CB-495

ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LOS EFECTOS EVOLUTIVOS DEL DESARROLLO DEL LENGUAJE EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN EDUCACIÓN PRIMARIA.

M. Mercedes Rodríguez-Hernández*, Rosa E. Pruneda** y Juan M. Rodríguez-Diaz*

mercedes.rodriguez@usal.es- rosa.pruneda@uclm. es–juanmrod@usal.es
*U. de Salamanca-**U. De Castilla-La Mancha (España)

Núcleo temático: Investigación en Educación Matemática.
Modalidad: CB
Nivel educativo: Educación primaria.
Palabras clave: Resolución de problemas aditivos, comprensión lectora, ANCOVA.

Resumen

La dificultad que los alumnos de primaria tienen para resolver problemas matemáticos está muy relacionada con las habilidades lingüísticas que poseen. Para llegar a la solución correcta de los problemas es necesario no solo entender, asimilar y procesar una serie de conceptos abstractos sino que también tienen que ser capaces de representarlos simbólicamente relacionándolos con las operaciones matemáticas adecuadas.

En este trabajo se presenta un modelo para establecer una relación entre la comprensión lectora y la resolución de problemas teniendo en cuenta además el nivel evolutivo de los alumnos que también influye en la adquisición de las habilidades lingüísticas. El análisis estadístico ANCOVA combina los modelos de regresión lineal con el análisis de la varianza. Se establece una relación entre variables continuas teniendo en cuenta que los datos de los que se dispone provienen de diferentes grupos o categorías. En el estudio realizado se han agrupado los alumnos en función del curso al que pertenecen, de esta manera se puede determinar la influencia del nivel evolutivo en el modelo eliminando sus efectos del mismo.

Introducción

Los estudios internacionales de evaluación del rendimiento de estudiantes de primaria se realizan sobre la base de un marco conceptual y metodológico común. Su objetivo es proporcionar indicadores que sirven no solo para evaluar a los estudiantes, sino para que los países diseñen sus modelos educativos. El indicador que recibe más atención por parte de la opinión pública es el ranking de países en función de los resultados obtenidos. Desde los años sesenta del siglo pasado, la puntuación de cada país se ha convertido en un factor que afecta significativamente a las políticas educativas y genera presiones para adoptar las prácticas educativas de los países con mayor rendimiento (Steiner-Khamsi, 2003). Los resultados de

ISBN 978-84-945722-3-4

diversos organismos como NAEP (National Assessment of Educational Progress) o PISA (Program for International Students Assessment) y el informe TIMSS (Trends in International Mathematics and Sciences Study) revelan que los resultados del aprendizaje en general y de las matemáticas en particular son bajos en la mayoría de países.

Respecto a la evaluación de los conocimientos de matemáticas, estos estudios tienen diferentes enfoques, por ejemplo el informe de TIMSS se centra en asegurarse de que se cumple el plan de estudios diseñado por cada país. Valoran si los profesores cumplen los objetivos, cómo imparten los contenidos, etc. y si los alumnos alcanzan los conocimientos básicos en los diferentes apartados. Sin embargo, el informe PISA no se centra en ningún aspecto concreto del curriculum sino en valorar si los alumnos son capaces de aplicar los conocimientos matemáticos aprendidos en problemas y situaciones reales.

En cualquier caso, la resolución de problemas es clave en la buena evaluación de los estudiantes de Matemáticas. En Estados Unidos, la NCTM (The National Council of Teachers of Mathematics) establece que la resolución de problemas debe ser el núcleo de las matemáticas escolares (Reston, 2000). El informe Cockcroft (Cockroft, 1982), una visión del sistema educativo en Inglaterra y Gales encargado por El Ministerio de Educación británico y referente de muchos sistemas educativos, ya manifiestaba una creciente preocupación por la enseñanza de las matemáticas y la reducción del tiempo dedicado a ellas en los programas. El informe afirma que es una materia que requiere mucho trabajo y práctica, independientemente del nivel de conocimiento que se tenga. En sus conclusiones y recomendaciones destaca que la enseñanza de las matemáticas en todos los niveles debe dedicar un tiempo para la explicación teórica del profesor, la discusión entre el profesor y los estudiantes, el trabajo práctico, la consolidación y práctica de habilidades y rutinas básicas y la resolución de problemas, incluyendo la aplicación de las matemáticas a situaciones de la vida real.

