siendo la docente a cargo del curso durante los últimos diez años he notado el avance en el grado de dificultad que los estudiantes experimentan con los temas del curso. La primera parte del mismo corresponde a un curso de Álgebra Lineal, en el cual las mayores dificultades aparecen asociadas al escaso grado de abstracción con el cual los estudiantes llegan a la asignatura. La segunda parte del curso corresponde a una breve introducción a las ecuaciones diferenciales y en diferencias. En este caso es posible que luego de sorteadas las dificultades iniciales los estudiantes logren aplicar ciertos algoritmos o procedimientos para resolver ecuaciones diferenciales lineales de 1er orden y superior, identificar mecánicamente algunas soluciones de equilibrio y analizar la estabilidad de

las mismas. Sin embargo, cuando las evaluaciones involucran algún aspecto más conceptual como la comprensión de lo que representa que una función sea solución de una ecuación diferencial o el análisis de ciertas características cualitativas de las soluciones sin la obtención de la solución general, la situación se complica.

Por esta razón en los últimos dos años se le ha dado un cambio radical a la metodología de enseñanza y se ha optado por un mayor protagonismo de los estudiantes a partir de las lecturas guiadas, la resolución de test conceptuales y presentación por partes de ellos mismos de aplicaciones económicas de los temas trabajados.

Marco Teórico y experiencias previas

Tal como se hacía referencia en el párrafo anterior, el desarrollo del curso durante los últimos años ha evidenciado un alto grado de dificultad por parte de los estudiantes en la comprensión de los temas desarrollados. Esta situación implica un doble esfuerzo docente en el desarrollo de los temas, pues luego de presentados los mismos en una clase, deben ser retomados en la siguiente para analizar el grado de comprensión que se ha logrado por parte de los estudiantes y reafirmar o ratificar los puntos débiles.

Es por este motivo que se pensó en la posibilidad de incursionar en las metodologías antes citadas: Just in Time Teaching (JITT) y Peer Instruction (PI). De acuerdo con Mazur y Watkins (2009), dichas metodologías se complementan reforzando los beneficios de cada una de ellas. PI es una técnica interactiva que promueve la discusión en pequeños grupos de estudiantes de los temas en desarrollo, favoreciendo de este modo el aprendizaje entre pares y la discusión de los temas entre sujetos que están en un mismo estadio de aprendizaje. Si bien estas discusiones deben ser supervisadas por el o los docentes a cargo del curso, permiten a los estudiantes compartir sus dificultades y experiencias personales en el aprendizaje del tema.

Obviamente para que este método sea realmente efectivo los estudiantes deben concurrir a clase con una lectura previa del tema y es allí donde entra en acción la metodología JITT, (Novak, G; Pattern, E; Garvin, A; Chistian, W. (1999). Quizás en este último punto se ha combinado la estrategia JITT con la metodología PI de Mazur con algunas variantes a la propuesta original, ya que en la mayoría de los casos la retroalimentación fue a través de la corrección de cuestionarios en la web y no por medio de pruebas conceptuales durante el transcurso de la clase de acuerdo a la propuesta de Mazur (1997).

En el año 2012 se llevó a cabo por primera vez la experiencia y entre las estrategias utilizadas se implementó la enseñanza entre pares proponiendo la exposición por parte de los estudiantes, en pequeños grupos, de los temas estudiados de antemano a través de las guías de lectura propuestas. Se pensaba de esta manera fomentar la discusión de los temas en pequeños grupos, a cada grupo se le asignaba un tema diferente, y luego el grupo exponía en clase el tema preparado.

Esta instancia resultó fructífera al interior de cada grupo, pero no para el resto de los compañeros, ya que quienes no habían trabajado el tema previamente no lograban comprender la exposición de los compañeros y lo dieron a conocer al hacer la evaluación del curso al final del año 2012.

De esta manera se repetía en parte la situación planteada con anterioridad, pues los estudiantes que no habían preparado el tema a exponer terminaban sin una mínima comprensión del mismo y la situación culminaba en que quienes no preparaban un tópico, no tenían ni siquiera una noción primaria del tópico en cuestión.

