

## ENSINO E APRENDIZAGEM DE INTEGRAIS DE FUNÇÕES RACIONAIS USANDO O SOFTWARE MAPLE.

Infeliz Carvalho Coxe  
[m82infelizcoxe@yahoo.com.br](mailto:m82infelizcoxe@yahoo.com.br)  
Universidade Lueji A`Nkonde – Angola

Tema: TIC e Matemática

Modalidade: Comunicação Breve (CB)

Nível: Terciário - Universitário

Palavras Chave: Integração, Conteúdos básicos, software

### Resumo:

*Este artigo foi desenvolvido por meio de uma pesquisa em sala de aula, onde o professor pesquisador procurou discutir conteúdos matemáticos básicos com ajuda do software Maple em um curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Lueji A`Nkonde na República de Angola. A mesma teve como objectivo fazer com que o aluno trabalhe-se com integrais de funções racionais, desenvolvendo as actividades propostas e registrando os procedimentos e análises ao longo da execução das actividades, dentro de uma atitude reflexiva e crítica. O mesmo da importância ao uso do computador software na aula de matemática já que o professor precisa estimular a criatividade do aluno na busca de novos problemas e soluções possibilitando assim a construção do seu próprio conhecimento matemático.*

### Introdução

O Cálculo diferencial e integral é um ramo da Matemática, considerado como a linguagem por excelência do paradigma científico e como instrumento indispensável de pensamento para quase todas as áreas do conhecimento. Desde sua consolidação no final do século XVII com Newton e Leibniz, foi introduzida como disciplina básica e obrigatória em diversos cursos de graduação da área de ciências exatas.

Segundo Lachini (2001) o ensino-aprendizagem de Cálculo pretende cumprir dois objetivos principais: um deles é habituar o estudante a pensar de maneira organizada e com mobilidade; o outro, é estabelecer condições para que o estudante aprenda a utilizar as ideias do Cálculo como regras e procedimentos na resolução de problemas em situações concretas.

Para Lachini (2001) o primeiro destes objetivos almeja que o estudante tenha contato com a matemática como técnica de conhecer, de pensar e de organizar; é preciso que o estudante pense sobre o significado geométrico e numérico do que está fazendo, saiba avaliar e analisar dados, explique o significado de suas respostas. O segundo está

orientado para que o aluno adquira compreensão e capacidade de aplicação prática dos conceitos e definições, estando atento para que o cálculo não se torne um mero receituário.

Para Melo (2002) uma das tentativas de modificação desse quadro seria a utilização de novas tecnologias computacionais como ferramentas didáticas no Curso de Cálculo Diferencial e Integral.

O emprego do computador ajuda o aluno a libertar-se da execução de algoritmos e procedimentos demorados, podendo este ultrapassar o papel passivo de escutar, ler, decorar e de repetir ensinamentos do professor e tornar-se criativo, crítico, pesquisador e atuante, para produzir o conhecimento. Seu uso pode permitir planejar atividades nas quais os alunos desenvolvam habilidades e práticas de visualização e simulação, explorando e controlando variáveis, fazendo conjecturas e testando hipóteses.

Para o efeito utilizamos o software Maple, o mesmo ao resolver integrais de funções racionais, contém comandos que transformam a função em funções parciais e em seguida apresenta o valor da integral, dando espaço para o aluno descobrir os passos omitidos pelo software. E é neste momento onde o mesmo começa a discutir conteúdos básicos tornando o processo de ensino aprendizagem significativo.

### **Ensino e Aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral**

Vários pesquisadores da actualidade vêm fazendo pesquisa acerca do ensino das integrais.

Caraça (2000) comenta a respeito da diferença que há entre um conhecimento em produção e um conhecimento já transposto para o livro didático. Ele aborda esse aspecto interessante, enfatizando que se costuma trabalhar somente o conteúdo conforme está no livro didático esquecendo-se da forma ou dos problemas e etapas envolvidas na construção do conhecimento.

Dada a influência que os livros didáticos exercem no processo escolar eles poderiam (ou não) favorecer uma visão do real significado da integral mostrando a dinâmica da sua estrutura e a história dos seus sujeitos e objetos.

A própria natureza da matemática muda na passagem para o ensino superior. Os resultados apresentados na universidade são em geral fruto de motivações internas da própria construção matemática. Trata-se de uma nova cultura, em que as ideias prévias têm que ser necessariamente revisitadas.

D'Ambrósio (2007) enfatiza, entende-se que a consciência é o impulsionador da ação do homem em direção à sua sobrevivência e transcendência ao se saber que vai por sua vez ser decisivo para a ação e, por conseguinte é no comportamento, na prática, no fazer que se avalie, redefina e reconstrói o conhecimento.