Para realizar la resolución de problemas con éxito es necesario que los estudiantes entiendan y sean capaces de representar simbólicamente la estructura semántica de los mismos. Es un hecho que los niños desarrollan el lenguaje académico mucho más tarde del cotidiano (Cummins, 2000), por lo que un desarrollo pobre del lenguaje afectará al aprendizaje de las matemáticas. Establecer una relación entre el proceso evolutivo de aprendizaje del lenguaje

ISBN 978-84-945722-3-4

y su efecto en el aprendizaje de las Matemáticas será clave para diseñar acciones que mejoren el resultado del aprendizaje.

En este artículo se estudia la influencia del lenguaje en la resolución de problemas aditivos redactados en un lenguaje próximo al cotidiano que usan los niños de entre 6 y 12 años. El objetivo es encontrar el modelo más adecuado que relacione la influencia del lenguaje y el curso de los estudiantes con la habilidad para resolver problemas de una sola operación, ya sea suma o resta. A continuación se muestra el análisis de los datos obtenidos y las conclusiones.

Se evalúa el rendimiento de los alumnos de primaria de entre 6 y 12 años en los problemas aritméticos que son aquellos en los que las preguntas se refieren a los datos que representan cantidades y las relaciones que existen entre ellos. Este tipo de problemas son los primeros que se encuentran los estudiantes de primaria en su curriculum y también los que tienen que ver con muchas situaciones reales del día a día. La dificultad de estos problemas varía según su formulación, el vocabulario que se utilice, si se dan datos irrelevantes o no, según sea la escala de los números involucrados, etc.

Diferentes autores, (Carpenter y Moser, 1983), realizan la siguiente clasificación de los problemas aditivos:

- **Cambio**: Operación de transformación sobre una cantidad inicial, que experimenta un aumento o disminución. Operaciones del tipo a + b = c dan lugar a tres tipos de problemas según sea la incógnica, a, b o c. Y otros tres para problemas del tipo a-b=c.
- **Combinación**: Dos cantidades pueden ser consideradas aisladamente o como parte del conjunto sin que exista interacción. Hay dos tipos de problemas, los que preguntan por la unión o por el subconjunto.
- **Igualdad**: Contienen elementos de problemas de cambio y comparación. Hay seis tipos de problemas diferentes.
- **Comparación**: Se establece una comparación entre dos conjuntos ya sea para determinar la diferencia entre ellos o para encontrar una incógnita. De este tipo hay 6 problemas diferentes dependiendo de si se pregunta sobre la diferencia entre ambos conjuntos, la comparación entre ellos o sobre el de referencia, teniendo en cuenta que

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

en cada caso se pueden distinguir dos problemas en función de si se utilizan los términos “mayor” o “menor”.

Siguiendo la clasificación anterior, se creó un cuestionario con 20 preguntas para evaluar a los alumnos cuyos resultados son recogidos en la variable denominada *RP*.

La población estudiada consta de 178 estudiantes de primero a sexto grado de entre 6 y 12 años de una escuela pública española de nivel socio-económico medio/bajo. Se consideraron tres grupos de alumnos, el grupo G1 formado por los alumnos que están aprendiendo a leer y las operaciones aritméticas, el grupo G2 formado por alumnos que ya saben leer y comprenden las operaciones aritméticas y el grupo G3 que son los alumnos que deben de tener una mayor capacidad para transcribir los problemas a lenguaje matemático. En la siguiente tabla se muestra un resumen de los grupos considerados:

Grupo	Curso (años)
G1	1º-2º (6-8)
G2	3º-4º (8-10)
G3	5º-6º (10-12)

