

INTERVENCIÓN DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DEL ÁLGEBRA EN LA ESCUELA PRIMARIA

María de Lourdes Sánchez Ugalde

lulusa41@hotmail.com

DME, Cinvestav I.P.N. México

Tema: Pensamiento algebraico

Modalidad: CB

Nivel educativo: primaria

Palabras clave: *álgebra, pensamiento especializado, actividad, acciones mentales, motivos-conocimiento*

Resumen

Nuestra propuesta de intervención consta de las siguientes etapas para la actividad algebraica y su proceso de enseñanza y aprendizaje: una Base Orientadora de la Acción la cual se proporciona a los estudiantes, en cuyo contenido aparece un sistema necesario de conocimientos algebraicos, las condiciones que debe tener en cuenta para realizar las tareas, las acciones que debe ejecutar y el orden. Una fase material o materializada en la cual los estudiantes inician la ejecución de la acción con el apoyo del profesor cuyo papel es orientar y regular el aprendizaje, presentando a los estudiantes los medios necesarios para resolver el problema dado. En la fase de la acción verbal se presenta la habilidad de aplicar la actividad a condiciones nuevas, el estudiante explica a otro estudiante, garantizando que la acción sea consciente. Las acciones mentales debe transitar por etapas para la formación de los conceptos (Galperin, 1959;1992). Las historias-problema están diseñadas para que los estudiantes pequeños tengan disposición favorable hacia los objetos algebraicos.

Una base teorica para la enseñanza del álgebra

Piotr Iakovlevich Galperin (1959;1992) (Гальперин Пётр Яковлевич) organiza pedagógicamente su teoría de la formación por etapas de las acciones mentales y los conceptos, en sus palabras “La actividad objetiva concreta del sujeto... significa el requisito de interpretar como un proceso encaminado a la solución de determinados problemas. El proceso de solución de problemas consiste en la transformación orientada del material inicial, esta transformación se consigue realizando determinadas acciones en la mente. De aquí que el problema psicológico consista en aclarar de qué forma estos objetivos se transforman en nuestras propias acciones mentales y principalmente, de qué forma aparece un procesos psicológico nuevo concreto” Para Galperin esto responde la hipótesis de la formación escalonada de las acciones mentales. Su tesis fundamental se basa en que la actividad mental es el resultado del paso de las acciones materiales externas al plano de la reflexión, al plano de la percepción de las imágenes y los conceptos.

Nuestro fundamento teorico descansa en la concepción que Galperin creó, desde esta teoría se concibe el proceso de asimilación de los conocimientos matemáticos,

particularmente algebraicos, como un proceso activo, en este proceso se forman las habilidades y las capacidades básicas para estudiar álgebra. No es concebida de forma mecánica, sino como un proceso de producción, de enriquecimiento y transformación de los conocimientos y habilidades adquiridos. El incremento de sus capacidades y habilidades matemáticas lo sitúa en mejores condiciones para recibir conocimiento nuevo, este proceso se desarrolla en forma de actividad material-materializada a verbal-mental, permaneciendo el contenido objetual.

Para que el proceso de asimilación se realice es necesario que el estudiante pequeño ejecute un conjunto de acciones, estas deben seguir un orden, una lógica, siempre encaminadas hacia algo específico que está determinado por el objeto hacia el cual se dirige. Además debe manifestarse un motivo o un objetivo, y con ello, la necesidad de realizar la tarea asignada.

Para realizar las acciones es necesario un conjunto de pequeñas acciones que le dan continuidad al proceso de acción, las operaciones y el componente esencial en la acción es la BOA (*Base Orientadora de la Acción*) que pone en obra el estudiante pequeño. Para Galperin la BOA implica una imagen de la acción a ejecutarse y la generación de las condiciones favorables para que suceda.

