

COORDINACIÓN DE TEORÍAS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Vicenç Font

vfont@ub.edu

Universitat de Barcelona, España

Tema: Papel de la Teoría en la Investigación en Educación Matemática

Modalidad: Conferencia regular

Nivel educativo: No específico

Palabras clave: teorías, coordinación, educación matemática, didáctica de las matemáticas

Resumen

En esta conferencia se reflexiona primero sobre el hecho que la complejidad del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas es una de las razones de que exista una pluralidad de teorías en el área de Educación Matemática y de que en estos momentos se plantee la necesidad del dialogo y articulación de teorías. En segundo lugar se reflexiona sobre el papel de la teoría en la investigación en Didáctica de las Matemáticas. Por último se analiza la problemática de la coordinación de teorías y se presentan ejemplos de coordinación del enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática con otras teorías.

1. Complejidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

El hecho de que los procesos de enseñanza y aprendizaje sean muy complejos conlleva que los problemas a los que el profesorado de matemáticas se enfrenta sean el origen de muchas preguntas que, además, son de categorías muy diferentes. Son preguntas que están relacionadas con muchos aspectos (por ejemplo, el contenido matemático, el aprendizaje de los alumnos, el entorno social, la organización de la clase, el uso de determinados recursos materiales y temporales, la motivación de los alumnos, etc.) y disciplinas diferentes (psicología, sociología, antropología, matemáticas, etc.).

Dado que la profesión de profesor de matemáticas es heterogénea en cuanto a sus miembros, las preguntas que un profesor se puede formular pueden ser muy diferentes a las que se formulará otro profesor. Ahora bien, puesto que la profesión de profesor de matemáticas es bastante homogénea con relación a los problemas que debe afrontar, las preguntas que se formule un profesor concreto, además de ser sus preguntas, serán preguntas relacionadas con los problemas de una parte importante de la profesión de profesor de matemáticas. Serán, por tanto, preguntas que merecen ser investigadas por las diferentes disciplinas que se preocupan por estudiar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en particular por la Didáctica de las Matemáticas.

La gran variedad de preguntas y la dificultad para encontrar categorías para su clasificación se explica por la diversidad de problemas a los que se enfrenta en la

actualidad la enseñanza de las matemáticas y los métodos a seguir para su estudio sistemático. Si bien los criterios de clasificación de las preguntas de investigación pueden ser muy diversos, las temáticas abordadas en los congresos importantes en el área de la Didáctica de las Matemáticas nos pueden dar una idea de cuáles son los problemas más importantes a los que se enfrenta en la actualidad la enseñanza de las matemáticas.

2. La investigación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas

Conviene distinguir las dos esferas a las que se refiere el nombre “Educación Matemática” (Godino, 2000). Por un lado, Educación Matemática es el conjunto de prácticas llevadas a cabo en distintos escenarios –instituciones formales de educación, instancias informales de aprendizaje, espacios de planificación curricular, etc. – que tienen que ver con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Y, por el otro lado, Educación Matemática hace mención al estudio científico de los fenómenos de la práctica de la educación matemática. La identificación de estas dos componentes de la educación matemática explica que en muchos casos se utilicen las expresiones "Didáctica de las Matemáticas" (DM) y "Educación Matemática" (EM) como sinónimas, mientras que en otros casos se considere que la DM sería la disciplina interesada principalmente por el campo de la investigación, mientras que la EM también incluiría el primer componente, esto es, abarcaría la teoría, el desarrollo y la práctica.

La DM, entendida como disciplina didáctica, en estos momentos tiene una posición consolidada en la institución universitaria de muchos países. Indicadores de consolidación institucional son las tesis doctorales sobre problemas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, los proyectos de investigación financiados con fondos públicos y las diferentes comunidades y asociaciones de investigadores en DM. Otros síntomas de consolidación son la existencia de institutos de investigación específicos, la publicación de revistas periódicas de investigación, congresos internacionales, etc.

Esta consolidación convive con una gran confusión en las agendas de investigación y en los marcos teóricos y metodológicos disponibles, situación propia de una disciplina emergente y de la complejidad del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas comentado en el apartado anterior. En cuanto a los métodos de investigación, podemos decir que se ha pasado del predominio de un enfoque psicoestadístico en la década de los 70 y parte de los 80 del siglo pasado, a una presencia importante de los métodos cualitativos en la actualidad. En cuanto a los

marcos teóricos, si bien el enfoque psicológico no ha perdido su importancia se están desarrollando también investigaciones dentro de otros enfoques como el semiótico, el antropológico, el sociocultural, etc.

