MATEMÁTICA CRÍTICA: O POR QUE DE ALGUMAS DEFINIÇÕES E REGRAS

Ricardo Fajardo, Silvia Barcelos Machado
rfaj@ufsm.br, silvia_barcelos@hotmail.com
Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria (RS), Brasil

Tema (IV.2): Formação e atualização de professores
Modalidade: MC
Nível: Formação e atualização docente
Palavras chave: definições; educação matemática crítica; regras; teoremas.

Resumo

Este artigo propõe uma ênfase na discussão sobre possíveis abordagens diferenciadas para trabalhar certas definições e regras em sala de aula, do ponto de vista da Matemática Crítica. Inicialmente, apresenta-se um referencial teórico, assim como o objetivo do minicurso. Após, apresenta-se a metodologia, divida em dois momentos. No primeiro momento socializa-se ideias, com o grupo, sobre as propostas da Educação Matemática do ponto de vista crítico. No segundo momento, trabalha-se o desenvolvimento conceitual de tais regras, desde as regras de sinais, passando pela potenciação, e chegando na divisão de frações. A ideia essencial é trabalhar com um convencimento informal (intuitivo) tal como a busca de padrão numérico, seguido da aplicação do Princípio de Hankel e demonstrações a partir das propriedades (axiomas) básicos. Após, apresenta-se algumas ideias de como preparar o cenário para um investigação que levará para uma discussão na sala de aula, sobre a razão da definição (ou regra).

Introdução: justificando os por quês

Nos últimos anos, o ensino de Matemática, em uma tentativa de acompanhar as mudanças ocorridas na sociedade, passa por uma reformulação. A metodologia tradicional de ensino comumente vista nas aulas de matemática já não é suficiente e efetiva para os alunos do século XXI.

Incentivando práticas pedagógicas alternativas para o ensino de Matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (Brasil, 1998) citam tendências educacionais tais como: história da matemática, modelagem matemática, etnomatemática, resolução de situações problemas, jogos, TICs e projetos de investigação. Essas abordagens didático-pedagógicas têm a intenção de estimular os alunos, bem como desafiá-los no processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Entretanto, para que se introduza essas práticas no ambiente escolar é necessário que o professor esteja preparado para trabalhar com tais metodologias. Essa fundamentação teórica e prática sobre metodologias e abordagens pedagógicas deveria ser oferecida na formação inicial ou continuada do professor. Contudo, alguns cursos de licenciaturas em Matemática, no Brasil, não dispõem de disciplinas que contemplem essas abordagens. Uma alternativa que torna possível abordar tais práticas no período de formação inicial (e continuada, em alguns casos) é através de projetos de pesquisa ou grupo de estudos.

Nesse contexto, motivados pela busca de subsídios para a formação acadêmica, graduandos do curso de licenciatura em Matemática, juntamente com um professor do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Santa Maria/RS tomaram como bases algumas propostas da educação matemática crítica – levantar questionamentos sobre situações, analisá-las e buscar soluções – e formaram um grupo disposto a investigar e averiguar resultados matemáticos, dados na educação básica na forma de regras e definições.

A finalidade dessa investigação é de compreender tais resultados, demonstrá-los com argumentos e raciocínio lógico matemático e ainda, reescrevê-los na forma de teorema justificando-os com uma demonstração simples, priorizando o entendimento e o convencimento do aluno em relação a esses resultados que antes eram somente "memorizados".

Intencionando colaborar para a (futura) prática docente dos participantes deste minicurso para o "VI Congreso Iberoamericano de Educación Matemática", a proposta do mesmo é desenvolver o trabalho de investigação citado anteriormente, abrindo espaço para explicações e demonstrações de algumas definições e regras em sala de aula. Espera-se que essa abertura à demonstração de resultados matemáticos conduza os alunos à uma mais ampla compreensão dos assuntos abordados.

Educação matemática crítica: problematizando a investigação

Desde os anos finais do século XX, o Ministério da Educação tem incentivado práticas pedagógicas inovadoras, que motivem e desafiem os alunos. No âmbito da Matemática, prega-se o uso de metodologias que conectem os alunos à sua realidade e os tornem capacitados para resolverem quaisquer situações no decorrer de suas vidas (BRASIL, 1998).