La evaluación de la acción será desde la calidad del producto hecho por los estudiantes pequeños, para lograrlo se consideran las características fundamentales de la acción como son: *la forma, la generalización, la independencia, la conciencia y la solidez.*

Durante la ejecución de la acción en la etapa material-materializada se debe tener en cuenta la ejecución de las tareas, el método, los medios, la forma y el control conforme las etapas del proceso de asimilación a partir de las características de las tareas (historias-problema), estas deben propiciar la ejercitación de las acciones y las habilidades algebraicas que queremos formar en los estudiantes pequeños. Para Piotr Iakovlievich Galperin en la actividad del proceso de intervención, las acciones mentales pasan por etapas para que se dé la formación de conceptos, tales etapas son:

Etapa motivacional

En este periodo se pueden obtener muchos logros como las aptitudes, el interés, la dedicación, y la disposición al trabajo para conocer el contenido a estudiar. Se prepara al estudiante pequeño para conocer el contenido de la tarea (historia-problema) algebraica y para asimilar los conocimientos que surgen de ella. El método que se usa es plantear problemas mediante las historias-problema narradas en voz alta al grupo,

para después recuperar los enunciados que llevan a fijar la atención en las cualidades cuantitativas del objeto.

Etapa de la base orientadora de la acción (BOA)

Consiste en el conocimiento de la acción y de las condiciones en que debe realizarse, proporcionando al estudiante pequeño el sistema necesario de conocimientos sobre el objeto algebraico que se encuentra en las historias-problema, lo que debe tomar en cuenta y lo que no (discriminar), las acciones algebraicas que debe ejecutar y el orden en que deben ser ejecutadas tales acciones (inicia la memoria voluntaria). En esta etapa el estudiante pequeño no ejecuta la acción, sólo aprende como realizarla. Se presenta el material que debe asimilar y se profundiza en aquellas acciones que dan solución a las historias-problema. La forma de enseñanza es explicativa, se plantean los problemas invitando al grupo para dar solución. Los medios son láminas que contienen un escenario que hace referencia a cada una de las historias-problema, se narra y se explica la historia.

Etapa material-materializada

En esta etapa se inicia con la ejecución de la acción en el plano material-materializada, el estudiante pequeño ejecuta la acción y la profesora tiene la posibilidad de controlar la ejecución así como incidir en su formación y en la corrección o ajuste del aprendizaje logrado. Los estudiantes tienen que resolver las historias-problema apoyándose en los símbolos algebraicos para traducir del lenguaje común al lenguaje algebraico. Esta es una de las etapas más importantes en la formación de las acciones algebraicas, en esta etapa se incluye el operar con objetos reales o con sus sustitutos que son las imágenes dadas en la historias-problema y que posteriormente se dan a los estudiantes pequeños para colorear y recortar y diseñar los escenarios cuya finalidad es hacer la comparación entre las cantidades de las colecciones que son diferentes o iguales en cantidad. Estas imágenes representan una variante de presentación de la acción en su forma materializada, garantizando la solución pronta de la tareas, expresada por los estudiantes pequeño en su forma hablada y escrita.

Etapa Verbal

En este momento el estudiante pequeño domina la secuencia de la acción y ha adquirido a su vez los conocimientos necesarios sobre las relaciones algebraicas estudiadas, los estudiantes pasan a la etapa de formación en el plano del lenguaje, hablado o escrito. Existe una codificación en forma de concepto de la acción material. Los estudiantes interactúan en equipo o en pareja, discuten para dar solución a las historias-problema

planteados. Los medios usados se reducen, también los escenarios elaborados por el colectivo. El papel del profesor es intervenir para guiar o reajustar. Los estudiantes pequeños expresan de forma hablada detallada de las acciones necesarias para dar solución a los problemas, son capaces de explicar el procedimiento a otros compañeros. La forma explicativa refleja la calidad de la acción. El grado de generalización que requieren los estudiantes para resolver las historias-problema de *igualdad y desigualdad, las partes y el todo y la magnitud y la unidad de medida* involucran la habilidad de aplicar las relaciones algebraicas a tareas nuevas, las cuales no se habían dado hasta ese momento de intervención. La posibilidades de la aplicación de la acción algebraica constituye el límite en un determinado momento del proceso o finalización del mismo. El grado de despliegue permite comprender la lógica de la acción. En esta se muestra la capacidad del estudiante pequeño para dar explicaciones verbales, y cuando él explica a otro garantiza que la acción sea consciente. El grado de independencia en un principio la acción avanza de la etapa compartida, hasta que el estudiante pequeño ejecuta la acción de forma independiente.