Por otra parte, existe un divorcio importante entre la investigación científica que se está desarrollando en el ámbito académico y su aplicación práctica a la mejora de la enseñanza de las matemáticas. Este divorcio se manifiesta, entre otros aspectos, en la existencia de congresos para investigadores y congresos de profesores, y en el tipo de comunicaciones que se presentan en ellos.

Aunque la DM pueda considerarse una disciplina madura en el sentido sociológico, no ocurre igual en el sentido filosófico o metodológico. No existe ningún marco establecido de manera universal o un consenso relativo a escuelas de pensamiento, paradigma de investigación, métodos, estándares de verificación y calidad. Se puede afirmar que, en la actualidad, no hay acuerdo en la DM sobre lo que es un hecho, un fenómeno o una explicación. Esto explica porqué hay un cierto número de investigadores en esta área que durante los últimos años han estado reflexionando sobre las características, problemas, métodos y resultados de la DM como disciplina científica intentando dar respuesta a la pregunta ¿Qué tipo de ciencia es la DM?

En su intento de responder a la pregunta anterior, la DM no ha permanecido ajena a la controversia “explicación versus comprensión” que ha sacudido a las ciencias sociales. El dualismo explicación-comprensión se relaciona con el problema de si la construcción teórica es intrínsecamente un mismo género de empresa tanto en las ciencias naturales como en las ciencias humanas y sociales.

En estos momentos a la DM, tanto si es entendida cómo ciencia de tipo explicativo o bien de tipo comprensivo, se le pide que de respuesta a dos demandas diferentes: a) Comprender y/o explicar los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y b) Guiar la mejora de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. La primera demanda lleva a describir, interpretar y/o explicar los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas (ciencia básica). La segunda lleva a su valoración y mejora (ciencia aplicada o tecnología). La primera demanda exige herramientas para una didáctica descriptiva y explicativa que sirva para responder “¿qué ha ocurrido aquí cómo y por qué?”. La segunda necesita herramientas para una didáctica valorativa que sirva para responder la pregunta “¿qué se podría mejorar?”. Se trata de dos demandas diferentes pero relacionadas ya que sin una profunda comprensión de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas no es posible conseguir su mejora.

3. Necesidad de marcos teóricos

Las dos demandas comentadas en el apartado anterior exigen herramientas teóricas que permitan la descripción, la interpretación y/o la explicación de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Una manera de satisfacer estas necesidades teóricas es entender la DM como una ciencia aplicada que importa y aplica los saberes de otras disciplinas más generales como la psicología, la sociología, etc. Desde esta perspectiva las investigaciones en DM serán cognitivistas (si aplica la psicología cognitiva), sistémicas (si aplica la teoría de sistemas), constructivistas, socioculturales, antropológicas, etc.

Otra posibilidad es considerar que los saberes importados de disciplinas como la psicología, sociología, etc. no permiten por sí mismos, sin modificaciones e independientemente los unos de los otros, explicar los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Por el contrario, es necesario crear programas de investigación propios del área de la DM que tengan en cuenta la especificidad del conocimiento matemático. Esta opción necesita investigaciones de tipo teórico que permitan la creación y el desarrollo de marcos teóricos propios menos generales.

Una tercera posibilidad es huir de marcos teóricos, propios o de teorías generales, considerados demasiado ambiciosos, y limitarse al desarrollo a teorías de ámbito muy local que se puedan conectar y sincronizar razonablemente con los estudios empíricos. Esto es lo que propone *La Teoría Fundamentada* (Glaser y Strauss, 1967).

Después de constatar las limitaciones de las teorías psicopedagógicas generales para explicar los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, muchos investigadores en este campo han optado por desarrollar programas de investigación específicos del área. Se ha pasado de tener marcos generales (cognitivism, constructivismo, teorías socioculturales, enfoques sistémicos, etc.) a tener marcos específicos de investigación en DM, que si bien están relacionados con enfoques generales, tienen en cuenta la especificidad del contenido matemático que se enseña. Entre otros, tenemos la Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau y colaboradores), el Enfoque Ontosemiótico (Godino y colaboradores), la Teoría de la Objetivación (Radford y colaboradores), la Teoría Antropológica de lo Didáctico (Chevallard y colaboradores), la Socioepistemología (Cantoral y colaboradores), la Educación Matemática Crítica de (Skovmose y colaboradores), la Teoría APOE (Dubinsky y colaboradores), etc.