Um dos problemas que pode influenciar a aprendizagem dos alunos que estudam Cálculo está relacionado à forma como esses conteúdos são trabalhados em diferentes cursos universitários, em uma aula de Matemática, o professor pode levar o aluno a ter um papel ativo no seu aprendizado, uma vez que é preciso formar no estudante, senso crítico para que ele possa desenvolver a capacidade de questionar, relacionar ideias e investigar.

Para Silva (2004) qualquer que seja o processo utilizado para alcançar sucesso na aprendizagem ele se apoia em algum tipo de representação uns mais sofisticados com representações dinâmicas (Softwares) outros mais simples (usando papel e lápis). Pode-se observar que essas tais representações são importantes, pois o aluno na tentativa de resolver qualquer questão procura representá-lo de alguma forma como meio de auxiliar o entendimento.

Dietrich (2009) afirma que no processo de ensinar e aprender, as relações entre professor e aluno, embora muitas vezes complexas, são peças fundamentais para que a aprendizagem ocorra efetivamente. Essas relações envolvem interesses, motivações, comportamentos pessoais de cada sujeito, mas também se caracteriza pela seleção de conteúdos, organização, sistematização didática, a fim de facilitar a aprendizagem dos alunos.

O professor precisa estimular a criatividade do aluno na busca de novos problemas e de soluções. Entre o momento em que o aluno recebe o problema e o momento em que ele

produz sua resposta, o professor deve evitar intervir, para que não atrapalhe o aluno na construção do conhecimento referente à situação.

### **Ensino e Aprendizagem de Integrais de Funções Racionais.**

Um dos grandes desafios no ensino superior de matemática ainda é, sem dúvida, o tão propalado “fracasso no ensino de Integrais de funções racionais”. Creio que, se investigarmos a origem histórica de tal “fracasso”, verificaremos que este tem início desde o momento em que se começa a ensinar funções racionais. Mas é neste momento que de maneira recursiva surge a oportunidade de resgatarmos a matemática elementar que é tida como responsável pelo fracasso em cálculo diferencial e integral no ensino Superior.

Não obstante, pensarmos de forma diferente: acreditamos que grande parte das dificuldades de aprendizagem no ensino de Cálculo (Integrais de funções racionais) é essencialmente de natureza epistemológica. Pode-se dizer ainda mais: as raízes do problema estão além dos métodos e das técnicas, sendo inclusive anteriores ao próprio espaço-tempo local oriundos de classes anteriores.

### **O Software Maple.**

O Software Maple é um programa de Computação Algébrica de uso geral que vem sendo desenvolvido desde 1981 na Universidade de Waterloo, no Canadá. Associar o Maple em aulas práticas pode tornar certos conceitos bem mais claros e atrativos, sendo grande a variedade de temas que podem ser explorados com tais recursos. Além de ser uma atividade prazerosa e criativa, o uso da informática permite o desenvolvimento de habilidades de raciocínio, bem como de organização, atenção e concentração, tão necessárias a pesquisa.

Junior (2006) afirma que as possibilidades e as potencialidades das interações humanas com as tecnologias informáticas têm, de forma inquestionável, ganhado espaço no conjunto das práticas da sociedade. Imersa neste conjunto, a área educacional, em sentido amplo, exerce e recebe, de forma mais ou menos ostensiva, as mais variadas formas de influência neste mesmo conjunto de práticas.

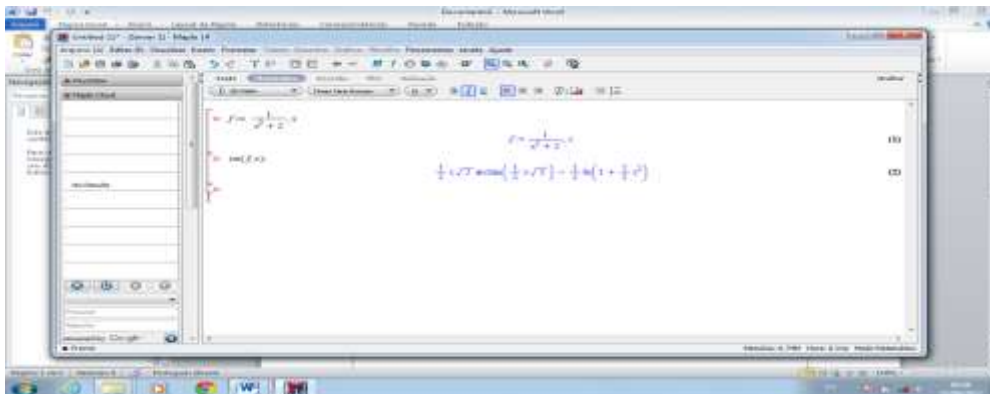
O Maple possui inúmeros recursos numéricos e gráficos, além de também funcionar como uma linguagem de programação. Ele vem sendo desenvolvido pela Waterloo Maple para vários sistemas operacionais. Com ele é possível realizar cálculos que contenham símbolos, como  $\pi, \infty, \sqrt{2}$  sem a necessidade de fazer aproximações numéricas ou realizar simplificações e cálculos com expressões algébricas, como  $ax^2 + bx$  ou  $x^3 + \log(x)$ , sem ser preciso atribuir valores numéricos às variáveis ou constantes. Devido a essas propriedades, é possível encontrar soluções exatas para problemas práticos que envolvam Cálculo Diferencial e Integral tais como:

- operações básicas de matemática;
- limite e continuidade;
- derivada;
- integral; integração por substituição, por partes, frações parciais e múltiplas;
- aplicações na Matemática: cálculo de comprimento de arco, área de uma região limitada, área e volume de um sólido, sólido de revolução, etc.

Abaixo apresento a área de trabalho onde são digitados os comandos e visualizados as respostas apresentadas pelo software Maple. Para exemplificar calcularei a integral de

$$f(x) = \frac{1}{x^2+2} dx.$$

### Interface Maple.



A utilização do software permitirá que o aluno não continue passivo no processo de construção do conhecimento independente do recurso que se usará. Poder-se-á, a partir das soluções apresentadas pelo mesmo, criar situações de aprendizagem para que o aluno na interação e manipulação do software indaga os passos omitidos e construa o seu conhecimento.

### Integração de Funções Racionais Usando o Maple.

A integral (primitiva) de uma função definida por uma expressão algébrica  $f(x)$  na variável  $x$  é calculada com um comando  $\text{int}(f(x),x)$ .

As regras básicas de integração, como por substituição, frações parciais e integração por partes, são bem conhecidas pelo programa. Para o efeito nota-se que na medida em que resolvemos as integrais ele deixa um espaço para o aluno endagar e discutir os passos omitidos e neste momento o aluno ao analisar a integral de função racional resolvida pelo software Maple, começa a visitar conteúdos básicos tais como: Adição e subtração de frações, divisão de polinômio, factoração, resolução de sistemas de equações lineares, etc.

Para a resolução de integrais por frações parciais são utilizados os seguintes comandos:

>with(student):

>f:=expressão que define a função;

>convert(f,parfrac,x); escreve a expressão que define a função como soma de frações parciais.

>Int(f,x)=Int(" ,x); apresenta a integral da soma de frações parciais.

>expand(rhs(")); apresenta a soma das integrais das frações parciais do lado direito do item anterior (rhs(")).

>value(""); calcula as integrais.

>Int(f,x)=int(f,x); apresenta a integral com a resposta.

Exemplo:

$$\blacktriangleright 1) \int \frac{(-2x+4)}{(x^2+1)(x-1)^2} dx$$

Solução:

>with(student):

>f:=(-2\*x+4)/((x^2+1)\*(x-1)^2);

$$f := \frac{-2x + 4}{(x^2 + 1)(x - 1)^2}$$

>convert(f,parfrac,x);

$$\frac{-2}{x-1} + \frac{2x+1}{x^2+1} + \frac{1}{(x-2)^2}$$

>Int(f,x)=Int(" ,x);

$$\int \frac{(-2x+4)}{(x^2+1)(x-1)^2} dx = \int \left( \frac{-2}{x-1} + \frac{2x+1}{x^2+1} + \frac{1}{(x-2)^2} \right) dx$$

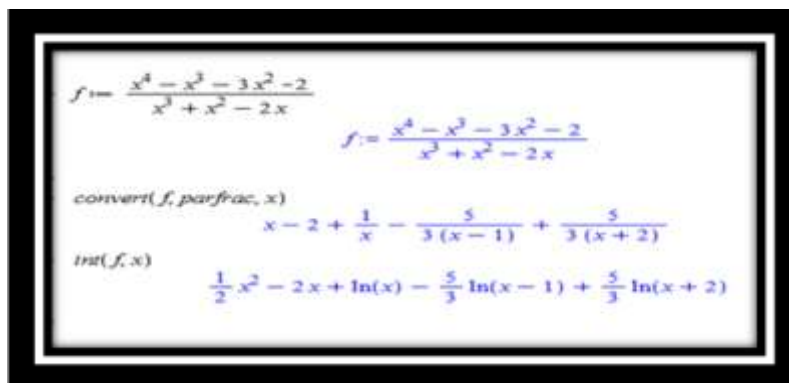
>expand(rhs("));

$$\int \frac{(-2x+4)}{(x^2+1)(x-1)^2} dx = \int \left( \frac{-2}{x-1} dx + \int \frac{2x+1}{x^2+1} dx + \int \frac{1}{(x-2)^2} \right) dx$$