Dentre os ramos da Educação Matemática, uma se destaca pelo seu aspecto sócio-político, que é a Educação Matemática Crítica. Segundo Skovsmose (2001), a Educação Matemática Crítica não é um objeto da Matemática e sim uma reflexão sobre a Educação Matemática, seus aspectos e suas contribuições para a sociedade. Pinheiro (2005) descreve algumas propostas da Educação Matemática Crítica e menciona Skovsmose:

> [...] preparar os alunos para a cidadania; estabelecer a matemática como um instrumento para analisar características críticas de relevância social; considerar os interesses dos alunos; considerar conflitos culturais nos quais a escolaridade se dá; refletir sobre a matemática, a qual pode ser instrumento problemático; estimular a comunicação em sala de aula, uma vez que as inter-relações oferecem uma base à vida democrática. Por conseguinte, Skovsmose (2001) ressalta que a Educação Matemática Crítica não pode ser algo imposto aos alunos, é preciso que eles sintam-se convidados a serem críticos (Pinheiro, 2005, p. 63). (grifo nosso)

Para o desenvolvimento desta *ação* (Skovsmose, 2007) se necessita que a relação professor-aluno seja estreitamente dialógica, já que ambos trabalharão lado a lado no processo de ensino e aprendizagem. É importante destacar que o diálogo não deve ser na forma de perguntas e respostas, em que o primeiro é feito pelo aluno e o segundo, pelo professor.

> É preciso que os alunos participem ativamente da aprendizagem, fazendo perguntas e propondo soluções. Para tanto, incentiva-se a pesquisa e o raciocínio lógico, em tarefas de solução de problemas. Não se recomenda que a aprendizagem se restrinja a fórmulas e memorização, seja de definições, seja de textos (Davis, Oliveira, 1994, p.91). (grifo nosso)

Um modo simples de problematizar questões matemáticas, como as regras e definições, é através de *cenários de investigação* (Skovsmose, 2000). A investigação faz com que o aluno perceba o significado do problema, seu "por quê" e seu "para quê", fatores essenciais para o processo de aprendizagem. Pais (2003) defende essa ideia na sua afirmação:

> Por isso, um ensino de Matemática que valorize a Educação Matemática Crítica deve fornecer aos estudantes instrumentos que os auxiliem, tanto na análise de uma situação crítica quanto na busca por alternativas para resolver aquela situação. Nesse sentido, deve-se não só "...ensinar os alunos a usar modelos matemáticos mas antes levá-los a questionar o porquê, como, para quê e o quando associamos aos modelos reguladores da sociedade global em que vivemos." (Pais et al, 2003, p. 5)

Sobre a análise do problema, o aluno deve refletir sobre quais possibilidades devem ser consideradas, quais são os caminhos que devem ser traçados para chegar à resolução do mesmo e, quais resultados se obtêm da resolução, essas capacidades caracterizam a *competência crítica*, tal como descreve Pinheiro:

> A competência crítica sublinha a reflexão sobre a natureza das operações matemáticas, suas aplicações e limitações, por entender que a Matemática não é um conhecimento que pode ser aplicado de forma incontestável a qualquer fenômeno do meio em que se vive. Na verdade, é um conhecimento que deve ser analisado, criticado e refletido, a fim de que se possam tomar as decisões cabíveis em relação ao problema que se está buscando estudar (Pinheiro, 2005, p. 64).

Na citação abaixo se tem o erro como uma ferramenta de aprendizagem:

> Nos momentos de socialização das estratégias usadas e das respostas encontradas, alunos e professor são levados a reconhecer, entre outros aspectos, que diferentes caminhos podem conduzir a uma mesma resposta, que o erro faz parte do processo de ensino e aprendizagem e que tais momentos favorecem a construção coletiva do conhecimento (Secretaria De Educação Do Estado Do Rio Grande Do Sul, 2010, p.53).

O objetivo do minicurso:

O objetivo do minicurso é influenciar positivamente na (futura) prática docente dos participantes, abrindo espaço para explicações e demonstrações de algumas definições e regras em sala de aula.