Esta dinámica fue escogida por una cuestión de economía en los tiempos de desarrollo de la materia; al ser una materia bastante densa en contenidos, las exposiciones de todos los tópicos por parte de los estudiantes o la realización de test conceptuales y su posterior discusión en clase se estimó insumirían un tiempo que no permitiría el desarrollo completo del programa de la asignatura.

Si bien los resultados del año previo fueron alentadores pues un 75% de los estudiantes aprobó el curso, de los cuales un 16% exoneró, se entendió que existían aspectos para mejorar en el curso, algunos factibles y otros no tanto.

Por ejemplo, atendiendo a las opiniones de los estudiantes se resolvió cambiar las presentaciones en clase de los estudiantes por una mayor entrega de cuestionarios de lectura, dejando el cierre de los temas a cargo del docente.

Con respecto a los aspectos en los que no es posible implementar cambios, al menos desde las potestades docentes, se encuentra el hecho que muchos de los estudiantes llegan al curso con previaturas, de no lograr aprobarlas inmediatamente de finalizado el cursado de la asignatura dificultan la aprobación del examen final.

Hasta el momento quienes han dado el examen de la asignatura en su mayoría lo han aprobado, pero resta aún por presentarse al examen más del 30% de los estudiantes y probablemente este hecho atente contra sus posibilidades de aprobación, dado que la dinámica del curso fomenta mayormente la aprobación del mismo a través del trabajo diario y la evaluación permanente, variada y cercana al dictado de los cursos. El examen

al que deben enfrentarse en los próximos períodos atenderá solo a la modalidad escrita, evaluando solo en parte competencias conceptuales y procedimentales, pero desconociendo una parte importante del peso que en la aprobación del curso tuvieron las entregas y trabajo en equipo de los estudiantes, que en cierta manera también evalúan competencias de corte actitudinal.

Desarrollo de la experiencia en el presente año 2013

Atendiendo entonces a estos resultados previos, en el presente año lectivo se optó por organizar lecturas semanales de todos los temas de álgebra lineal y la resolución de ejercicios y pequeñas demostraciones de algunos resultados teóricos de los contenidos de ecuaciones diferenciales, por parte de todos los alumnos.

La implementación de dichas lecturas previas se realizó mediante preguntas y ejercicios estructurados provistos a través de la web asignatura de la materia. Esta modalidad permitió la retroalimentación asincrónica y mutua de los estudiantes con el docente, facilitando el diseño de la siguiente clase. Podríamos decir que esta parte del curso atendió más a la metodología JITT.

Las clases del curso se desarrollaron lunes y miércoles de cada semana, las tareas se habilitaban a partir de jueves en la tarde y los estudiantes tenían la posibilidad de realizar las mismas y subirlas a la web de asignatura hasta el mismo lunes un par de horas antes del comienzo de la clase.

De esta manera el docente tenía tiempo de realizar un somero análisis de las dificultades de los estudiantes con el tema y preparar el enfoque de la clase. En la misma solo se retomaban los temas en los que se habían detectado mayores dificultades y se proponían algunos ejercicios o cuestionarios para reforzar la comprensión de otros.

La modalidad de lecturas previas se seleccionó para los contenidos de Álgebra Lineal, pues para estos temas es más factible conseguir bibliografía adecuada al curso, ya sea en la biblioteca de la universidad o en la misma red. Para los contenidos relativos a la segunda parte del curso, esto es ecuaciones diferenciales y en diferencias, se entendió que no se encontraban disponibles textos que permitieran abarcar los temas del curso con una generalidad suficiente para facilitar la comprensión de los estudiantes y por dicha razón las clases fueron de corte magistral y los estudiantes debieron presentar la resolución de algunos ejercicios o la demostración de algunos lemas o pequeños teoremas.

Este tipo de trabajos era realizado en equipo y los estudiantes debían explicar en clase

los resultados obtenidos. Se entiende que estas instancias responden mayormente al modelo PI, ya que al interior del equipo los estudiantes debieron retroalimentarse.