>value(");

$$\frac{-1}{x-1} - 2 \ln(x-1) + \arctan(x) + \ln(x^2+1)$$

Pode-se observar a integral abaixo resolvida pelo software Maple, dando ideia da oportunidade de discutirmos no Curso Superior de Matemática conteúdos matemáticos básicos. Tornando o ensiso de Integrais de Funções Racionais numa atividade significativa, facilitando o processo de ensino e aprendizagem das mesmas.



$$f := \frac{x^4 - x^3 - 3x^2 - 2}{x^3 + x^2 - 2x}$$

$$\text{convert}(f, \text{parfrac}, x)$$

$$x - 2 + \frac{1}{x} - \frac{5}{3(x-1)} + \frac{5}{3(x+2)}$$

$$\text{int}(f, x)$$

$$\frac{1}{2}x^2 - 2x + \ln(x) - \frac{5}{3} \ln(x-1) + \frac{5}{3} \ln(x+2)$$

A integral do quadro acima foi resolvida utilizando o software Maple, podemos observar que a função foi convertida em frações parciais, e é neste momento que se leva o aluno a endagar os passos omitidos pelo software, resolvendo a divisão do polinómio que é conteúdo básico. E este conhecimento já não mas será fragmentado ele construíra seu proprio significado diante a atividade critica e reflexiva que o mesmo vivenciou.

### Considerações Finais

Há muitos tipos de meios e de práticas a serem levadas a cabo por diferentes professores em contextos variados. A metodologia a ser usada em um determinado conteúdo matemático pode abrir novas possibilidades para a acção e pode conduzir a melhoramentos naquilo que se faz. A imformática pode potenciar a transformação que se deseja e que se é capaz de fazer com os alunos. No entanto, para alguns professores o software na aula de matemática é muito ameaçadora ou difícil de levar a cabo enquanto outros pensam que a mesma é qualquer coisa que estamos sempre a fazer.

O professor de Matemática pode ser um agente criativo e inovador no processo de questionamento, característico das práticas de ensino, mas o foco desse questionamento

deve estar enraizado nos problemas que afectam o ensino e a aprendizagem. Não há uma única abordagem no processo de pesquisa ou de questionamento – o professor deve estar atento à variedade de possíveis opções.

Assim podemos afirmar que, um ensino que utilize o computador- software para resolver exercícios matemáticos, de forma mais significativa, necessita do envolvimento dos alunos e do professor, respeitando os limites e o ritmo de cada um deles. Neste caso o aluno passa a ser um agente ativo de sua aprendizagem e o professor assumindo uma postura de facilitador da aprendizagem.

### Referências

- Araujo, J. L. (2002) Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática: As Discussões dos Alunos. Tese de Doutorado. UNESP, Rio Claro
- Barbosa, M. A. (2004) O insucesso no ensino e aprendizagem na disciplina de cálculo diferencial e integral. PUCPR. (Dissertação de Mestrado).
- Borba, M. C. (1999) GPIMEM e Unesp: pesquisa, extensão e ensino em Informática e Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Unesp
- Melo, J. M. R. (2002) Conceito de Integral: uma proposta computacional para seu ensino e aprendizagem, São Paulo. Dissertação (mestrado em educação matemática). Pontificia Universidade Católica de São Paulo.
- Olveira, A, H, (2004) A noção de Integral no contexto das concepções Operacionais e Estruturais. São Paulo. Dissertação( Mestrado em Educação Matemática) Pontificia Universidade Católica de São Paulo.
- Reis, F. da S. (2001) A tensão entre rigor e intuição no ensino de Cálculo e Análise: a visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos. Campinas. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas.
- Silva, M. D. F. (1999) O computador na formação inicial do professor de Matemática: um estudo a partir das perspectivas de alunos - professores. 179 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1999.
- Sousa JR., A.J. (2000) Trabalho coletivo na universidade: Trajetória de um grupo no processo de ensinar e aprender cálculo diferencial e integral. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.
- Reilly, P.R. (1997). Laws to regulate the use of genetic information. In M. A.Rothstein (Ed.), *Genetic*