Proposta do minicurso:

Inicialmente, salienta-se que o ensino de Matemática, de um modo geral, tornou-se um simples ato de repassar definições, regras e fórmulas. Este método frágil e, quem sabe, ultrapassado de ensino, amedronta e desmotiva alunos, dificultando a compreensão desta ciência; bem como aprofundando a ideia de que “matemática é difícil”.

A proposta do minicurso é desmistificar a ideia de que a matemática é um amontoado de fórmulas e regras. Pretende-se agregar à (futura) prática docente dos participantes do minicurso o uso do convencimento, bem como demonstrações (quando for possível) de regras e definições.

Espera-se que os participantes sintam-se motivados a pesquisar, investigar e buscar respostas diferentes daquelas tão comuns em sala de aula, quando o aluno questiona o por que de uma regra ou definição: “É regra, isso não se discute!”, “Decore esta regra!”, ou ainda, “Definição não se questiona!”.

Metodologia do minicurso: desvendando os por quês

O minicurso será composto por dois momentos:

No primeiro momento, será realizada uma breve discussão sobre o caráter e as propostas da educação matemática, especificamente sob o ponto de vista crítico; dando enfase à postura do professor e do aluno nesse processo.

No segundo momento, dar-se-á ênfase a algumas definições e regras que são apresentadas na sala de aula sem argumentação alguma: as regras de sinais, a potenciação, a radiação, regras de soma, subtração, multiplicação e divisão de frações, e assim sucessivamente.

Assim, verificar-se-á a validade de alguns resultados matemáticos, trabalhando o convecimento (alumas vezes usando a busca de padrão numérico e/ou o Princípio de Hankel), em primeira instância e, após, demonstrando-os através do raciocínio lógico-matemático (quando for o caso). Além do mais, haverá uma troca de ideias sobre as possíveis formas de abordar tais resultados na prática docente, em sala de aula.

Neste segundo momento, será retomada as propriedades (axiomas) e operações possível em certos conjuntos numéricos, como o conjunto dos números naturais, conjunto dos números inteiros, conjunto dos números racionais e conjunto dos números reais. Em cada operação existente no conjunto em questão, serão analisadas as propriedades básicas neles contidas. Por exemplo, na operação de multiplicação no conjunto dos números racionais, ver-se-á as seguintes propriedades: fechamento, comutatividade, associatividade, elemento neutro, elemento inverso e distributividade da multiplicação em relação à adição.

O estudo detalhado dos axiomas de conjuntos numéricos, das operações e da transição de um conjunto para outro é essencial para a construção do conhecimento, pois estes fatos serão usados posteriormente para demonstrar teoremas (aqueles chamados de definições ou regras).

Considerando-se a regra (definição) da potenciação com expoentes de números naturais e desejando-se ampliar esta regra para os expoentes de números inteiros, esta transição faz mais sentido se abordada seguindo o Princípio de Hankel (Hermann Hankel, matemático alemão, 1839-1873) e a permanência de leis na extensão de conjuntos. O Princípio de Hankel formula que "ao desejar-se estender um conceito em Matemática além da sua definição (regra) original, então dentre todas as possíveis direções desta extensão a escolhida será, dentro do possível, aquela que mantém intacta as regras de calcular" (Waismann, 2003). (tradução livre)

Prosseguindo o estudo, notar-se-á que somente as propriedades vistas até então não serão suficientes para a argumentação necessária às demonstrações. Para isso, será necessário estudar os Axiomas da Igualdade, pois estes, aliados às propriedades já comentadas, dar-nos-ão subsídios necessários para iniciar as demonstrações dos teoremas subsequentes.

Os axiomas da Igualdade são: Propriedade Reflexiva: $a = a$; Propriedade Simétrica: $a = b \Rightarrow b = a$; Propriedade da Substituição: Se $a = b$, então é possível, sempre que necessário, substituir a por b, e vice versa; Propriedade Transitiva: $a = b$ e $b = c$ $\Rightarrow$ $a = c$. A explicação plausível para estes axiomas serem aceitos é a analogia com uma balança de dois pratos.

