¿QUÉ SIGNIFICADOS ATRIBUYEN AL SIGNO DE *IGUAL* LOS ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DEL CICLO BÁSICO DE ENSEÑANZA MEDIA? APORTES PARA PENSAR LOS CIMIENTOS DEL ÁLGEBRA

Federico Burgell
federico.burgell@gmail.com
Liceo Nº4, Montevideo, Uruguay

Tema: I.1 - Pensamiento Algebraico
Modalidad: CR
Nivel educativo: Medio (11 a 17 años)
Palabras clave: igualdad matemática, signo de igual, pre álgebra, álgebra

Resumen

Presentamos un estudio indagando en los significados que le atribuyen al signo de igual, estudiantes que están cursando el primer año del Ciclo Básico de Enseñanza Secundaria en un liceo de Montevideo. Realizamos un estudio de casos con alumnos de tres clases de primer año a quienes les propusimos un cuestionario y les realizamos entrevistas; también entrevistamos a las docentes, analizamos los enfoques de enseñanza, las actividades de aprendizaje que se les propuso a los alumnos y las actividades que proponen los libros de texto. Los resultados muestran que una parte importante de los alumnos interpretan el signo de igual como el indicador del resultado de una operación y no como el indicador de una relación de equivalencia, interpretación que resulta imprescindible para el abordaje del álgebra; además, los docentes y los libros de texto, no le brindan al tema una atención especial. Encontramos que las interpretaciones relacionales se vieron favorecidas cuando se presentaron las sentencias en contextos no estándar de operaciones a ambos lados. Sugerimos a los docentes prestarle atención explícita a esta temática, y brindarles a los alumnos posibilidades de enriquecer sus visiones, presentándoles actividades donde el signo de igual se utilice en distintos contextos y situaciones.

Como objetivos específicos de esta investigación nos planteamos explorar los diferentes significados del signo matemático de *igual* en un contexto numérico, construidos por estudiantes que estaban terminando de cursar el primer año del Ciclo Básico de Enseñanza Secundaria. Para esto realizamos un estudio de casos con 36 alumnos pertenecientes a tres clases de primer año a los que les propusimos un cuestionario[1], y luego les realizamos entrevistas individuales a 13 de ellos. Por otro lado, y para indagar en el enfoque de enseñanza y en las actividades de aprendizaje realizamos entrevistas individuales a las docentes, consultamos la *libreta del docente* de cada grupo, y analizamos el contenido de dos cuadernos de clase. Por último realizamos una revisión de los dos libros de texto para primer año del Ciclo Básico más utilizados en nuestro país.

Varios autores (Kieran, 1992; MacGregor & Stacey, 1997 y 1999; Knuth et al., 2006 y 2008) señalan que una adecuada comprensión del signo de *igual* y de la igualdad matemática constituye un requisito imprescindible para el aprendizaje del álgebra. Destacan también estos autores que para comprender adecuadamente el signo de *igual*, se requiere poder interpretarlo de forma

[1] Es cuestionario puede verse en el anexo.

relacional, es decir como el indicador de una relación de equivalencia, y no exclusivamente de forma *operacional*, como el indicador del resultado de una operación o como una señal de hacer algo.

Marco teórico

Molina (2006) y Molina, Castro & Castro (2009) detallan once significados distintos del signo de *igual*[2], entre los que se puede distinguir aquellos que tienen un significado que es reconocido y utilizado por la comunidad matemática, los que son propios de la matemática escolar, y los que surgen del uso y de las interpretaciones de los alumnos, que pueden ser matemáticamente correctos o no. Por su parte McNeil, Grandau, Knuth, Alibali, Stephens, Hattikudur & Krill (2006), definen cinco contextos distintos en los que se utiliza el signo de *igual*: 1) el contexto *estándar*, de *operaciones-igual-respuesta*, 2) el contexto de *operaciones a ambos lados*, 3) el contexto de *operaciones del lado derecho*, 4) el contexto *sin operaciones explícitas*, y 5) *otros contextos*.

