ALGUNAS PARTICULARIDADES EN LAS PRÁCTICAS DOCENTES DE MATEMÁTICA EN EL NIVEL TERCIARIO Y UNIVERSITARIO

Ortiz de Latierro María Nieves
edurne965@gmail.com
P.I.D: Universidad Tecnológica Nacional (Facultad Regional Delta, Campana)
Buenos Aires. Argentina

Tema: I.4 Pensamiento Matemático Avanzado
Modalidad: CB
Nivel educativo: Terciario
Palabras clave: “importancia de las hipótesis”, “enunciados dogmáticos”, “teoremas”

Resumen

La enseñanza de la matemática en todos los niveles se encuentra en permanente cuestionamiento y reflexión sobre las prácticas. Aún así no existe tanta literatura en lo que respecta a los niveles superiores, pero en esta presentación expondremos algunas cuestiones que se presentan en todas las prácticas, sobre todo en los niveles superiores tanto universitario como terciario.

La primera cuestión que ponemos en el tapete es: ¿Cómo enseñamos matemática? A partir de su estructura axiomática, y a través del método deductivo construir su corpus? O ¿Acaso desde un punto de vista instrumental, inductivo? La respuesta a estos interrogantes no está acabada pero lo cierto es que todo el tiempo vamos oscilando entre estas posiciones, y a veces no está muy claro porque lo hacemos los que enseñamos matemática.

Como prueba de esta afirmación describiremos ciertas situaciones de nuestras prácticas en relación con: la teoría y la práctica, los teoremas: enunciados dogmáticos, importancia de la hipótesis o de las demostraciones, los problemas, sus enunciados y las definiciones en matemática, cuales son y cuales no.

Para ilustrar estas cuestiones mostraremos ejemplos del Análisis Matemático. De esta manera intentamos hacer un aporte que esperamos que resulte enriquecedor para la comunicación de esta ciencia.

Introducción

El estudio y abordaje de la didáctica de la matemática se ha volcado principalmente hacia los niveles primario y secundario de la educación. Pero cabe mencionar, entre otros, las investigaciones realizadas por el Dr. Santaló o Enzo Gentile (Villarreal, 2002: 73-74). Algunas de las cuestiones que se plantean no están acabadas, existen posturas que uno elige en pos de mejorar el proceso de enseñanza de la matemática. Algunas de estas inacabadas situaciones de aprendizaje, se “trasladan” a los niveles superiores de enseñanza. Como consecuencia emergen los mismos interrogantes, con más fuerza aún, para los que desempeñamos las prácticas docentes en este nivel, sobre la enseñanza de la matemática. En este nivel se manifiesta ostensiblemente la separación del método deductivo de la matemática, de las cuestiones inductivas y abductivas que resultan tan pragmáticas y eficientes al momento de enseñar matemática. Estos dos aspectos, en apariencia tan contrapuestos, se entreveran en todo el proceso de enseñanza.

En el presente trabajo mostramos situaciones de enseñanza que dan cuenta de lo que intentamos describir, concretamente en lo relacionado con el análisis matemático.

La teoría y la práctica

En lo que respecta a la organización de las asignaturas en los niveles superiores, sobretodo universitario, es usual que en las ciencias formales se haga la distinción entre teoría y práctica, como si se tratase de una ciencia fáctica. Esta distinción proviene de las prácticas experimentales de laboratorio, necesaria para las ciencias fácticas.

Si bien en el ámbito epistemológico se distinguen lo que constituyen ciencias fácticas y ciencias formales (Klimovsky, 2005:187-188), no es el punto de discusión en esta ponencia, sino que determinada concepción de la matemática puede producir ciertos perjuicios a la hora de las prácticas docentes.