La orientación que la profesora proporciona a los estudiantes pequeños utilizando los mediadores algebraicos permite el arribar a un final concreto, es decir, que de este componente depende la calidad de la ejecución posterior, de ahí que la importancia concedida al componente durante todo el proceso de intervención.

Etapas mentales

En esta etapa el lenguaje es interno del estudiante pequeño, procesado con su respectiva estrategia discursiva, el 'habla' para si mismo. Ha interiorizado y asimilado los contenidos, es capaz de transmitirlos estableciendo correctamente el pensamiento, la idea con sus valoraciones da la posibilidad de aplicación a nuevas situaciones, por lo que existe una independencia absoluta. En voz de Nina Fiodorovna Talizina (2006) (Талызина Нина Фёдоровна) el concepto sólo puede formarse cuando el estudiante ya conoce los objetos que forman parte de dicho concepto. Las historias-problema propuestos son resueltos sin ayuda, sin forma material-materializada y con carácter creador. El estudiante pequeño se dedica al trabajo de forma independiente, trabaja con sus compañeros da resultados, los comparte y los explica.

Es a través de la aplicación de la teoría de la formación por etapas de las acciones mentales en la cual se enfatiza el proceso de la transformación de la actividad externa-práctica a la actividad interna mental, es como se logra la elaboración consciente y con sentido de los conceptos de las relaciones algebraicas *de igualdad y desigualdad, de las*

partes y el todo y la magnitud y la unidad de medida por parte de los estudiantes pequeños, con mayor solidez y posibilidades de uso y aplicación práctica, lo cual se pone de manifiesto en el estudio de las relaciones algebraicas en las clases de matemáticas de la escuela primaria.

El diseño experimental para intervenir

Con el fin de estudiar las experiencias algebraicas en los primeros años de la vida escolar con estudiantes de 6, 7 y 8 años, presentamos los procesos *por los cuales se adquieren formas de pensamiento algebraico*. Realizamos una intervención estratégica, que permite el desarrollo de habilidades algebraicas y hábitos intelectuales reflejados en las acciones de los estudiantes, tales como saber escribir y hablar con símbolos literales. Dichas habilidades algebraicas que están ligadas con tres conceptos esenciales de esta disciplina matemática: la *igualdad y desigualdad* (número general), el *todo y sus partes* (incognita específica) y la *magnitud y la medida* (las variables relacionadas)

Durante la actividad algebraica los estudiantes pequeños reciben ayuda del adulto experto ‘el profesor’ con la finalidad de que de forma gradual asimile conceptos algebraicos. Asimismo desarrolle funciones mentales como la memoria y la atención a voluntad. Los estudiantes pequeños asimilan la experiencia intelectual [producto de la historia del desarrollo humano ‘intelectual científica’], moral, estética, en la escuela. Esta experiencia asimilada recibe el nombre de ‘educación’ (Talizina 2009).

La educación involucra los comportamientos de los estudiantes pequeños, su interés por conocer, por saber las causas del cómo se originan algunos fenómenos, siempre con la finalidad de ir hacia la estructura de los objetos reales y estudiarlos, pero cómo consiguen conocer, es simple, preguntado a los adultos. Conocer y preguntar permite la ampliación de su vocabulario, de la imaginación ya sea dibujando o narrando. (Rubtsov, 1978 y Tsukerman, 1985).

Las acciones que se incluyen en el aprendizaje del álgebra

El grupo estará integrado por profesoras de primero, segundo y tercer año de primaria, sus respectivos estudiantes y una investigadora-profesora. La investigadora-profesora tomarán todas las acciones en el aula como son: organizar los materiales para trabajar las historias-problema, regular los tipos específicos de conversación y dirigir las rutinas establecidas en el aula.

La presentación de las historias-problema a cada uno de los grupos, posee una estructura y un contenido específico: motivo, tema, acciones necesarias y suficientes. Zaporozhets (1963) demostró que la efectividad de las *acciones* que se realizan para

resolver un problema depende en gran medida del carácter de la tarea, dicha efectividad será mayor cuanto mayor sentido tenga la tarea. El resultado de tales acciones es que los estudiantes pequeños desarrollen habilidades algebraicas y hábitos intelectuales que le son requeridos en un futuro en el álgebra escolar tales como: identificar, reconocer y deducir, escribir con letras las cantidades y explicar de forma hablada las relaciones; conjeturamos permiten comprender la relaciones de *igualdad y desigualdad*, *el todo y sus partes* y *la magnitud y la medida*.