Hay por último varios autores (entre otros Behr et al., 1976; Kieran, 1981; Knuth 2006) que distinguen únicamente dos categorías: la visión *operacional* y *relacional* del signo de *igual*.

Análisis de las respuestas al cuestionario

Por un tema de espacio nos enfocaremos en las respuestas de los alumnos al cuestionario, relegando el análisis de los enfoques de enseñanza y de los libros de texto para otra oportunidad.

En una primera parte del análisis de las respuestas al cuestionario nos concentramos en las visiones *operacional* y *relacional* del signo de *igual* manifestadas por los alumnos.

Distinguimos cuatro grupos de alumnos según la visión del signo de *igual* manifestada en sus respuestas. Veremos a continuación dentro de cada uno de estos grupos algunos ejemplos de los trabajos de los alumnos.

i) Alumnos que evidencian una visión exclusivamente *operacional* (hay diez alumnos en este grupo). Cecilia (13 años) interpreta el signo de *igual* como el indicador de cuánto "te da" cierta operación, en la pregunta 1)b) completa el espacio en blanco con un 24 y agrega un "=29" a la derecha del 5: $18 + 6 = \underline{24} + 5 = 29$, "Te da 29 porque si sumás 18+6 te da 24 y si al 24 le sumás 5 te da 29". La alumna extiende esta concepción incluso cuando no hay operación: 2)g) $8 = 16$, "Es falsa porque si tenés 8 no te puede dar 16", 2)c) $16 = 7 + 9$, "Es falsa porque es imposible que tengas 16 y te dé 7".

[2] Los significados pueden consultarse en el anexo.

Sebastián (14 años) contesta la pregunta 1)f) de la siguiente forma: $14 = \underline{-11} + 3$, y en la entrevista señala: "Es que mirá, yo pensaba esto: agarraba, decía 14, y ponía un número que me termine dando (…) más 3". Aquí el alumno considera como el *resultado* al número que está más a la derecha de la sentencia, posiblemente esté recurriendo a la imagen sintáctica que tiene asociada a una operación en el sentido en que se le presentan habitualmente: en un contexto *estándar*. En la pregunta 2)c) el alumno contesta que $16 = 7 + 9$ es una sentencia falsa porque está "incompleta", en la entrevista queda claro que en realidad considera que está al revés: "Tiene que ser (*escribe 7+9=16*) 7 más 9, **es igual** (*enfatiza*) 16, no al revés".

ii) Alumnos que transitan de la visión *operacional* a la *relacional* (hay ocho alumnos en este grupo). Varios alumnos de este grupo señalan con precisión la pregunta 5)[3] como el momento en que cambian su forma de pensar. Por ejemplo Lucas (13 años) manifiesta en la entrevista lo siguiente:

> L: Yo al principio pensé que era la cuenta, y cuando nos diste la segunda… (*hace referencia a la segunda parte del cuestionario, de la pregunta 5 al final, que se les daba a los alumnos una vez que entregaban la primera parte*) me di cuenta que tenías que buscar como… cómo es esto… viste esto, acá tiene que ser como el equivalente. (…)
>
> E: ¿Qué fue lo que vos entendiste que había que hacer? (…)
>
> L: Las cuentas, como esto (*pregunta 1.a*) está planteado como una cuenta, dije ta las cuentas.

