

Solución de problemas de Razones de cambio relacionadas usando Geogebra
Leonel P. Palomá Parra, Ángela M. Díaz Patiño.
lpalomap@unal.edu.co, amdiazp094@hotmail.com.
Universidad de Caldas, Universidad Nacional de Colombia.
Universidad Católica de Manizales.
Manizales, Colombia

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos.

Nivel Educativo: Formación y actualización docente

Palabras claves: Derivada, razón de cambio.

Resumen.

La interpretación de la derivada como razón de cambio instantánea, presenta muchas dificultades en la ejecución del proceso enseñanza-aprendizaje, tanto para profesores como para estudiantes del primer año de Universidad en las diferentes carreras: Ingenierías, Ciencias biológicas y Ciencias exactas, entre otras.

Tratando de solucionar parcialmente esta situación, hemos construido unidades didácticas para la enseñanza del concepto de razón de cambio, razones de cambio relacionadas y la aplicación a soluciones de problemas reales usando Geogebra.

La metodología de desarrollo está basada en el uso de las diferentes vistas que tiene Geogebra.

Vista gráfica 1: Contiene enunciados, formulas dinámicas, casillas de entrada, botones e instrucciones para manipular construcciones dinámicas.

Vista grafica 2: Simulación gráfica, construcciones dinámicas de la situación objeto de estudio, que pueden ser manipuladas por el estudiante, de acuerdo a las instrucciones dadas en la vista grafica 1.

La solución guiada en cada uno de los ejercicios, áreas, volúmenes, distancias, perímetros y ángulos, es complementada con el uso de las funciones propias de Geogebra y el uso de la vista CAS o cálculo simbólico.

Palabras claves

Derivada, Razón de cambio, volúmenes. Áreas.

Introducción.

En segundo semestre de las carreras de Ingeniería de las distintas Universidades de nuestro país, y en particular en la Universidad de Caldas, Universidad Nacional de Colombia y Universidad Católica, todas ubicadas en Manizales, Colombia, se imparte la asignatura Calculo I, donde se desarrollan los conceptos propios del cálculo diferencial e integral en una variable y sus aplicaciones.

Los temas del cálculo diferencial los iniciamos con el concepto de límite de funciones reales y sus propiedades, la definición de recta, su gráfica y su pendiente interpretada como razón de cambio, todo usando Geogebra.

En el momento de abordar las aplicaciones de la derivada, nuestros estudiantes ya manejan algebra de derivadas, derivada de una función compuesta, derivada implícita y gráficas de funciones reales usando derivadas.

Metodología.

Para el desarrollo de cada uno de los problemas, se han implementado una secuencia de unidades didácticas interactivas en Geogebra, usando las vistas gráficas donde resaltamos varios momentos

Momento teórico. Se muestran los conceptos teóricos, en Geogebra a manera de simulación, del problema a desarrollar los cuales deben ser leídos por los estudiantes con cada uno de los ejemplos ilustrativos.

Momento Práctico. Con base en la teoría descrita en el momento anterior, se pide al estudiante que manipule cada una de las simulaciones y conteste una serie de preguntas guiadas, con el fin de reforzar los conceptos teóricos vistos.

Momento evaluativo. Es muy similar al momento práctico, solo que esta actividad debe ser desarrollada por el estudiante de forma individual con el objeto de asignar una calificación. Cada una de las construcciones en Geogebra está acompañada por una hoja de trabajo, que debe ser diligenciada por el estudiante, donde opina, concluye y contesta sobre las diferentes inquietudes y preguntas contenidas en cada uno de los módulos dinámico de Geogebra.

Ejemplos desarrollados con la metodología propuesta.

Problema 1. Dado un rectángulo con base x metros y altura y metros y perímetro $2P$ m.

El estudiante debe ingresar varios valores para la base (casillas de entrada) y para el perímetro, analizar el comportamiento dinámico de la gráfica, grafica 1 y contestar varias preguntas.

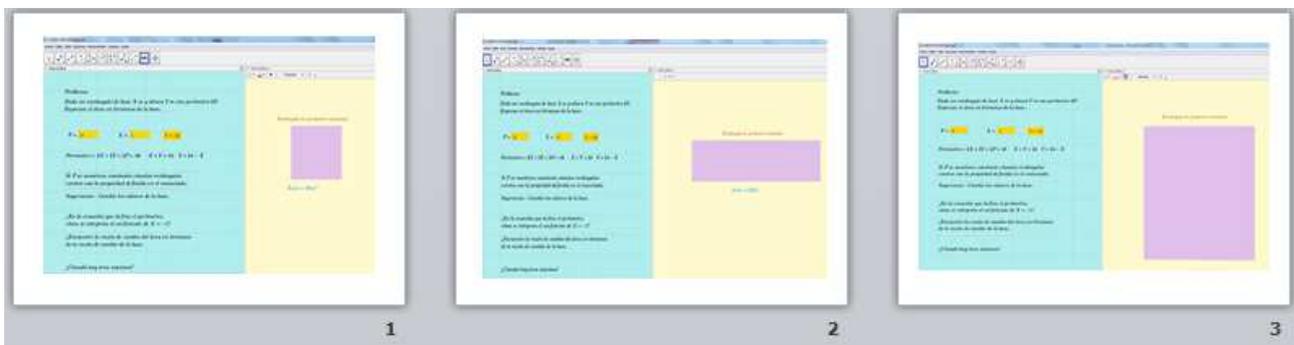
¿Cómo están relacionadas las variables base, altura y perímetro?