Los historias-problema

El diseño de las historias-problema, consiste en una serie de tareas con cierta secuencia que demandan de los estudiantes pequeños una solución poco tradicional, cuya finalidad es lograr la comprensión de los conceptos algebraicos [Anexo 1]. Con ello, los estudiantes desarrollarán la capacidad de analizar situaciones problemáticas en un nivel muy general.

En cada historia-problema se explorarán las propiedades cuantitativas de los objetos reales: cantidad longitud, largo y ancho. Los estudiantes pequeños aprenderán a identificar, reconocer, aislar y escribir y hablar con símbolos literales que son usados en el álgebra una sola característica cuantitativa de un objeto, por ejemplo, largo y ancho, de un objeto así como lo abstracto de la orientación espacial del objeto.

Relaciones de igualdad y desigualdades

En este tipo de historias-problema los estudiantes pequeños aprenderán a comparar los objetos y determinar si son iguales o diferentes con respecto a una propiedad cuantitativa utilizando como referente los signos $=$ y \neq para después explicar con palabras por qué son iguales o por qué son diferentes. Asimismo, utilizaran los símbolos literales para representar tal propiedad cuantitativa del objeto y usaran los signos respectivos.

Una vez que el estudiante pequeño conoce y usa los signos y los símbolos literales para representar dicha acción y responde las preguntas *por qué son iguales ... o por qué no son iguales...* introduciremos los signos $>$ y $<$ para realizar la representación correspondiente.

Cuando los estudiantes exploran las propiedades de las relaciones de igualdad y desigualdad, emergen las propiedades transitiva, reflexiva y simétrica.

Aparentemente los símbolos literales no tienen ninguna relación con los objetos. Su uso ayuda a los estudiantes pequeños a alejarse de ciertas consideraciones específicas sobre los objetos y centrarse en la relación misma. Con ello, será capaz de estudiar sus

propiedades. Lo importante es que se empieza a concebir la situación con objetos como una ilustración concreta de una idea abstracta, en lugar de mirar la relación sólo como una característica específica propia de los objetos.

Relación parte-todo

En estas historias-problema los estudiantes pequeños aprenderán a fijar la atención en el *todo* y en las *partes* que le conforman. La escritura y lectura de los símbolos literales lleva a los estudiantes a la comprensión que el *todo* toma un valor fijo y alguna de las partes recibe el nombre de “x” la cual no se conoce su valor, pero puede conocerse realizando algunas operaciones. El uso de las letras permite pasar flexiblemente del lenguaje común al lenguaje algebraico, y generalizar los enunciados que se El esquema sugiere la acción de conformar el todo a través de partes y da paso a la formación de la idea de inverso mediada por una acción inversa. La ausencia en las tareas de una de las *partes* o del *todo* se denomina con la literal “x” las partes que no faltan se denominan con cualquier otra literal mayúscula o minúscula.

Medida y magnitud

En este último tipo de tarea se estudia el concepto de *medida* cuya asimilación hace posible la formación de ideas centradas en la relación que existe entre la magnitud y el patrón de medición. Para nosotros la elaboración de la idea de *medida* se considera no como el objetivo primordial, sino como el inicio del camino para adquirir el concepto de relación entre las cualidades del objeto y las características de la *medida*.

Las acciones que deben realizar los estudiantes son: medir magnitudes, elegir la unidad de medida para hacer la medición; seleccionar diferentes longitudes para medirlas con la misma unidad de medida.

En la comparación de magnitudes diversas se miden con la misma unidad de medida, se introducen los símbolos **M** que significa una de las cualidades cuantitativas del objeto a medir y el símbolo **m** que significa la unidad de medida (regletas).

Nuestro deseo es el desarrollo de la capacidad de pensar teóricamente, que permite a los estudiantes pequeños alcanzar la comprensión de los conceptos matemáticos a un nivel muy abstracto y generalizado. Los conceptos matemáticos, por su naturaleza se encuentran bajo la denominación de los conceptos teóricos-científicos. Entonces, si la matemática debe ser entendida en su nivel estructural más profundo, los estudiantes pequeños deben aprender a pensar teóricamente, ir más allá de los aspectos empíricos de los fenómenos matemáticos.