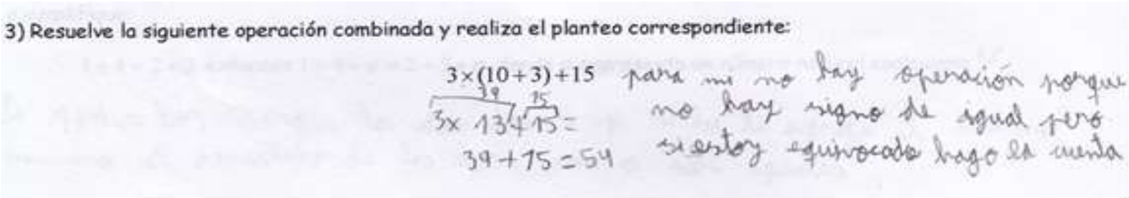
Cuando el alumno dice que "está planteado como una cuenta" posiblemente está haciendo referencia a su interpretación del signo de *igual* como indicador de una *propuesta de actividad*, luego de la pregunta 5) se da cuenta de que se trata de buscar "el equivalente", es decir, que hay que interpretar el signo de igual como expresión de una equivalencia.

iii) Alumnos que combinan ambas visiones (hay cinco alumnos en este grupo). Una característica general de este grupo de alumnos es que les resulta más fácil argumentar y justificar a partir de una visión *relacional* del signo de *igual* en las sentencias en donde están escritos todos los números (las de la pregunta 2), que en las que tienen que completar con el número que falta, más aún si el espacio para completar se encuentra inmediatamente a la derecha del signo de *igual*.

---

[3] 5) Completa los espacios con el número que falta. Explica tus respuestas. a) $15 + 7 = \_\_\_ + 15$ b) $6 + 5 + 10 = 5 + \_\_\_ + 10$ c) $17 + 4 = 13 + \_\_\_$

iv) Alumnos que muestran predominantemente una visión *relacional* (hay 10 alumnos en este grupo). Hay dos alumnos que realizan todas las preguntas del cuestionario bien, uno de ellos, José (12 años), realiza el siguiente comentario en la pregunta 3):


3) Resuelve la siguiente operación combinada y realiza el planteo correspondiente:

$3\times(10+3)+15$

$3\times 13 + 15 =$

$39+15=54$

para mi no hay operación porque no hay signo de igual pero si estoy equivocado hago la cuenta

Esto que señala José nos da una idea de lo arraigado que está en los alumnos la interpretación del signo de *igual* como *propuesta de actividad*, como no está el signo el alumno duda si hay o no "operación", es decir, si hay o no alguna actividad para realizar.

El resto de los alumnos de este grupo, o no contesta, o contesta con error al menos una de las siguientes dos preguntas: 1)d) en donde había que completar la sentencia $90 \div 3 = \_\_ + 3 = \_\_$ y el verdadero o falso 2)e) $5 + 9 = 14 \div 2 = 7 \times 3 = 21$

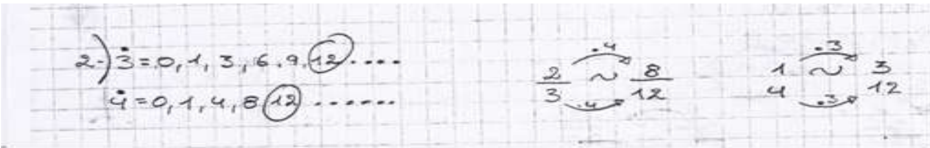
La dificultad para interpretar las sentencias 1)d) y 2)e) fue algo reiterado en el total de los participantes. De los 36 alumnos, solo 3 y 5 respectivamente, contestaron bien cada una de ellas. Pensamos que esto está relacionado con varios factores que van más allá de la sola interpretación *operacional* del signo de *igual*. Si se quiere realizar la operación $(5 + 9) \div 2 \times 3$, el planteo de la pregunta 2)e) se corresponde con la secuencia de teclas que se deben presionar en una calculadora común para realizar el cálculo. También si se quiere expresar oralmente cómo realizar la misma operación, $(5 + 9) \div 2 \times 3$, puede salir naturalmente una frase que se corresponda con un razonamiento lineal implícito en el lenguaje: "5 más 9 es 14, dividido 2 es 7, y por 3 es 21"; al traducir esta frase al lenguaje matemático escrito nos queda la sentencia 2)e) (Essien & Setati, 2006; Lyons, 2003; Pirie, 1998).