Estos marcos teóricos específicos exigen, por una parte, investigaciones de tipo teórico que permitan su creación y desarrollo y, por otra parte, la aplicación de dichos marcos teóricos al estudio de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas (lo cual sirve, entre otras cosas, para desarrollarlos)

De acuerdo con Font (2002) consideramos que los diversos enfoques que se han propuesto en la DM se posicionan de manera explícita o implícita sobre los siguientes aspectos: 1) Una ontología general, 2) Una epistemología, general, 3) Una teoría sobre la naturaleza de las matemáticas, 4) Una teoría sobre el aprendizaje y la enseñanza en general y de las matemáticas en particular, 5) Una definición del objeto de investigación de la DM, y 6) Una metodología de investigación. A partir de sus posicionamientos, explícitos o implícitos, sobre los seis puntos anteriores, los diferentes programas de investigación han desarrollado constructos teóricos que, por una parte, se utilizan como marco teórico para las investigaciones en DM y, por otra parte, pueden ser utilizados en la mejora de la formación inicial y permanente del profesorado con el objetivo de conseguir una mejora de la enseñanza de las matemáticas.

La necesidad de los marcos teóricos se constata en que hay un cierto consenso en que una investigación tiene que seguir, entre otros, los siguientes pasos: 1) Una primera formulación de una pregunta de investigación, 2) La selección de un marco teórico y la reformulación de la pregunta de investigación en términos de dicho marco teórico. Este paso permite una mejor delimitación de los objetivos de la investigación, los cuales a su vez nos sugieren un tipo de investigación (explicativa, descriptiva, comparativa, etc.) y una metodología de investigación (un camino a seguir). 3) Aplicación del marco teórico seleccionado al estudio del problema de investigación planteado. 4) Selección y aplicación de técnicas de investigación.

4. El problema de la comparación y articulación de teorías

La existencia de diversas teorías para abordar los problemas didáctico-matemáticos puede ser un factor positivo, dada la complejidad de tales problemas, si cada teoría aborda un aspecto parcial de los mismos.

Cuando el mismo problema es abordado con teorías diversas, lo que frecuentemente implica el uso de lenguajes y supuestos distintos, se pueden obtener resultados dispares y contradictorios que pueden dificultar el progreso de la DM. Parece necesario pues abordar el problema de comparar, coordinar e integrar dichas teorías en un marco que

incluya las herramientas necesarias y suficientes para hacer el trabajo requerido. Este problema se puede formular en los siguientes términos:

Dadas las teorías T_1, T_2, \dots, T_n , focalizadas sobre una misma problemática de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, ¿es posible elaborar una teoría T que incluya las herramientas necesarias y suficientes para realizar el trabajo de las T_i ?

En esta problemática las teorías pasan a ser los objetos del discurso y de la investigación. Para responder a esta pregunta hay que seguir un largo camino cuyo punto de partida es la existencia de un conjunto de teorías que se ignoran unas a otras y cuyo punto de llegada es una teoría que sea la unificación global de este conjunto de teorías. Para seguir este camino las teorías se tienen que entender unas a las otras, se tienen que comparar, coordinar, integrar parcialmente, etc. (Prediger, Bikner-Ahsbabs, y Arzarello, 2008). Algunos ejemplos de pasos dados en esta dirección son:

- 1) El Seminario Inter-Universitario de Investigación en Didáctica de la Matemática (SIIDM) en España entre 1995-2005 cuyo objetivo era coordinar teorías cuyo origen tenía relación con la llamada Didáctica Fundamental de las Matemáticas.
- 2) Grupos de Discusión en los congresos del área: PME34 (Research Forum), CERME 6, 7 y 8 (Working Group), ICME12 (Working Group), este CIBEM, etc.

Por la información que tengo diría que este diálogo no se ha producido en los congresos de ámbito latinoamericano si exceptuamos este CIBEM.

5. El caso del Enfoque Ontosemiótico (EOS)

Fue en el contexto de reflexión epistemológica sobre las matemáticas, ofrecido por las teorías relacionadas con la Didáctica Fundamental de las Matemáticas, en el que nos planteamos el problema central que dio origen al EOS, al considerar que no había una respuesta suficientemente clara, satisfactoria y compartida en las teorías de la Didáctica Fundamental al siguiente problema:

PE (problema epistemológico): ¿Qué es un objeto matemático?; o de manera equivalente, ¿Cuál es el significado de un objeto matemático (número, derivada, media, ...) en un contexto o marco institucional determinado?

Este problema epistemológico, esto es, referido al objeto matemático como entidad cultural o institucional, se complementa dialécticamente con el problema cognitivo asociado, o sea, el objeto como entidad personal o psicológica:

PC (problema cognitivo): ¿Qué significa el objeto O para un sujeto en un momento y circunstancias dadas?

