

DESCUBRIENDO LAS CONDICIONES MINIMAS DE UN CUADRILATERO PARA QUE LOS PUNTOS MEDIOS DE SUS LADOS DETERMINEN UN CUADRADO

Doris Álvarez Quintero - Alexander Sarria Borbón
dalvarez@nogales.edu.co - asarria@nogales.edu.co
Colegio Los Nogales, Colombia

Tema: 1.3 Pensamiento Geométrico
Modalidad: Taller
Nivel Educativo: Medio (11 a 17 años)
Palabras clave: Cuadriláteros, Sketchpad

Resumen

En este taller, los asistentes usarán el programa de computadores Sketchpad como herramienta para visualizar, explorar, construir y manipular cuadriláteros especiales (paralelogramos, rectángulos, rombos, cuadrados y cometas), verificarán las propiedades de sus diagonales y construirán los cuadriláteros que determinan los puntos medios de sus lados.

Además, partiendo de estas construcciones explorarán, enunciarán y verificarán conjeturas sobre las condiciones mínimas que debe satisfacer un cuadrilátero para que los puntos medios de sus lados determinen un rectángulo, un rombo y un cuadrado.

1. Introducción

En este taller se pretende recrear con los asistentes, una de las etapas de un proyecto de clase de Geometría Euclidiana (Anexo 1), llevado a cabo con estudiantes de noveno grado del Colegio Los Nogales (Bogotá, Colombia).

El propósito del proyecto de clase, es que los estudiantes actúen como matemáticos: exploren, conjeturen, formulen proposiciones, las prueben y comuniquen por medio de un documento sus hallazgos y el camino recorrido para su obtención.

Los estudiantes al finalizar el proyecto, después de entrega de recibir algunas observaciones y sugerencias, envían al profesor un documento final que reúne la aplicación de los conceptos (definiciones, axiomas y teoremas). Para la presentación del documento los estudiantes usan Sketchpad como herramienta que posibilita la visualización de figuras dinámicas que permiten el descubrimiento de regularidades y la formulación de conjeturas

y el editor de ecuaciones y otras herramientas de Word (tablas, inserción de imágenes, comentarios).

2. Fundamentación

En el marco de la Enseñanza para la Comprensión, en el área de Matemáticas del Colegio Los Nogales, “se persigue desarrollar en los estudiantes habilidades de razonamiento y procesamiento matemático en busca de solución de problemas de la vida diaria y de la comprensión del mundo que los rodea”; dentro de las habilidades que se desarrollan, cabe destacar el razonamiento, análisis, interpretación, aplicación de conceptos, síntesis y clasificación; para ello, entre otros recursos se hace uso de herramientas tecnológicas como el software Sketchpad, el cual permite la manipulación directa de objetos y la visualización de sus propiedades.

Siguiendo los niveles de comprensión establecidos por Van Hiele: Visualización, Análisis, Deducción Informal, Deducción y Rigor; el desarrollo del Proyecto *Descubriendo las condiciones mínimas de un cuadrilátero para que los puntos medios de sus lados determinen un cuadrado*, es un desempeño en el que los estudiantes muestran haber logrado los niveles más altos de comprensión (Deducción y/ o Rigor), ya que son capaces de deducir proposiciones, elaborar pruebas siguiendo un desarrollo lógico y establecer condiciones necesarias y suficientes para una situación.

3. Desarrollo del Taller

Materiales: Computadores con el software Sketchpad, Fotocopias con la guía de trabajo, video beam.

Después de mostrar las herramientas básicas de Sketchpad, los asistentes realizarán las construcciones indicadas para completar la siguiente guía de trabajo.

Guía de Trabajo

Primera Parte

- a. Construya un cuadrilátero $ABCD$.
- b. Construya los puntos medios de los cuatro lados y nómbrellos con las letras E, F, G y H .
- c. Una estos puntos medios para formar el cuadrilátero $EFGH$.
- d. Mueva los vértices del cuadrilátero $ABCD$. Asegúrese de mover en una variedad de formas y tamaños este cuadrilátero.
- e. ¿Qué observa usted del cuadrilátero $EFGH$? Dé evidencias de sus hallazgos.

f. Establezca una conjetura que relacione el cuadrilátero $EFGH$ con el cuadrilátero $ABCD$.

g. Escriba su conjetura como teorema.

h. Repita los pasos del 1 al 7 para los siguientes cuadriláteros: Paralelogramo, Rombo, Rectángulo, Cuadrado. Siga las instrucciones dadas en “Construcciones 1” (Anexo 2).

i. Escriba sus conclusiones:

Segunda Parte

a. ¿Cuáles son las condiciones mínimas que debe tener un cuadrilátero para que al unir sus puntos medios se forme un Rectángulo?

b. ¿Cuáles son las condiciones mínimas que debe tener un cuadrilátero para que al unir sus puntos medios se forme un Rombo?

c. ¿Cuáles son las condiciones mínimas que debe tener un cuadrilátero para que al unir sus puntos medios se forme un Cuadrado?

d. Siga las instrucciones dadas en “Construcciones 2” (Anexo 3) y revise sus respuestas en las anteriores preguntas a, b y c.

i. Escriba sus conclusiones:

Bibliografía

Jurgensen, R.C.; Brown, R. G. y Jurgensen, J.W.(1992). *Geometry*. Boston, USA: Houghton Mifflin Company.

Bennett, D. (1993). *Exploring Geometry with the Geometer’s Sketchpad*. Berkeley, USA: Key Curriculum Press.