En concordancia con lo reportado por McNeil y Alibali (2005) pudimos apreciar que las interpretaciones *relacionales* de los alumnos se vieron favorecidas cuando se presentaron igualdades en contextos no *estándar*. Mientras en la pregunta 1)b) $18 + 6 = \_\_\_ + 5$, hubo diez alumnos que manifestaron una visión *relacional*, en la pregunta 2)d) $4 + 7 = 9 + 2$ hubo dieciocho, en la pregunta 5)b) $6 + 5 + 10 = 5 + \_\_\_ + 10$ también hubo dieciocho, y en la pregunta 5)c) $17 + 4 = 13 + \_\_\_$ hubo diecisiete. Vemos que en la primera sentencia el signo de *igual* puede ser interpretado como una *propuesta de actividad* en un contexto *estándar*, en las tres últimas esta interpretación no se favorece, ya que no hay espacio para completar al lado del signo de *igual*, y puede surgir con más claridad que se trata de sentencias en un contexto de *operaciones a ambos lados*.

En la pregunta 2)g) los alumnos debían responder si la sentencia 8=16 era verdadera o falsa, una cuarta parte del total (nueve) contestó que era verdadera, y otra cuarta parte la dejó sin contestar, en definitiva solo la mitad de los alumnos participantes reconocieron a esta sentencia como falsa. Nos surgieron entonces dos interrogantes: ¿cuáles son las posibles causas que llevan a un alumno a considerar verdadera esta sentencia?, y ¿qué significado le está asignando al signo de *igual* un alumno que piense de ese modo?

Los argumentos de los alumnos que consideran la sentencia verdadera pueden resumirse en tres: porque existe una operación que involucra al 8 cuyo resultado es 16 (por ejemplo 2x8, u 8+8), porque 16 es el doble de 8, y porque 8 es "equivalente" a 16 (donde el término "equivalente" está utilizado en una forma distinta a la habitual). Consultamos también a las docentes al respecto. Una de ellas busca la explicación en el hecho de que 16 es múltiplo de 8, señala que los alumnos al parecer no estarían pensando en una igualdad sino en múltiplos de 8: 8, 16, 24, etc. La otra profesora por su parte encuentra la explicación en el contexto de la búsqueda de fracciones equivalentes, señala que los alumnos están acostumbrados a multiplicar o dividir por dos el numerador y el denominador de una fracción para encontrar fracciones equivalentes, y que así la equivalencia de, por ejemplo, $\frac{8}{2}$ y $\frac{16}{4}$ los podría llevar a considerar que $8 = 16$ es verdadero.

Por otro lado en uno de los cuadernos de clase encontramos la siguiente notación utilizada por una de las profesoras:



Esta notación es una modificación de la siguiente: $a = \dot{b}$, que es usada en uno de los dos libros de texto[4] para primer año más utilizados, y que indica que el número *a* es un múltiplo del número *b*. Ya que esta notación aparece en uno de los libros de texto para primer año, y que, con modificaciones, la usa una de las docentes participantes en el estudio, podemos suponer que es utilizada en algunos cursos de matemática de primer año. Estamos ante un uso del signo de *igual* que indica algo que no es una igualdad, y que por consiguiente puede confundir a los alumnos. Cabe preguntarse hasta qué punto la escritura $10 = \dot{5}$ no puede llevar a algunos alumnos a considerar que la sentencia $10 = 5$ es verdadera.

Analizando el marco teórico notamos que el uso del signo de *igual* que se desprende de la notación $a = \dot{b}$ no corresponde exactamente con ninguna de las categorías establecidas por

[4] Borbonet, M., Burgos, B., Martínez, A. & Ravaioli, N. (2000) *Matemática 1*.