Nota-se, de modo geral, que estes quatro axiomas não são enunciados e trabalhados nas aulas de matemática. Esse fato gera, nos alunos, dificuldades de compreensão, pois nem todos conseguem abstrair tais informações. Estes axiomas também ajudam a formalizar a regra que diz que se pode somar (multiplicar) ou subtrair (dividir) um mesmo número em ambos os lados de uma igualdade.

A partir dessas referências matemáticas, axiomas dos conjuntos numéricos e axiomas da igualdade, far-se-á a demonstrações de alguns teoremas. Os teoremas que serão demonstrados também entrarão para a base de referências (mais formalmente conhecida como 'corpo'). Desta forma, será possível usá-los nas próximas demonstrações, seguindo uma sequência de raciocínio lógico. Com a demonstração de novos resultados ter-se-á mais argumentos para subsidiar a busca de novos resultados.

Após demonstrar alguns teoremas formalmente, juntamente com os participantes do minicurso, discutir-se-á sobre o formato como esses foram apresentados na escola, como regras ou definições. O intuito é começar um diálogo inquiridor sobre as maneiras alternativas para abordar esse conteúdo em sala de aula, priorizando o convencimento e compreensão por parte do aluno. Um possível diálogo é propor essas extensões de propriedades (de um conjunto para um maior) como uma investigação. Para tanto, o cenário pode ser preparado, por exemplo, da seguinte maneira: Após haver discutido e abordado a propriedade $2^m \cdot 2^n = 2^{m+n}$, para números naturais $\left(\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}\right)$, pode-se propor a investigação sobre o que poderia ocorrer se esta propriedade continuasse sendo válida para o expoente numérico zero; ou seja, se a propriedade acima continuar válida, que valor terá 2^0? A partir desta investigação, discute-se a razão da definição dada.

Considerações finais

Embora o minicurso aborda a discussão de definições e regras através de um convencimento informal para um conhecimento formal (demonstrações das propriedades), deve-se sempre ter em mente o nível do alunado com o qual se está trabalhando.

Além do mais, não se pode garantir que a investigação, através do questionamento, sane todas as dificuldades de um aluno em relação co conteúdo matemático. Porém, sabe-se que um aluno motivado e incentivado a descobrir as razões de um resultado, torna a matemática mais atrativa e compreensível.

Espera-se que o minicurso, ainda que de forma singela, motive a vida acadêmica e docente dos participantes, incentivando o questionamento, a pesquisa, a demonstração e o convencimento. A postura investigadora (inquiridora), assumida pelo professor, estimula seus alunos a investigarem também.

Referências bibliográficas

Brasil. (1998). Parâmetros curriculares nacionais. *Matemática: Ensino de Quinta a Oitava Séries.* Brasília: Ministério da Educação.

Davis, C., de Oliveira, Z. (1994). *Psicologia da Educação.* São Paulo: Cortez.

Pais, A., et al. (2003). Educação matemática crítica e etnomatemática: conflitos e convergências. In: Conferência Interamericana de Educação Matemática, 2003. *Anais*... Blumenau: Universidade Regional de Blumenau e Comitê Interamericano de Educação Matemática, CD – Card.

Pinheiro, N. (2005) *Educação critíco-reflexiva para um ensino médio científico tecnológico: a contribuição do enfoque CTS para o ensino-aprendizagem do* *conhecimento matemático.* (Tese de Doutorado em Educação Cientifica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC.

Secretaria da Educação do Estado do Rio Grande do Sul. (2010). *Referencial Curricular - Lições do Rio Grande:* Matemática e suas tecnologias. V. 3.

Skovsmose, O. (2000). Cenários para investigação. *Bolema*, ano 13, nº 14.

Skovsmose, O. (2001). *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia***.** Campinas, S. P.: Papirus.

Skovsmose, O. (2007). *Educação Crítica: Incerteza, Matemática, Responsabilidade*. Tradução de Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Cortez.

Stein, S. K. (1999). *Mathematics: the man-made universe.* New York: Dover.

Waismann, F. (2003). *Introduction to Mathematical Thinking: the formation of concepts in modern mathematics.* New York: Dover.