Para determinar el modelo que relaciona la comprensión lectora y la resolución de problemas se realizará un análisis de la covarianza o ANCOVA con las notas sacadas del test propuesto que evalúan la comprensión lectora de los enunciados de los problemas, “Comprensión Lectora” (*CL), y la correcta* resolución de los mismos, “Resolución de Problemas” (*RP)*. Esta técnica permite establecer modelos de regresión lineal entre dos variables continuas, una independiente denominada covariable (*CL*) y otra dependiente (*RP*) cuyos datos pertenecen a diferentes categorías. En este caso las categorías son los grupos de alumnos que permiten incorporar a los modelos el nivel evolutivo de los mismos. Pero para poder usar la técnica propuesta se tiene que cumplir que las observaciones sean independientes, que no haya valores atípicos, que los residuos sean normales en cada grupo, que haya homogeneidad de las varianzas y sobre todo que efectivamente haya una relación lineal entre las variables y que las pendientes de los modelos de regresión simple en cada grupo sean paralelas, es decir, que no haya interacciones entre los grupos. Para ello hay que construir los siguientes modelos:

- Modelo 1: Regresión lineal simple con todos los datos:

$$RP = a + b * CL$$

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

- Modelo 2: Modelo de regresión ANCOVA

$$RP = a + b * CL + \sum Gi$$

- Modelo 3: Regresión lineal simple por grupos (uno por grupo)

$$RP_{Gi} = a + b * CL_{Gi}$$

El procedimiento de análisis de datos para encontrar el modelo más adecuado seguirá los siguientes pasos:

- **Paso 1:** Contraste para determinar si los grupos son necesarios en el modelo (Modelo 1 frente a 3): Contraste $F^{1\text{-}3}$.
- **Paso 2:** En caso de que los grupos sean necesarios, contrastar si el Modelo 2 es suficiente o son necesarios los individuales del Modelo 3: Contraste $F^{2\text{-}3}$.
- **Paso 3:** Selección e interpretación del modelo seleccionado. Si el contraste del Paso 2 es significativo, elegir el Modelo 3, sino, elegir el Modelo 2.

En ambos casos el estadístico de contraste es:

$$F^{i\to j} = \frac{(RSS_i - RSS_j)/gl_{i\to j}}{RSS_j/gl_j},$$

donde *RSS* es la suma de cuadrados del modelo correspondiente y *gl* los grados de libertad. El significado del contraste se dará en el análisis de datos.

Análisis de datos

El resumen de la variable *RP* se puede ver en los diagramas de cajas de la Ilustración 1 y en la siguiente tabla donde se recoge *la* media (E[X]), la cuasi-desviación típica (s) y el número de datos (N) *por grupo*:

	G1	G2	G3
E[*RP*]	1,165	2,537	3,757
s	1,962	2,865	2,686
N	74	40	64

ISBN 978-84-945722-3-4

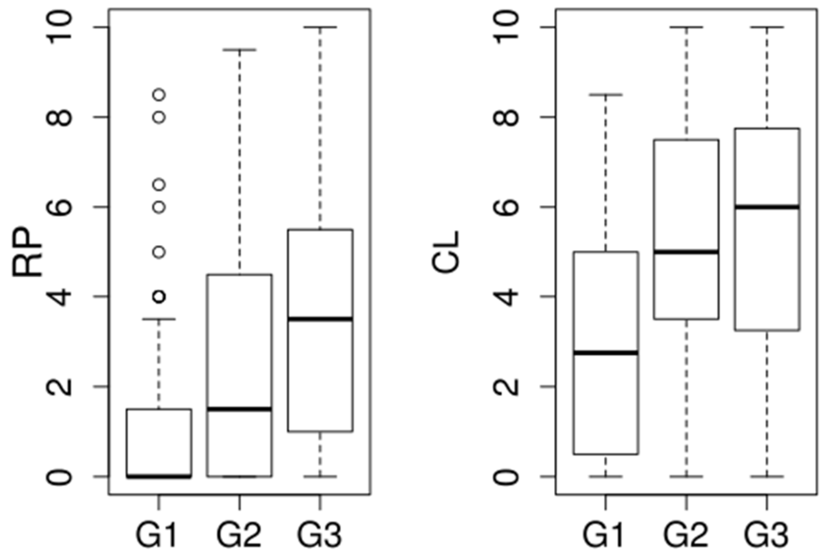

Ilustración 5: Diagramas de caja de las variables RP y CL

En la Ilustración 1 se observa que el grupo G1 presenta datos atípicos en la variable RP y que si no se considera el G1 en la variable CL, el crecimiento lineal de las medias no es tan marcado, además al representar el Modelo 2 de regresión lineal simple por grupos se observa en la Ilustración 2 que las pendientes de los modelos de G2 y G3 se pueden considerar paralelas pero no la de G1. Por estas razones la primera decisión es prescindir de los datos del grupo G1 para los siguientes análisis ya que no cumplen las hipótesis para realizar el análisis propuesto.