Esta división entre teoría y práctica termina siendo abordada como dos materias diferentes, usualmente con docentes diferentes, y no suelen coexistir como una unidad. El alumno termina estudiando dos materias diferentes sin lograr aprender la asignatura de manera integrada. Esta situación de división inexistente acaba poniendo ciertos puntos oscuros en lo que hace a la concepción matemática y a su comprensión, como exponemos en los ejemplos que damos a continuación:

Los teoremas: ¿enunciados dogmáticos?

A causa de la estructura axiomática de la matemática no podemos prescindir de los teoremas para su abordaje. Esto implica una tarea muy compleja en la que se producen una serie de inconvenientes a partir de su enunciado. Las hipótesis de los teoremas, suelen darse de manera dogmática, ya que pudiendo constituir un axioma o un teorema anteriormente demostrado, no se fundamenta el por qué de esas hipótesis. Esto último resulta fundamental para comprender el teorema. Puede ser incluso una cuestión, didácticamente hablando, más importante que la demostración. Para sustentar lo que aquí se expone, haré referencia a la forma presentar los teoremas de continuidad y derivabilidad del Análisis de funciones de una variable, es decir los teoremas de Rolle y de Lagrange (Apostol, 1999: 175-178)

Teorema de Rolle: Si *f* es una función continua en [*a*, *b*] y derivable en (*a*, *b*), tal que *f*(*a*) = *f*(*b*), entonces existe un punto *c* que pertenece a (*a*, *b*) en el que *f ´*(*c*) = 0.

Hipótesis de continuidad:

Primero recordemos que es una función continua en un intervalo cerrado:

Se dice que *f*(*x*) es continua en [*a*, *b*] sí y sólo sí

a) *f*(*x*) es continua en (*a*, *b*)

b) $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = f(a)$

c) $\lim\limits_{x \to b^-} f(x) = f(b)$

1) En el interior del intervalo

Si la función no es continua entonces podemos encontrar una función tal como:

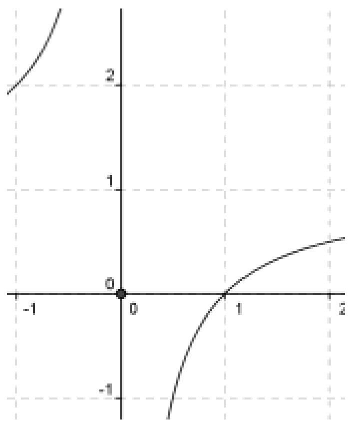
$f(x) = \dfrac{1}{x^2}$ y $f(-1) = f(1) = 1$ y no existe *c* / *f ´*(*c*) = 0

2) En los extremos del intervalo

Si no tenemos en cuenta los límites laterales no se cumplirá el teorema:

Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \dfrac{1}{x} \; si \; x \neq 0 \\ 0 \; si \; x = 0 \end{cases}$$



En el intervalo [0,1]

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$$

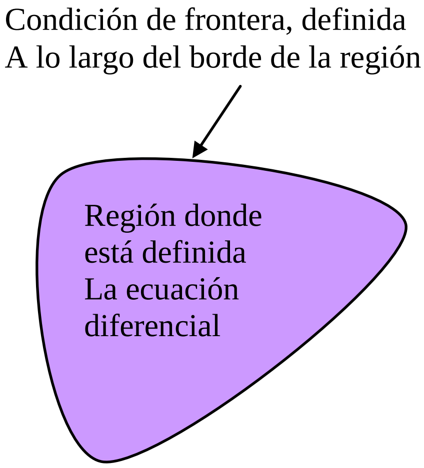
Es continua en (0,1], *f*(0) = *f*(1), pero no existe un punto *c* donde *f ´*(*c*)=0

Luego debe ser continua en [*a*, *b*]

Hipótesis de derivabilidad:

1) Derivable en el abierto: este análisis consiste en la definición de derivada en un punto, ya que debe ser definida en un conjunto abierto. Por lo tanto no existe la derivada en los extremos del intervalo. Los extremos requieren otras consideraciones que darán origen a lo que se denominan “condiciones de contorno”. Esto fundamentalmente tiene aplicación en funciones de dos variables, en el planteo de ecuaciones diferenciales.