Molina (2006) y Molina et al. (2009). El significado que nos parece más cercano es el de *indicador de cierta conexión o correspondencia*, este, según Molina, corresponde a un significado impreciso del signo de *igual* que se refiere a su uso entre objetos no matemáticos o de distintas naturaleza, como por ejemplo entre imágenes o figuras y números, o entre expresiones matemáticas y no matemáticas.

Cuando se escribe $10 = \dot{5}$ se está indicando una conexión o correspondencia: que 10 es múltiplo de 5. En este caso el signo de *igual* puede ser sustituido por la frase “es un”, que determina esta correspondencia. La diferencia con la descripción de Molina, radica en que aquí la correspondencia se establece entre dos objetos matemáticos.
Pensamos entonces que estamos ante una nueva categoría, no reseñada por Molina et al., que puede considerarse como una ampliación del significado *indicador de cierta conexión o correspondencia*, admitiendo que este también puede darse entre dos expresiones matemáticas.

Creemos que el posible significado asignado al signo de *igual* por los alumnos que consideran a 8=16 como una sentencia verdadera está vinculado con lo anterior. El alumno está estableciendo que 8 es *igual* a 16 porque existe una relación o una correspondencia entre el 8 y el 16. Consideramos entonces que estamos ante otro ejemplo del significado *indicador de cierta conexión o correspondencia*, pero entre dos objetos matemáticos. Vemos además que esta es una interpretación *operacional*, el signo de *igual* indica un resultado: el 16. El signo funciona como un operador incluso allí donde no hay operación alguna.

Conclusiones

Los resultados de este estudio ponen de manifiesto la existencia de un doble problema en relación a la igualdad matemática y a los significados del signo de *igual*. Por un lado hemos visto que una parte importante de los alumnos participantes interpretan el signo de *igual* de forma *operacional*, como el indicador del resultado de una operación, y no de forma *relacional*, como el indicador de una relación de equivalencia. El segundo problema surge al comprobar que los docentes y los libros de texto no le brindan a este tema una atención especial, o porque no lo reconocen como un problema –asumiendo que los alumnos de nivel secundario dominan estos conceptos adecuadamente- o porque aun reconociéndolo como tal, o bien no han tomado conciencia de su importancia, o bien no tienen elementos didácticos como para enfrentarlo en las prácticas de enseñanza.

Recomendaciones didácticas

Una de las dificultades para enfrentar esta problemática es su invisibilidad, en consecuencia recomendamos a los docentes prestarle una atención explícita a la comprensión de los significados del signo de *igual* y de la igualdad matemática, no presuponer que todos los alumnos tenga adquirida una visión *relacional* del signo de *igual* y estar atentos para evitar los posibles malos entendidos generados por las visiones exclusivamente *operacionales*.

Simultáneamente con lo anterior se deberían proponer actividades que ayuden a los alumnos a construir una visión *relacional* del signo de *igual*, presentándoles igualdades y sentencias para completar en contextos que no sean exclusivamente el *estándar*, sino también acostumbrarlos a trabajar en contextos de *operaciones del lado derecho*, de *operaciones a ambos lados* y *sin operaciones explícitas.*

Pudimos ver que la secuencia propuesta a los alumnos en el cuestionario produjo en varios de ellos aprendizaje, en base a esto sugerimos una posible secuencia de actividades: comenzar con algunas sentencias para completar como la 1)a) $14 \times 3 = \_\_ - 3$, la 1)b) $18 + 6 = \_\_ + 5$, o la 1)c): $\_\_ + 3 = 11 + 5$, para ver si los alumnos manifiestan una visión *relacional* u *operacional* del signo de *igual*. A continuación se les puede proponer algunas sentencias como la 5)b) $6 + 5 + 10 = 5 + \_\_ + 10$, o la 5)c): $17 + 4 = 13 + \_\_$, en donde el objetivo sería generar un conflicto con la posible interpretación *operacional*, ya que el número escrito a la derecha del signo de *igual* no corresponde con el resultado de la operación escrita a la izquierda.