ANEXO 1 PAUTAS PARA LA PRESENTACIÓN DEL DOCUMENTO FINAL DEL PROYECTO DE CLASE DE GEOMETRÍA EN EL COLEGIO LOS NOGALES

Propósito: en el informe debe aparecer el propósito de su proyecto, las definiciones y explicaciones que usted considere necesarias para hacer claro al lector, lo que se proponen con su proyecto. Es muy importante que desde el principio piense que con el proyecto usted va a explicarle a una persona con conocimientos básicos de matemáticas sus conclusiones. No solo se trata de que usted muestre su comprensión más complejo aún debe poder explicar de tal manera que el lector de su proyecto pueda entender su mensaje.

Procedimiento: debe ser claro cuál fue el proceso que usted siguió para encontrar y probar sus conjeturas, su proceso debe ser explicado de forma lógica y ordenada de tal manera que sea claro para un lector ajeno a la clase. El trabajo no consiste únicamente en responder a la guía planteada. Por el contrario, se trata de escribir explicando al lector en forma lógica y ordenada todas sus deducciones procedimientos ideas y conclusiones. Es muy importante que establezca relaciones entre las conjeturas de manera que no tenga que repetir pruebas, fíjese como en el texto de geometría se aprovechan de unos teoremas para llegar a otros. Debe usar un lenguaje matemático claro y preciso. Deben aparecer los dibujos que indiquen con claridad cómo se obtuvieron cada una de las conjeturas. Piense que usted está escribiendo una lección o un capítulo para un libro de geometría en el que pretende explicar de la mejor manera las propiedades de los cuadriláteros formados al unir puntos medios de otro cuadrilátero.

Conclusiones: Las conclusiones deben ser claras, plenamente justificadas por el proceso, deben relacionarse estrechamente con el propósito. Pueden aparecer a lo largo del trabajo. Por favor en sus conclusiones no ponga comentarios como me divertí, fue fácil, me gusto, etc., que no interesan al lector.

Presentación: El trabajo debe estar visualmente bien presentado, para lo cual es fundamental usar Sketchpad y un procesador de texto. Se debe ser especialmente cuidadoso con el manejo de las figuras y el texto. Es muy importante que los gráficos y el texto queden lo suficientemente asociados y vinculados en el texto de tal manera que las ideas que piensa explicar se puedan leer con facilidad. No deje las figuras en una página y el texto que se refiere a estas en otra, esto hace el texto difícil de leer.

ANEXO 2 CONTRUCCIONES 1

Paralelogramo

1. Construya \overline{AB} y \overline{AD} con D fuera de la línea \overleftrightarrow{AB}
2. Construya una línea paralela a \overleftrightarrow{AB} a través de D y una línea paralela a \overleftrightarrow{AD} a través B .
3. Construya \overline{DC} y \overline{BC} , donde C es el punto de intersección de las líneas del punto 3.
4. Oculte las líneas. $ABCD$ es un paralelogramo.

Rectángulo

1. Construya \overline{AB} .
2. Construya una línea perpendicular a \overline{AB} a través de A .
3. Construya \overline{AD} en esa línea.
4. Construya una línea a través de D perpendicular a \overline{AD} .
5. Construya una línea perpendicular a \overline{AB} a través de B .
6. Construya \overline{DC} y \overline{BC} , donde C es el punto de intersección de las líneas de los puntos 4 y 5
7. Oculte las líneas. $ABCD$ es un rectángulo.

Rombo

1. Construya \overline{AB} y un círculo AB (círculo con centro A y radio AB)
2. Construya \overline{AD} , donde D está sobre el círculo AB .
3. Construya los círculos BA y DA .
4. Construya \overline{DC} y \overline{BC} , donde C es un punto de intersección (diferente a A) de los círculos del punto 3.
5. Oculte los círculos. $ABCD$ es un rombo.

Cuadrado

1. Construya \overline{AB}
2. Construya una línea perpendicular a \overline{AB} a través de A .
3. Construya un círculo AB (círculo con centro A y radio AB).
4. Construya D un punto de intersección de la perpendicular con el círculo.
5. Construya \overline{AD} .
6. Construya una línea a través de D perpendicular a \overline{AD} .

7. Construya una línea perpendicular a \overline{AB} a través de B .
8. Construya \overline{DC} y \overline{BC} , donde C es el punto de intersección de las líneas de los puntos 6 y 7
9. Oculte las líneas y el círculo. $ABCD$ es un cuadrado.

ANEXO 3 CONTRUCCIONES 2

Rombo Interior

1. Construya \overline{AC}
2. Construya el círculo AC (círculo con centro A y radio AC)
3. Construya un punto D que no está en el círculo AC , ni en el segmento \overline{AC}
4. Construya un círculo con centro D y radio AC
5. Construya \overline{DB} con B en el círculo con centro D y radio AC
6. Construya el cuadrilátero $ABCD$ con diagonales \overline{AC} y \overline{DB}
7. Oculte los círculos

Rectángulo Interior

1. Construya \overline{AC}
2. Construya un punto D que no está en el segmento \overline{AC}
3. Construya a través de D una línea m perpendicular al segmento \overline{AC}
4. Construya un segmento \overline{DB} en la línea m
5. Construya el cuadrilátero $ABCD$ con diagonales \overline{AC} y \overline{DB}
6. Oculte las líneas

Cuadrado Interior

1. Construya \overline{AC}
2. Construya el círculo AC (círculo con centro A y radio AC)
3. Construya un punto D que no está en el círculo AC , ni en el segmento \overline{AC}
4. Construya a través de D una línea m perpendicular al segmento \overline{AC}
5. Construya un círculo con centro D y radio AC
6. Construya un punto B intersección de la línea m y el círculo con centro D
7. Construya el cuadrilátero $ABCD$ con diagonales \overline{AC} y \overline{DB}
8. Oculte las líneas y los círculos