En el campo de las ecuaciones diferenciales, un problema de valor de frontera o contorno se lo denomina al conjunto de una ecuación diferencial y a las condiciones de frontera o contorno. Una solución de un problema de condiciones de frontera es una solución de una ecuación diferencial que también satisface condiciones de frontera.



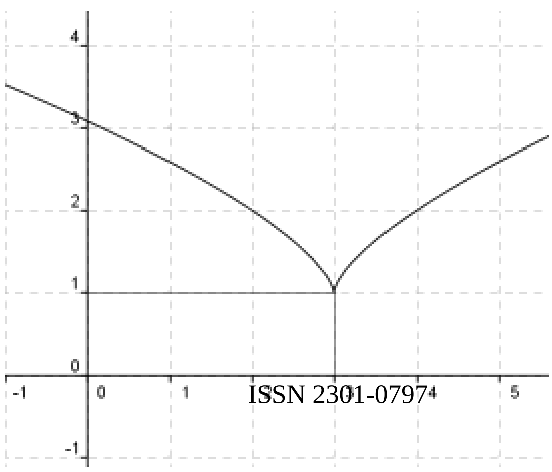
2) Hipótesis de derivabilidad en el interior del intervalo [2,4] donde $f(2) = f(4) = 2$

$$f(x) = (x-3)^{2/3} + 1$$

$$f'(x) = \frac{2}{3\sqrt[3]{x-3}}$$

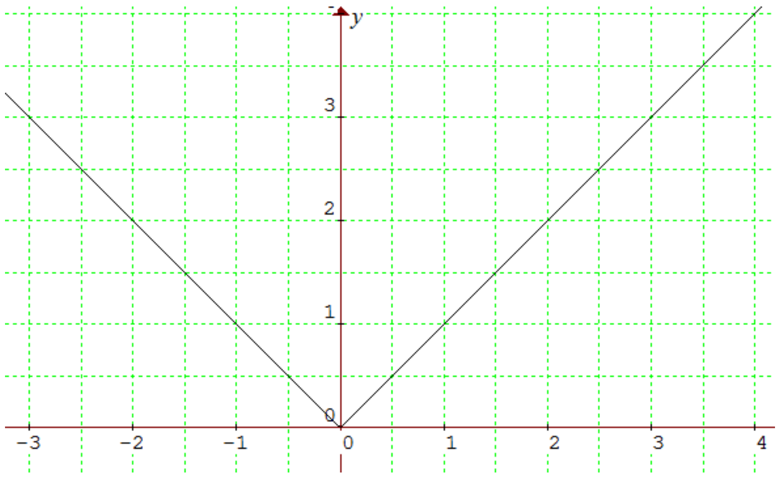
$$\frac{2}{3\sqrt[3]{x-3}} = 0$$

Luego no existe c / $f'(c) = 0$ por no ser derivable en el interior del intervalo



Hipótesis de derivabilidad

$f(x) = |x|$ En el interior del intervalo [-1,2] $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{2-1}{2-(-1)} = \frac{1}{3}$



Un análisis similar puede hacerse con el teorema de Lagrange.

Lo expuesto aquí pretende dar cuenta de lo conveniente que puede resultar hacer hincapié en las hipótesis, el porqué de las restricciones que estas disponen, para asegurarnos el cumplimiento de la tesis y la aplicabilidad del teorema.