Expresar el área en términos de la longitud de la base.

¿Cómo está relacionada la razón de cambio de la base con la razón de cambio del área?,

¿Existe un rectángulo con área mínima?, ¿Existe un rectángulo con área máxima?

El análisis de la simulación dinámica debe ser relacionada con la representación algebraica (texto dinámico)



Grafica 1.

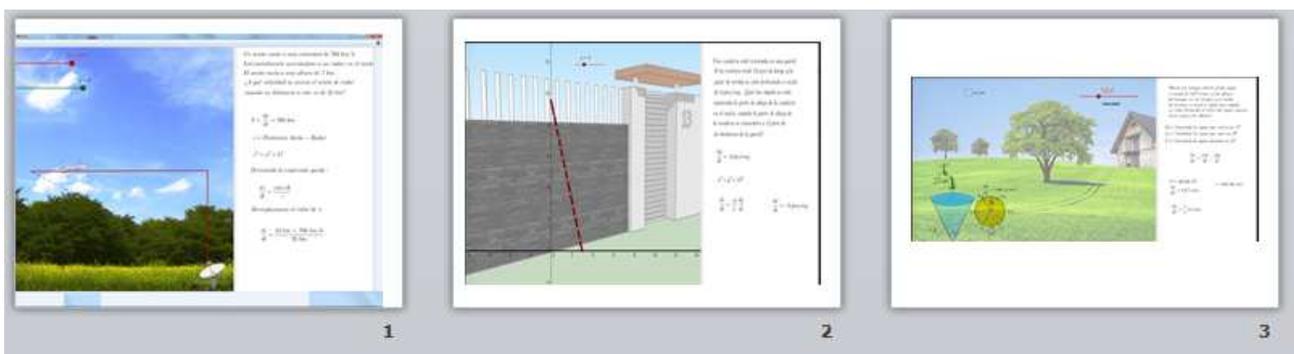
Problema 2. Un avión vuela de forma horizontal a una altura constante y, sobre un terreno plano y debe pasar exactamente por encima de un radar en tierra. Grafica 2, cuadro 1. El estudiante debe volar el avión, simulación en Geogebra, bajo diferentes condiciones y responder varias preguntas.

Conocida la velocidad del avión, ¿con qué velocidad se acerca al radar?

¿Qué fenómeno ocurre después de pasar sobre el radar?

¿Qué pasa si el vuelo en dirección del radar no es horizontal, descenso, ascenso?

El análisis de la simulación dinámica debe ser relacionada con la representación algebraica (texto dinámico)



Gráfica 2.

Problema 3. Una escalera recostada sobre una pared se desliza sobre el piso con una razón de cambio conocida, gráfica 2, cuadro 2.

¿Cómo están relacionadas las razones de cambio de los extremos?

¿Cuál es la razón de cambio del área del triángulo formada por la pared, el piso y la escalera?

¿Cuál es la razón de cambio del ángulo que forma la escalera con la pared?

Problema 4. Un tanque cónico se está llenando con un líquido a una razón de cambio conocida, figura 2, cuadro 3.

¿Cuál es la razón de cambio de la altura en un instante dado?

¿Cómo está cambiando el área superficial del líquido?

Si se imponen condiciones a la razón de cambio de la altura, ¿Con que velocidad debe llenarse el tanque?

Conclusión.

Con base en la experiencia en docencia en Matemáticas, en diferentes cursos de cálculo y con diferentes grupos de estudiantes, cuando usamos Geogebra hemos notado un cambio significativo en el rendimiento y aprensión de los conceptos de la derivada y sus aplicaciones, se despierta en ellos más interés en indagar y en el uso del software para realizar actividades matemáticas distintas a las contextualizadas con la derivada.

Bibliografía.

Artigue, M. (1998). *Ingeniería didáctica en Educación Matemática, un esquema para la investigación y la innovación y la enseñanza de las matemáticas*. Universidad de los Andes, Bogotá.

Bermúdez, A. y Jaramillo, R. (1997). *Comprender: ¿esa es la clave!* Revista: Alegría de enseñar, Bogotá, Colombia.

Biddle, B. et al. (2000). *La enseñanza y los profesores II. La enseñanza y sus contextos*. Paidós, Barcelona, España.

Blythe, T. (1999). *La enseñanza para la comprensión. Guía para el maestro*. Paidós.

Cortes, Z. J. (2006). La razón de cambio (cociente de incrementos) desde un punto de vista gráfico y numérico. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (8).

Larson, R. (2006). *Calculo*. McGraw-Hill, México, octava edición. BIBLIOGRAFÍA 185

Polya, G. (1965). *Como plantear y resolver problemas*. México.

[39] Pozo, J. y Postigo, Y. (1994). *La solución de problemas como contenido procedimental de la educación obligatoria*. Santillana, Madrid.

Scher, D. (1993). Students conceptions of the derivative across multiple representations. *Mathematics in College*.

Documento de Ayuda de Geogebra, <https://app.geogebra.org/help/docues.pdf>

<https://www.geogebra.org/>. Consultado 14/05/2016