Por último se menciona en este párrafo el sistema de evaluación utilizado para el curso en cuestión. La nota total del curso tuvo dos componentes básicas, cada una de ellas aportó el 50% de la totalidad de los puntos del curso, la primera componente estuvo constituida por los 4 parciales de la asignatura, la segunda por la entrega de los informes de lectura y la realización de ejercicios o tareas extra, que a su vez pesaron un 30% y un 20% respectivamente en la nota final del curso.

En los anexos se presentan a modo de ejemplo algunos de los cuestionarios y tareas propuestos a los estudiantes.

En el siguiente párrafo se comentan los resultados obtenidos y algunas fortalezas y debilidades que se estima tiene la metodología en cuestión. Se presentan a modo de cierre algunos comentarios realizados por los estudiantes en el foro de evaluación del curso.

Resultados obtenidos y conclusiones finales

En el presente ciclo lectivo que recién culmina, los resultados del curso fueron más que alentadores. Del total de los estudiantes del curso, un 20% abandonó el curso antes de transcurrida la tercera parte del mismo, en general porque no estuvieron dispuestos o no tenían las posibilidades para realizar un seguimiento diario del curso, ya sea por cuestiones laborales o por cuestiones personales.

De quienes finalizaron el curso el 100% logró la aprobación, un 17% exoneró, a otro 17% se le solicitó una evaluación complementaria el día del examen y el resto debe rendir el examen en los períodos correspondientes.

Algunos resultados obtenidos parecen razonables y es importante resaltarlos: los porcentajes de exoneración del curso son similares a los obtenidos con las metodologías de enseñanza tradicionales y esto se entiende que es un punto a favor de la metodología aplicada, los estudiantes que exoneran son estudiantes muy capaces y en general logran buenos resultados cualquiera sea la metodología que se les aplique. En lo personal entiendo que lograr una cabal comprensión del curso con esta metodología no es más fácil que con otras, por lo tanto es razonable que solo algunos estudiantes puedan lograrlo.

En segundo lugar, si bien el curso favoreció en cierta forma a los estudiantes medios que asumieron el compromiso de seguir el curso, un análisis de los puntajes obtenidos

por los mismos permite observar que los parciales de la asignatura aportaron en todos los casos más de un 70% de la nota final del curso.

Se estima que este es un aspecto importante al evaluar el impacto de la metodología utilizada, pues puede correrse el riesgo de asignar el éxito de la misma a una mayor laxitud en el sistema de evaluación.

Se han expuesto lo que se considera son las fortalezas de la experiencia, se mencionan ahora algunas debilidades. La aplicación de la metodología utilizada implica un fuerte compromiso del docente y del estudiante.

En lo que se refiere al estudiante parece totalmente razonable que así sea para quien ha asumido la responsabilidad de realizar estudios universitarios, pero es honesto reconocer que esta metodología tendría su máximo rendimiento si los estudiantes del curso estuvieran en condiciones de poder presentarse al examen inmediatamente después del cursado de la asignatura.

Se carece de evidencia suficiente para avalar la afirmación anterior, ya que recién se ha aplicado esta metodología en los dos últimos años, pero es de esperar que el efecto positivo de la misma se vaya diluyendo si el estudiante no se presenta a rendir el examen en los dos primeros períodos posteriores al cursado de la asignatura, pues obviamente la comprensión lograda durante el curso se irá diluyendo en el tiempo.

Otro aspecto a destacar es el alto grado de dedicación docente que la experiencia implica, en cursos muy numerosos y con un único docente a cargo de la asignatura, aun cuando el mismo tenga alta dedicación al curso, es prácticamente imposible leer los informes de lectura en el día previo a la clase. Obviamente este aspecto es subsanable asignando dos docentes por curso, pero es honesto puntualizar que la experiencia pudo realizarse pues es un curso al cual asisten habitualmente no más de 25 alumnos y el docente responsable tiene una alta dedicación docente.