De esta manera se pretende fomentar en los alumnos la racionalidad matemática, ya que se pone en juego pensar en el razonamiento matemático no como un objeto de enseñanza en si mismo, sino como una estrecha conexión entre los contenidos (Panizza, 2005:20)

Alcance de los teoremas

La solución de un problema puede parecer dada por la aplicación de un teorema, dado que se cumplen las hipótesis, pero pueden no ser suficientes, como en el siguiente caso (Rabuffetti, 1981:220-221)

Se desea obtener el cono de mayor superficie lateral que puede inscribirse en un cono de radio 1 y altura 3, como se muestra en la figura:

$$A(x) = \pi . g(x) \; donde \; g(x) = \sqrt{x^2 + [h(x)]^2}$$
$$h(x) = 3(1 - x)$$
$$g(x) = \sqrt{10x^2 - 18x + 9}$$

$$A(x) = \pi x \sqrt{10x^2 - 18x + 9}$$
$$A'(x) = \frac{\pi(20x^2 - 27x + 9)}{\sqrt{10x^2 - 18x + 9}}$$

De acuerdo con los datos del problema y el significado geométrico asignado a la variable x, el dominio de la función área determinada es el intervalo abierto (0,1)
La derivada se anula en x_1=3/4 y x_2=3/5, y ninguno es un máximo absoluto, además el enunciado del problema no dice como es el cono inscripto, ya que la solución podría ser el cono coincidente con el dado.

Además es conveniente sugerir situaciones donde se no se cumplan la hipótesis y que en consecuencia mostrar situaciones, donde por un lado se cumpla la tesis y otra, donde no se cumpla la tesis. Esto con el objeto de mostrar como funciona un razonamiento a la hora de demostrar un teorema: de la hipótesis puedo inferir la tesis. Esta cuestión relativa a los teoremas no termina de cerrarse aún en el nivel superior, la demostración sigue siendo una tarea de gran complejidad (Panizza, 2005: 90-92). Asimismo esta complejidad viene dada por cuestiones lingüísticas, simbólicas y de abstracción (Skovsmose, 1999: 57-65).

El caso de las falsas definiciones:

Es usual, en matemática, definir un objeto fuera de ella, como se suele hacer con el concepto de integral de línea, a través del concepto de trabajo desde la física. Es decir queda limitado un objeto matemático al solo hecho de ser creado por y para la física o por la ciencia fáctica que lo haya originado. De esta manera se produce una pérdida de potencialidad del concepto matemático en cuestión. Y esto no solo constituye un problema epistemológico sino didáctico, a la hora de enseñar matemática porque los conceptos no se presentan claramente, y muchas veces con el agravante de que sean conflictivos para su comprensión al estar envestidos de una gran abstracción.

Conclusión

Esta presentación pretende dar cuenta de algunas situaciones que suceden en la enseñanza del Análisis Matemático y que han estado latentes durante varios años de prácticas docentes. Por este motivo considero oportuno y conveniente describirlas, a manera de diagnóstico. De este modo espero encontrar consenso, pensar estrategias, siempre con el objetivo de mejorar la práctica docente.

Asimismo los alumnos, al ingresar al nivel superior se encuentran con una gran estructura matemática de la cual solo han transitado, mayormente, la operatividad.
Es una obviedad decir que esta actividad resulta insuficiente para nuestro fin: los alumnos deben resolver problemas. Por lo tanto está en nuestras manos allanarles el camino.

Referencias bibliográficas

Apóstol, T. (1999) C*alculus I. Cálculo con funciones de una variable con una introducción al álgebra lineal*. Barcelona: Reverté.

(2009) *Análisis Matemático.* Barcelona: Reverté.

Klimovsky, G. y Boido G. (2005). *Las desventuras del conocimiento matemático.* Buenos Aires: A-Z Editora.

Panizza, M. (2005). *Razonar y Conocer*. *Aportes a la comprensión de la racionalidad matemática de los alumnos.* Buenos Aires: Libros del Zorzal

Rabufetti, H. (1981) *Introducción al análisis matemático (Cálculo I).* Buenos Aires: El Ateneo

Skovsmose,O. (1999) *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Bogotá: Una empresa docente. Universidad de los Andes.

Villarreal, M. (2002) Noticiero de la Unión Matemática Argentina. *La investigación en educación matemática: ¿qué ocurre en Argentina?* Recuperado de www.notiuma.santafe-conicet.gov.ar/ confmonica.pdf. Consultado 08/03/2013