Sabemos que la mayoría de los que se dedican a la educación y se encuentran bajo la influencia de corrientes teóricas piagetianas suponen, fundamentados en los “niveles de desarrollo” que los estudiantes pequeños no son capaces de desarrollar pensamiento abstracto, sino hasta la adolescencia.

Para nosotros es esencial partir de las consideraciones de los psicólogos rusos quienes trabajan en la tradición Vigotskiana cuyas afirmaciones se centran en que los estudiantes muy pequeños son capaces de desarrollar la capacidad de pensar teórica o científicamente, enfatizando que son las formas de intervención las que median este proceso.

Bibliografía

- Galperin, P. Y. (1959). La formación de las acciones mentales. Ciencia psicológica en la URSS, Moscú.
- Galperin, P. Y. (1992b). The problem Activity in Soviet Psychology. Journal of Russian and East European Psychology.
- Tsukerman, G. A., Moscú, 1985, y Rubtsov, V.V. La organización y el desarrollo de las acciones colectivas en niños durante el proceso de enseñanza. Moscú, 1978.
- Talizina, N. F. (2006). Manual de psicología pedagogía. México Universidad de San Luis Potosí.
- Zaporozhets, A. V. (1963). Algunas cuestiones psicológicas sobre la educación sensorial en la infancia temprana. EN Sbornik sensornoe bospitanie deschkolnilov. Moscú. A.P.N.

ANEXO 1

Para estudiar la igualdad y la desigualdad

Historia-problema 1



El cumpleaños

Es el cumpleaños de Jorge, su familia preparó una fiesta para celebrar.

Invitaron a todos sus compañeros de la escuela.

La familia compró algunos gorritos para dar a los niños.

Había algunos gorritos con estrellitas y otros con lunas.

En la fiesta se veían más niños con gorrito de lunas que con gorrito de estrellitas.

Llamaremos **S** a la cantidad de gorritos con estrellitas y

llamaremos **T** a la cantidad de gorritos con lunas.

1. ¿Qué quiere decir **S**? _____
2. ¿Qué quiere decir **T**? _____
3. ¿La cantidad de gorritos **S** es igual a la cantidad de gorritos **T**? _____
4. ¿Por qué no son iguales? _____

Historia problema 2

Los conejos de César



César tiene algunos conejos. Hay blancos y negros. Cuando los conejitos se asoman por la jaula, sólo podemos ver su nariz, pero hemos visto que hay más conejitos blancos que negros. Llamaremos **L** a la cantidad de conejitos blancos y llamaremos **K** a la cantidad de conejitos negros.

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué quiere decir **L**? _____
2. ¿Qué quiere decir **K**? _____
3. ¿La cantidad de conejos **L** es igual a la cantidad de conejos **K**? _____
4. ¿Por qué no son iguales? _____

Si no son iguales, escribimos con los siguientes símbolos matemáticos: $L \neq K$

Volvamos a leer, “la cantidad de conejitos *L* no es igual a la cantidad de conejitos *K*”

5. ¿Hay más cantidad de conejos blancos o negros? _____

Para estudiar el todo y las partes

Historia problema 1



Los Zapatos nuevos

La mamá prometió a sus hijos Francisco y José Luis un par de zapatos nuevos para cada uno, si en la escuela cumplían con todos sus trabajos. Francisco y José Luis cumplieron con todos sus trabajos en la escuela, su mamá estaba muy contenta. El fin de semana la mamá fue a la zapatería a comprar los zapatos. Ella llevaba \$ 870, gasto siguiente:

Zapatos de Francisco \$ 339

Zapatos de José Luis \$ 389

Llamaremos T a la cantidad de pesos que llevaba la mamá.

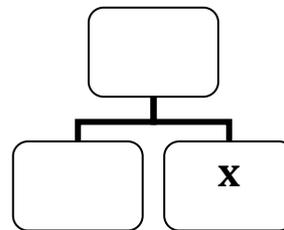
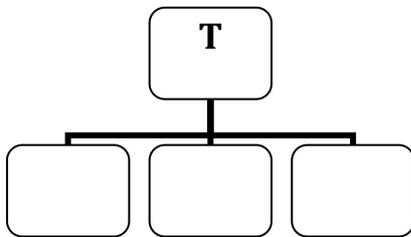
Llamaremos x a la cantidad de pesos que sobraron.