Sería interesante también prestarle atención a las notaciones matemáticas habituales en las que se usa el signo de *igual*, y a la posibilidad de que algunas de ellas puedan dificultar la comprensión de otros significados del signo. En este sentido creemos que, por ejemplo, la notación $a = \dot{b}$ no es conveniente usarla en etapas tempranas de aprendizaje. Sería bueno también investigar más a fondo la conveniencia de usar o no, con alumnos en estas edades, el signo de *igual* para indicar que dos fracciones son equivalentes.

Bibliografía

Artigue, M. (1990). Epistémologie et didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques, 10 (2, 3), pp. 241-286.

Adda, J. (1987). Elementos de didáctica de las matemáticas. *Sección de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN*. México.

Behr, M., Erlwanger, S. & Nichols, E. (1976). How children view equality sentences. *PMDC Technical Report No. 3, Florida State University*.

Blair, L. (2003). It's Elementary: Introducing Algebraic Thinking Before High School. *Improving Achievement In Mathematics and Science, Volume XV, Nº 1*.

Belcredi, L. & Zambra, M. (1998). Matemática Primer Año del Ciclo Básico. Montevideo: La Flor del Itapebí.

Borbonet, M., Burgos, B., Martínez, A. & Ravaioli, N. (2000). Matemática 1. Montevideo: Editorial Fin de Siglo.

Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la didáctica. *RDM Nº 9 (3)*. Versión en español publicada por Facultad de Matemática, Astronomía y Física de la Universidad de Córdoba.

Chevallard, Y., Bosch, M., Gascón, J. (1997). Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje. *Cuadernos de educación 22*. Barcelona: Editorial Horsori.

Chevallard, Y. (2000). La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado. Buenos Aires: Aique.

Essien, A. & Setati, M. (2006). Revisiting the equal sign: Some Grade 8 and 9 learners' interpretations. *African Journal of Research in SMT Education, vol. 10(1)*, pp. 47-58.

Falkner, K., Levi, L. & Carpenter, T. (1999). Children's Understanding of Equality: A Foundation for Algebra. *Teaching Children Mathematics 6(4)*, pp. 232-236. González Cabillón, J. (1993). Matemática 5to, tomo I. Montevideo: Ediciones de la Plaza.

Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational studies in Mathematics, 12*, pp. 317-326.

Kieran, C. & Filloy, E. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. *Enseñanza de las ciencias, 7(3)*, pp. 229-240.

Kieran, C. (1992). The Learning and Teaching of School Algebra, In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan, pp. 390-419.

Knuth, E., Stephens A., Mc-Neil, N., & Alibali, M. (2006). Does Understanding the Equal Sign Matter? Evidence from Solving Equations. *Journal for Research in Mathematics Education 36*, pp. 297–312.

Knuth, E., Stephens, A., Mc-Neil, N., and Alibali, M. (2008). The importance of Equal Sign Understanding in the Middle Grades. *Mathematics Teaching in the Middle School, Vol. 13, Nº 9*, pp. 514-519.

Kouropatov, A. & Tirosh, D. (2011). Is a narrow interpretation of the equal sign unavoidable? Prescool children's understanding of equality. *Proceedings of CERME 7*.

Lyons, R. (2003). Interpretation de phrase mathematiques. Disponible en: http://www.defimath.ca/mathadore/vol3num123.html (20/09/2012).

MacGregor, M., & Stacey, K. (1999). A flying start to algebra. *Teaching Children Mathematics. 6(2)*, pp. 78-85.

McNeil, N. & Alibali, M. (2005). Knowledge change as a function of mathematics experience: All contexts are not created equal. *Journal of Cognition and Development, 6*, pp. 285–306.

McNeil, N., Grandau, L., Knuth, E., Alibali, M., Stephens, A., Hattikudur, S. & Krill, D. (2006). Middle-School Students' Understanding of the Equal Sign: The Books They Read Can't Help. *Cognition and Instruction 24*, 367–385.