ISBN 978-84-945722-3-4

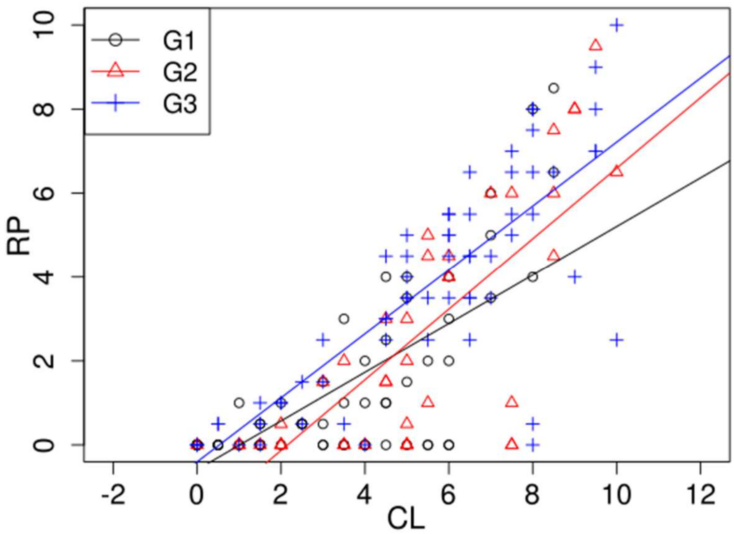

Ilustración 6: Regresión lineal simple por grupos (Modelo 2).

Considerando como el conjunto de datos total el formado por G2 y G3, se obtiene:

Modelo	Ajuste	gl	R²	RSS
1	*RP* = -0,982+0,798 * *CL*	102	0,598	326,311
2	*RP* = -1,545+0,789 * *CL+0,995 * G3*	102	0,628	302,019
3-G2	*RP* = -1,811+0,840 * *CL*	38	0,581	134,282
3-G3	*RP* = -0,402+0,762 * *CL*	62	0,633	166,673

Donde gl son los grados de libertad del modelo, R^2 es el coeficiente de determinación y RSS la suma de los errores al cuadrado. En el modelo 2, G3 en una variable binaria que toma valor 1 si el alumno pertenece al grupo 3 y 0 si pertenece al grupo 2. Se considera RSS_1=326,311, RSS_2=302,019 y $RSS_3=RSS_{3\text{-}G2}+RSS_{3\text{-}G3}$=134,282+166,673=300.995.

Paso 1: Contraste realizado:

- H_0= Los grupos son iguales, es decir, la variabilidad explicada por la inclusión de los grupos es despreciable
- H_1= Los grupos son diferentes

$$F^{1\to 3} = \frac{(326{,}311 - 300{,}995)/2}{300{,}995/100} = 4{,}212$$

Comparado con $F_{(2,100)}(0.95) = 3.08$ significa que el contraste es significativo con un p-valor = 0.0175 rechazar la hipótesis nula. Los grupos aportan variabilidad.

Paso 2: Contraste realizado:

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

- H_0= Las pendientes son iguales para todos los grupos.
- H_1= Las pendientes no son iguales.

$$F^{2\to 3} = \frac{(302{,}019-300{,}995)/1}{300{,}995/100} = 0{,}353.$$

Comparado con $F_{(1,100)}(0.95) = 3.936$ significa que el contraste no es significativo con un p-valor = 0.554 no rechazar H_0.