Después de casi 30 años de trabajo, en el EOS tenemos una respuesta a estos dos problemas que consideramos relativamente satisfactoria y que se ha elaborado integrando elementos de otras teoría (ver Font, Godino y Gallardo, 2013). Se trata de una reflexión muy elaborada sobre la emergencia de los objetos matemáticos a partir de las prácticas que permite al EOS coordinarse con otras teorías en las que la noción de objeto matemático juega un papel importante. Por ejemplo, con la Teoría acción-proceso-objeto-esquema (APOE) (Dubinsky y McDonald, 2001), la Teoría del embodiment (Lakoff y Núñez, 2000), la Teoría de la objetivación de Luis (Radford, 2008) y la Teoría de la Génesis Instrumental (TGI) (Rabardel y Waern, 2003).

Coordinación EOS-APOE

La teoría APOE es una teoría básicamente cognitiva en la que no se ha profundizado aún en la reflexión sobre la naturaleza de los objetos matemáticos, mientras que el EOS es una teoría más general en la que este tipo de reflexión ya se ha realizado. Al ser dos tipos de teorías diferentes es difícil hacer una comparación entre ellas, incluso si nos limitamos al uso que hacen ambas teorías del término objeto, por tanto hemos optado por la siguiente metodología (Font, Badillo, Trigueros y Rubio, 2012): 1) partir del APOE y, de acuerdo con esta teoría, elaborar una descomposición genética de la derivada, que sirva como contexto de reflexión. 2) reflexionar sobre dicha descomposición genética desde las herramientas teóricas que se proponen en el EOS. Este proceso nos permite concluir que la manera de conceptualizar la emergencia de objetos en el EOS —básicamente como resultado de dos procesos cognitivos, llamados encapsulación y tematización en esta teoría— resalta aspectos parciales del complejo proceso que, según el EOS, hace emerger los objetos matemáticos personales de los alumnos a partir de las prácticas matemáticas realizadas en el aula.

Coordinación EOS -TGI

En un trabajo reciente (Drijvers, Godino, Font y Trouche, 2013). se ha abordado la comparación y articulación del EOS con la TGI, en este caso mediante la aplicación de las respectivas herramientas al análisis de un episodio instruccional. Además de analizar el mismo episodio con las herramientas teóricas de cada teoría se realiza una comparación de: a) Principios, b) Métodos, c) Cuestiones paradigmáticas y d) Conocimientos que el uso de la teoría aporta.

Los principales resultados son, además de que las dos teorías nos hemos comprendido mutuamente: a) El análisis conjunto del episodio no es contradictorio y permite tener una visión más completa que la que se tiene usando un solo marco teórico. B) Se han

visto muchos puntos de contacto en las nociones teóricas que permiten una buena coordinación entre las dos teorías, c) El EOS ha incorporado la noción de artefacto (Font, Godino y Gallardo, 2013).

Agradecimientos

Trabajo realizado en el marco de los proyectos: REDICE-12-1980-02 y EDU2012-32644.

Referencias

- Drijvers, P., Godino, J. D., Font, V. y Trouche, L. (2013). One episode, two lenses; a reflective analysis of student learning with computer algebra from instrumental and onto-semiotic perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 23-49.
- Dubinsky, E. y McDonald, M. A. (2001). APOS: A constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research. In Derek Holton, et al. (Eds.), *The teaching and learning of mathematics at university level: An ICMI study*, pp. 273–280. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Font, V. (2002). Una organización de los programas de investigación en Didáctica de las Matemáticas. *Revista EMA*, 7(2), 127-170.
- Font, V., Badillo E., Trigueros, M. y Rubio, N. (2012). La encapsulación de procesos en objetos analizada desde la perspectiva del enfoque ontosemiótico. En A. Estepa A. Contreras, J. Delofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI. Actas del XVI SEIEM*, pp. 239-247. Jaen, España
- Font, V., Godino, J. D. y Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices *Educational Studies in Mathematics*, 82, 97-124.
- Glaser, B. G. y Strauss, A. L. (1967). *The discovery of grounded theory: Strategies for qualitative research*. New York: Aldine Publishing Company
- Godino, J. D. (2000). La consolidación de la educación matemática como disciplina científica. *Números*, 40, 347-350.
- Lakoff, G. y Núñez, R. (2000). *Where mathematics comes from: How the embodied mind brings mathematics into being*. New York, NY: Basic Books.
- Prediger, S., Bikner, A. y Arzarello, F. (2008). Networking strategies and methods for connecting theoretical approaches: first steps towards a conceptual framework. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 40(2), 165-178.
- Rabardel, P. y Waern, Y (2003). From artefact to instrument. *Interacting with Computers*, 15, 641-645.
- Radford, L. (2008). The ethics of being and knowing: Towards a cultural theory of learning. In L. Radford, G. Schubring, & F. Seeger (Eds.), *Semiotics in mathematics education: Epistemology, history, classroom, and culture*, pp. 215–234. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.