Molina, M. (2006). Desarrollo de pensamiento relacional y comprensión del signo igual por alumnos de tercero de Primaria. Tesis de Doctorado, Universidad de Granada. Disponible en: http://documat.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=1210 (12/12/2011).

Molina, M., Castro, E. y Ambrose, R. (2006). Trabajo con igualdades numéricas para promover pensamiento relacional. *PNA, 1(1)*, 33-46.

Molina, M., Castro, E. & Castro, E. (2009). Elementary Students' Understanding of the Equal Sign in Number Sentences. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology. Nº17, Vol 7 (1)*, pp. 341 – 368.

Oksuz, C. (2007). Children's Understanding of Equality and the Equal Symbol. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*. En http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/default.htm (12/05/2011).

Ramírez, M. & Rodríguez, M. (2011). Interpretaciones del signo de igual. Un estudio de libros de texto. *Unión. Revista iberoamericana de educación matemática. Nº26*, pp. 41-55.

Repetto, C., Linskens, M. & Fesquet, H. (1967). Matemática Moderna. Aritmética 1. Buenos Aires: Kapelusz.

Stacey, K. & MacGregor, M. (1997). Building Foundations for Algebra. *Mathematics Teaching in the Middle School, 2 (4)*, 252-260.

Wagner, S. (1983). What are these things called variables? *Mathematics Teacher 76*, pp. 474-479.

Anexo

El cuestionario

1) Completa con el número que falta en cada espacio. Si en algún caso piensas que hay más de una posibilidad, indícala. Explica todas tus respuestas.

a) $14 \times 3 = \_\_\_ - 3$

b) $18 + 6 = \_\_\_ + 5$

c) $\_\_\_ + 3 = 11 + 5$

d) $90 \div 3 = \_\_\_ + 3 = \_\_\_$

e) $\_\_\_ = 16 - 4$

f) $14 = \_\_\_ + 3$

g) $\_\_\_ = 15$

2) Contesta si cada una de las siguientes igualdades son verdaderas (V) o falsas (F). En aquellas que sean verdaderas explica por qué, y en las que sean falsas indica qué es lo que está mal.

a) $7 + 12 = 19 - 3$

b) $5 + 9 = 14 \div 2$

c) $16 = 7 + 9$

d) $4 + 7 = 9 + 2$

e) $5 + 9 = 14 \div 2 = 7 \times 3 = 21$

-- salto de página --

f) $17 = 17$

g) $8 = 16$

h) $4 = 0$

i) $5 + 9 = 21$

3) Resuelve la siguiente operación combinada y realiza el planteo correspondiente:

$$3 \times (10 + 3) + 15$$

4) Indica si la siguiente afirmación es verdadera o falsa. Si es verdadera explica por qué y plantea un ejemplo utilizando números; si es falsa explica qué es lo que está mal y muestra un ejemplo utilizando números que lo ejemplifique:

si *a* y *b* son dos números naturales, entonces $a + b = b + a$

-- salto de página ---

5) Completa los espacios con el número que falta. Explica tus respuestas.

a) $15 + 7 = \_\_\_ + 15$

b) $6 + 5 + 10 = 5 + \_\_\_ + 10$

c) $17 + 4 = 13 + \_\_\_$

6) Indica si la siguiente afirmación es verdadera o falsa. Si es verdadera explica por qué y plantea un ejemplo utilizando números; si es falsa explica qué es lo que está mal y muestra un ejemplo utilizando números que lo ejemplifique:

$1 + 4 = 2 + 3$ entonces $1 + 4 + a = 2 + 3 + a$ donde *a* es un número natural cualquiera.

7) Las siguientes actividades se refieren al símbolo que te presentamos a continuación:

=

a) ¿Cuál es el nombre que tiene ese símbolo?

b) Explica con tus propias palabras cuál es el significado que tiene para ti ese símbolo.

c) Muestra por lo menos tres situaciones distintas donde ese símbolo pueda usarse.