Para finalizar se adjuntan algunos comentarios de los estudiantes:

Comentario de TP:

En primer lugar, destaco el nuevo método de evaluación, con las entregas de los Lunes. Aun cuando se vuelve imperioso el tener disponibilidad de tiempo para encarar la materia (lo cual puede presentar sus dificultades en la gente que está cursando Segundo en toda su extensión de materias, cosa que te había comentado) está bueno trabajar sobre los temas teóricos previo a la clase para saber en qué pueden surgir dudas (y estuvieron buenos los links que teníamos disponibles). Desde la óptica de la nota, creo que a la vista está, a nosotros nos ayuda también el saber que por trabajar,

somos remunerados, y eso nos va incentivando también a cumplir con la tarea (no sé cómo fue el promedio, pero no creo que mucha gente haya omitido entregar las tareas). El comentario sobre esto es lo que una vez se habló en clase: a veces, los temas de matemática son tan abstractos, y nos cuesta tanto bajarlos a tierra, que necesitamos que nos den una previa mínima antes de encarar a leer un documento, para entender a qué se refieren ciertos términos, por ejemplo.

En segundo lugar, la lógica de las presentaciones teóricas en clase, a mí en particular no me resultó muy productiva. Me pareció más interesante (y le saqué mucho más provecho) a las veces que presentábamos ejercicios de los prácticos (u otros ejercicios).

Por último, el cambio de orden en los temas, me parece que no alteró el producto final, por lo que no me sugiere muchos comentarios.

Una experiencia personal, que puede servir para próximos cursos: el susto del primer parcial, en mi caso, fue como una forma de ordenar mejor la forma de estudiar. Como la preparación para el primer parcial no me fue fructífera, traté de empezar los prácticos con más tiempo, para tenerlos completos el día del parcial. Pero para eso, necesité tener clases de consulta contigo en horarios extracurriculares, porque en clase no dan los tiempos para ver las dudas de todos, sino las más generales. Quizás estaría bueno, poder disponer de una instancia de clase de consulta pero como una cosa formal y no extracurricular, de forma de poder llevar los prácticos en fecha.

En general me gustó el curso más que la otra vez, quizás porque también hubo más dinamismo.

Comentario de TD:

Coincido en la mayoría de los tópicos que hizo referencia T.

En primer término el método de evaluación me parece que es mucho mejor que en años anteriores, en cuanto a que considero que el alumno aprende más al tener que llevar al día a la materia, ya sea por las entregas, exposiciones orales y parciales, haciendo mucho más dinámica a la asignatura.

Asimismo entiendo que las entregas son una forma de evaluación muy útil para el alumno, pues es muy positivo enfrentarse a los prácticos teniendo una sólida base de teórico con respecto a cada temática, a efectos de poder comprender mejor los procedimientos que se deben utilizar para su resolución. A su vez, es una manera de incentivar al estudiante porque incide en la calificación final.

Además, encuentro positivo que haya varios parciales durante el curso, ya que de esta

forma se llega a comprender con mayor profundidad cada temática.

En cuanto a las presentaciones efectuadas por los compañeros, creo que fue lo que me resultó menos útil debido a que es difícil para alguien que no posee destrezas de enseñanza hacerse entender por los demás.

De todas formas, lo que sí considero que fue productivo fueron los ejercicios que realizamos en el pizarrón, ya que a través de los mismos se sigue al día con los prácticos y se comprueba que lo que cada uno vaya haciendo se encuentre bien resuelto.

En cuanto al orden en el que se dictó el curso, el mismo fue el adecuado pues a mi entender es mejor comenzar por ecuaciones diferenciales y en diferencias.

Por lo anteriormente expresado, sin lugar a dudas el método del curso me resultó mejor principalmente por su gran dinamismo, haciéndolo mucho más participativo y en definitiva más accesible.

Comentario de AG:

Para mí en general el curso fue bueno lo que no me parece bien son las tareas que se hagan sin siquiera ver un poco de que se trata ya que nosotros hacemos el trabajo muchas veces sin entender nada del tema y me parece que no tienen que ser calificadas ya que estamos haciendo algo que no tenemos ni idea de que se trata y me parece que calificarlas no está bien ya que es muy probable tener errores en las mismas y esto puede bajar la nota, me parece que se tendría que valorar más el esfuerzo que se hace por hacerla y entregarla.