Escribe en los esquemas las cantidades que conoces y la que no conoces.

Después vamos a leer los esquemas.

1. ¿Qué quiere decir la **T**? _____

2. ¿Qué quiere decir la **x**? _____



3. ¿Cuánto costaron los zapatos de Francisco y los zapatos de José y de Luis

4. ¿Qué necesitamos hacer para conocer el valor de x?

Historia-problema 2



El Cohecito

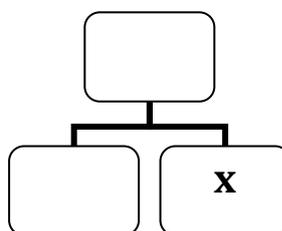
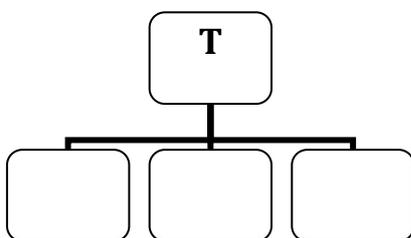
A le gusta coleccionar coches pequeños. Está ahorrando todos sus domingos para comprar un coche que vio en un aparador. El coche cuesta \$ 175, Javier tiene ahorrados \$ 89, le falta dinero para poder comprarlo. Su abuelito le dio \$ 65.

Llamaremos **T** a la cantidad que cuesta el cohecito. Llamaremos x a la cantidad que falta para comprar el cohecito (**cantidad que no conoces**).

1. ¿Qué significa la **T**? _____

2. ¿Qué significa la **x**? _____

Escribe en los esquemas las cantidades que conoces y la que **no** conoces (x). Después vamos a leer los esquemas.



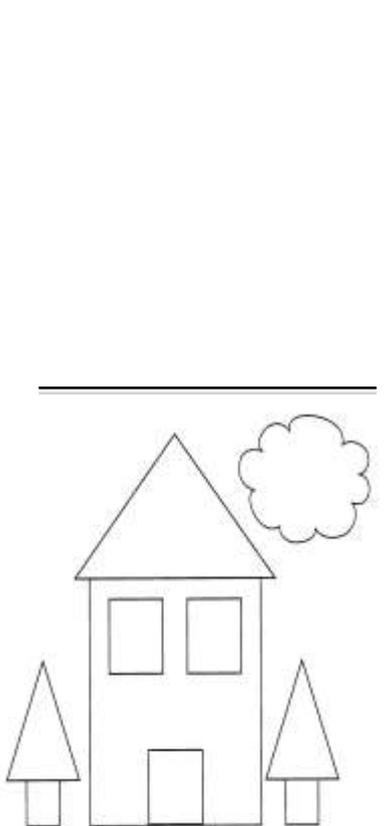
3. ¿Qué necesitamos hacer para conocer el valor de x ?

Para estudiar la medida y la magnitud

Historia problema 1

La casita en el campo

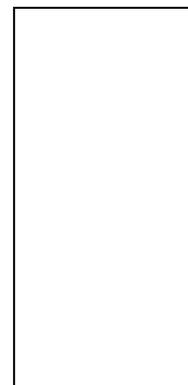
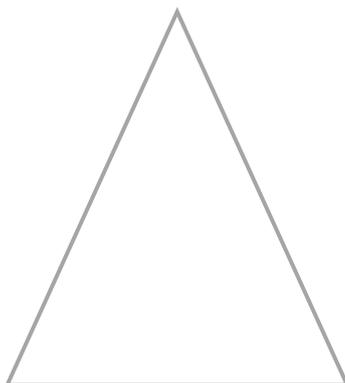
Mide la altura de la casita y largo de la casita.



Historia problema 2

Las figuras geométricas

Mide las figuras geométricas. Usa primero la regleta azul, después la regleta verde.



Medir	Número de veces que usaste la regleta azul	Número de veces que usaste la regleta verde	Número de veces que usaste la regleta
Largo del triángulo			
Altura del triángulo			
Largo del rectángulo			
Altura del rectángulo			