Significados del signo de *igual* reseñados por Molina (2006) y Molina et al. (2009)

1. Propuesta de actividad. Refiere al uso del signo en expresiones incompletas, con una cadena de números o símbolos vinculados por símbolos operacionales a la izquierda del signo de *igual*, y un espacio vacío a la derecha de este. Ejemplos: $16:3=$; $x(x+1)-3x(x+5)=$

2. Operador (u operacional). Refiere al uso del signo de *igual* como un símbolo que separa una cadena o secuencia de operaciones, que se sitúan a la izquierda del signo, y su resultado, que se dispone a la derecha. Ejemplos: 4 x 5 = 20; $x(x-2)+3x^2 = 4x^2 - 2x$

3. Expresión de una acción. Este es un significado bidireccional del signo de *igual*, que extiende el significado de *operador* recién reseñado. Aquí la cadena o secuencia de operaciones va indistintamente a la izquierda o a la derecha del signo de *igual*, y el resultado, en el otro miembro.

Ejemplos: $2x = x(x-2) - x^2 + 4x$; $24 = 12+12$; $12+12 = 24$

4. Separador. Este uso se lo dan algunos alumnos al utilizarlo en contextos algebraicos como separador de los pasos realizados en la resolución de una actividad. Ejemplo: $\sqrt{x^2+1} = \sqrt{x} = x^2 + 1 = x = x^2 - x + 1 = 0$.

5. Expresión de una equivalencia. Refiere al uso del signo de *igual* para relacionar dos representaciones diferentes de un mismo objeto matemático.

5.1. Equivalencia numérica. El signo de *igual* indica el mismo valor numérico en las expresiones aritméticas que se encuentran en ambos miembros. Ejemplos: 4+5=3+6, $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$

5.2. Equivalencia simbólica. Aquí el signo de igual indica el mismo valor numérico de dos expresiones algebraicas para todos los valores de la o las variables. Ejemplos: $x^2 + 2x = x(x+2)$; $a+b = b+a$.

5.3. Identidad estricta. Aquí las expresiones a ambos lados del signo de *igual* representan el mismo objeto matemático con el mismo representante. Ejemplos: $3=3$; $x=x$; $x+5 = x+5$

5.4. Equivalencia por definición o por notación. Este uso indica la equivalencia de dos expresiones numéricas o algebraicas por definición o por el significado de la notación utilizada. Ejemplos: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ (considerando $\frac{3}{4}$ y $\frac{6}{8}$ como fracciones); $100cm = 1m$.

6. Expresión de una equivalencia condicional (ecuación). Se encuentra en el contexto del álgebra cuando la equivalencia expresada por el signo de *igual* solo es cierta para algún o algunos valores de la o las variables, pudiendo inclusive no ser cierta para ningún valor. Ejemplo: $x^2 + 4x = 5x - 6$.

7. Definición de un objeto matemático. El signo de *igual* se utiliza para definir o asignar un nombre a una función u otro objeto matemático. Ejemplo: $a^0 = 1$.

8. Expresión de una relación funcional o de dependencia. Refiere al uso del signo de igual para indicar una relación o dependencia entre variables o parámetros. Ejemplo: $y = 3x + 2$.

9. Indicador de cierta conexión o correspondencia. Significado impreciso del signo de *igual* que se refiere a su uso entre objetos no matemáticos o de distinta naturaleza, como por ejemplo entre imágenes o figuras y números, o entre expresiones matemáticas y no matemáticas. Ejemplo: 🚲🚲🚲 = 3.

10. Aproximación. Este significado corresponde al uso del signo para relacionar una expresión aritmética y una aproximación de su valor numérico. Ejemplo: $\frac{1}{3} = 0{,}33$.

11. Asignación de un valor numérico. El signo de *igual* asigna un valor numérico a un símbolo. Ejemplo: si $x = 4$, ¿cuál es el valor de $x^2 - 5$?