Referencias bibliográficas

- Mazur, E. (1997). *Peer Instruction: A User's Manual*. New York. Prentice Hall
- Mazur, E; Watkins, E. (2009) *Just-in-Time Teaching and Peer Instruction* http://isites.harvard.edu/fs/docs/icb.topic666323.files/022Peer_Just_in_time_03_Simkins09_C03.pdf consultado 27/03/2013
- Novak, G; Pattern, E; Garvin, A; Chistian, W. (1999). *Just-in-Time-Teaching: Blending Active Learning with Web Technology*. Series in Educational Innovation. Prentice Hall. New York
- National Science Foundation under Grant (2006) *Just-in-Time-Teaching* <http://jittdl.physics.iupui.edu/jitt/#> consultado 27/03/2013

Anexos

1er informe de lectura

1) Resume en tres renglones las características más importantes de la estructura de espacio vectorial.
2) Realiza los cálculos correspondientes para comprobar que el ejemplo 3 del práctico 7 propuesto en la web es un espacio vectorial.
3) Elige ahora tú un conjunto y define en él una suma de forma tal que el neutro no sea el cero o equivalente (matriz nula, vector nulo, etc.).
4) Menciona al menos tres aspectos que no te hayan quedado totalmente claros del tema estudiado.

2do informe de lectura

1) ¿Qué es un subespacio vectorial? Se pide definición y propiedades que permiten determinar si un subconjunto de un espacio vectorial es subespacio o no?
2) Considera el conjunto H de las matrices cuadradas 2x2 tales que el $a_{11} = 0$ y el conjunto U de las matrices cuadradas 2x2 diagonales, explica por qué ambos conjuntos con las operaciones habituales son subespacios vectoriales del espacio de las matrices 2x2
3) La intersección de subespacios es siempre un subespacio?. Explique.
4) La unión de subespacios es siempre un subespacio? Explique.
5) A qué se llama subespacio suma de dos subespacios.
6) Trata de identificar cual sería el subespacio intersección de los dos subespacios del punto 2
7) Trata de identificar cual sería el subespacio suma de los dos subespacios del punto 2
8) Resuelve el ejercicio 2b de la parte B del práctico 1, basta con que expliques con lenguaje coloquial si te parece que es o no espacio vectorial y cómo te das cuenta.

3er informe de lectura

1) Explique que es un conjunto linealmente independiente y que es un conjunto linealmente dependiente.
2) Enuncie las propiedades de los conjuntos linealmente independientes.
3) Explique qué es un conjunto de generadores de un espacio vectorial y a qué se llama subespacio generado por un conjunto de vectores.
4) Explique que es una base de un espacio vectorial.
5) Enuncie algunas propiedades de una base de un espacio vectorial
6) Estudie si los siguientes conjuntos de vectores de \mathbb{R}^3 son linealmente independientes: a) $\{(0, 1, 0), (1, 1, -1), (-1, 0, 1)\}$ b) $\{(2, 0, 0), (0, 2, 0), (0, 0, 0)\}$ c) $\{(0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 1, 1)\}$ 7) ¿Alguno de ellos es base de \mathbb{R}^3 ?, explique. Si alguno de ellos no lo fuera, ¿se le ocurre que pudiera hacer para convertirlo en base?
8) Estudie si los siguientes conjuntos de polinomios de $P_2(\mathbb{R})$ (donde $P_2(\mathbb{R})$ es el conjunto de todos los polinomios de grado menor o igual a 2, incluido el polinomio nulo) son linealmente independientes: a) $\{1, 1 + x, 1 + x + x^2\}$ b) $\{x, x^2, x + x^2\}$ 9) Mismas cuestiones que en el punto 7.
10) Determine la forma genérica de los elementos del subespacio generado por $(1,0,2)$ y los del subespacio generado por $(1,0,0)$.
<p>Pueden usar cualquiera de las sugerencias de lecturas dadas o la bibliografía del curso, se pretende que identifiquen los conceptos de combinación lineal, dependencia e independencia lineal, conjunto de generadores y subespacios generados por un conjunto de vectores, bases de un espacio vectorial y conozcan sus propiedades, la justificación de las mismas las haremos el lunes en clase.</p> <p>Las 5 primeras preguntas deben subirlas a la web y pueden escribirlas en lenguaje coloquial, no deben demostrar nada, solo enunciar propiedades y definiciones. El resto de las tareas las pueden entregar en la web o traerlas papel el lunes a clase.</p>