Paso 3: Como en el paso 2 no se rechaza la hipótesis nula se selecciona el Modelo 2 (ANCOVA):

$$RP = -1{,}545+0{,}789*CL+0{,}995*G3.$$

Este modelo permite estimar los valores de la variable *RP* en función de *CL* según el estudiante pertenezca a un grupo u otro. La estimación se puede ver en las rectas de regresión de la Ilustración 2:

- *Para el G2: RP* = -1,545+0,789**CL.*
- *Para el G3: RP = -0.550+0,789*CL.*

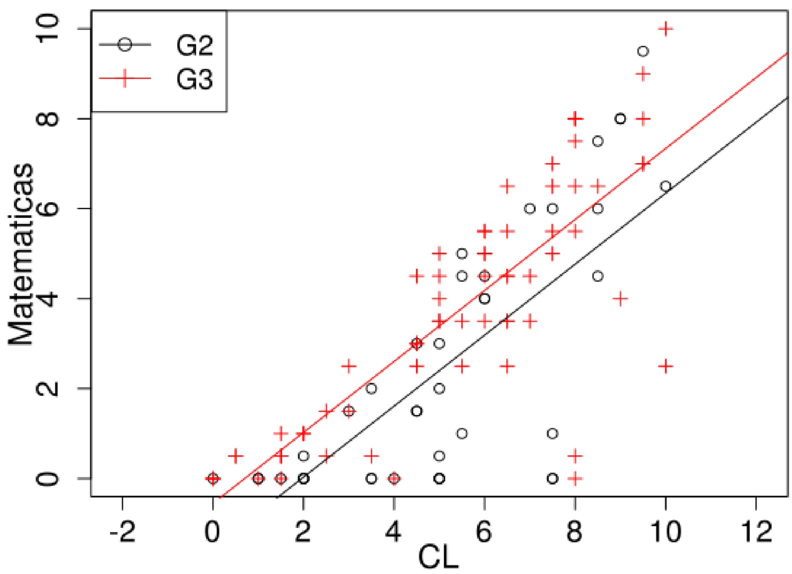

Ilustración 7: Modelo seleccionado, Modelo 2. ANCOVA.

Se puede comprobar que al evaluar el modelo obtenido en el valor medio de la variable comprensión lectora, *CL=5,351, s*e obtiene que el valor medio de *RP* según el modelo seleccionado es 2.672 para el G2 y 3.674 para el G3. Estos resultados son una buena aproximación comparados con los valores medios de estas variables, 2,537 y 3,757 para los

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

grupos G2 y G3, respectivamente. Además, se observa que los resultados entre el grupo G2 y G3 tienen un desfase de 0,995 puntos.

Conclusiones

El análisis realizado permite encontrar un modelo que relaciona la comprensión lectora de los alumnos (variable denominada *CL*) con la habilidad para resolver problemas matemáticos (variable denominada *RP*) teniendo en cuenta el efecto del nivel evolutivo de los alumnos. Para ello se consideran tres tipos de modelos, regresión lineal simple con todos los datos, por grupos y ANCOVA. Mediante contraste de hipótesis se comparan los tres modelos para ver si la inclusión de los grupos afecta o no al modelo y se selecciona el modelo más adecuado de entre ellos. En los datos analizados separados en tres grupos, se descarta el primero por no verificar las hipótesis del modelo ANCOVA y con los datos de los otros dos grupos se concluye que la presencia de los grupos es necesaria en el modelo. Que existe una influencia en el modelo según al grupo que pertenece el alumno y que el resultado de los alumnos del grupo G3 están 0,995 puntos por encima del G2. Eso permite estimar mejor los resultados descartando el efecto entre grupos.

Referencias bibliográficas

Carpenter, T. P., Hiebert, J., & Moser, J. M. (1983). The effect of instruction on children's solutions of addition and subtraction word problems. Educational Studies in Mathematics, 14(1), 55-72.

Cockcroft, W. H. (1982). Report of the Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools.

Cummins, J. (2000). Language, power, and pedagogy: Bilingual children in the crossfire (Vol. 23). Multilingual Matters.

Reston, V. NCTM (2000). Dorothy Y. White For the Editorial Panel.

Krulik, S. and Rudnick, K. (1980). Problem solving in school mathematics. National council of teachers of mathematics; Year Book. (Reston: Virginia).

Steiner-Khamsi, G. (2003). The politics of league tables. *JSSE-Journal of Social Science Education*, *2*(1).

ISBN 978-84-945722-3-4