

O DESEMPENHO DE ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO EM SITUAÇÕES-PROBLEMA DE ANÁLISE COMBINATÓRIA

Eurivalda Santana – Tamiles Oliveira
eurivalda@hotmail.com – tamilesos@hotmail.com
Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC – Brasil

Tema: I.5 - Pensamento relacionado à Probabilidade e à Estatística.

Modalidade: Comunicação Breve

Nível educativo: Ensino Médio (11-17 anos)

Palavras-chave: Análise Combinatória, Estruturas Multiplicativas, Ensino Médio, Desempenho.

Resumo

Este artigo analisa o desempenho de estudantes do 2º ano do Ensino Médio ao resolver situações-problema de análise combinatória. Participaram da pesquisa 42 alunos de uma escola pública. O estudo é um recorte da pesquisa “O Raciocínio Combinatório: quando e como se revela e se desenvolve esse raciocínio nos estudantes da Educação Básica?”. A base teórica da pesquisa é a Teoria dos Campos Conceituais, especificamente o campo conceitual multiplicativo. Foi aplicado um instrumento diagnóstico em lápis e papel, contendo cinco situações envolvendo os conceitos de produto cartesiano e permutação. Os resultados apontaram um pífio desempenho desses estudantes (média de acerto em torno de 29,05%). O maior percentual de acerto (54,8%) foi numa situação que envolveu o conceito de produto cartesiano e o mais baixo (9,5%) o conceito de permutação. O artigo termina ponderando sobre uma possível relação entre a aprendizagem dos estudantes e o papel dado a tal conteúdo pela escola.

Introdução

Este trabalho é parte dos resultados de uma pesquisa, mais ampla, que tem como título “O Raciocínio Combinatório: quando e como se revela e se desenvolve esse raciocínio nos estudantes da Educação Básica?”. Está inserido nas ações Grupo de Pesquisa em Educação Matemática, Estatística e em Ciências – GPEMEC.

Diante da proposta mais ampla, este artigo tem como objetivo principal analisar o desempenho de estudantes do 2º ano do Ensino Médio ao resolver situações-problema de análise combinatória. Buscando responder a seguinte questão de pesquisa “Qual o desempenho de estudantes do 2º ano do Ensino Médio ao resolver situações-problema de análise combinatória?”.

Para alcançar tal objetivo e responder a questão de pesquisa colocada, utilizamos a Teoria dos Campos Conceituais para dar o suporte necessário para as análises e nos respaldamos em conceitos elementares de análise combinatória. Ao longo do percurso da pesquisa, também, foi possível verificar algumas pesquisas voltadas para a análise do raciocínio combinatório e para à investigação do conhecimento de estudantes, dentre

elas, podemos citar o estudo de Pessoa e Borba (2009), no qual teve como objetivo buscar a compreensão de estudantes do 2º ao 5º ano do Ensino Fundamental em situações-problema de combinatória e observar os esquemas que eles utilizaram. As pesquisadoras examinaram os desempenhos dos estudantes por meio de um teste, composto por diferentes situações de análise combinatória (combinação, arranjo e permutação), os acertos dos estudantes foram analisados por ano e por tipo de situação-problema. Foi observado um avanço ao longo dos anos e os melhores desempenhos se concentravam nos anos posteriores. Nas situações de arranjo e permutação os estudantes tiveram um pífio desempenho e os esquemas variavam de total incompreensão das situações à compreensão das situações.

Moro e Soares (2006), descreveram os níveis de raciocínio combinatório, dos estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, ao resolverem quatro situações-problema de análise combinatória, foram sujeitos da pesquisa 50 estudantes. O teste que foi aplicado era composto por quatro situações de produto cartesiano, e foi diagnosticada uma evolução à medida que o ano escolar era mais avançado. Foram identificadas respostas contextualizadas, mas sem indícios de combinação, outras apresentavam raciocínio combinatório, mas de forma não sistematizada.

Ainda na mesma linha o estudo de Miguel e Magina (2003), objetivou investigar os esquemas utilizadas por 12 estudantes do 1º ano de Licenciatura em Matemática, ao resolverem situações-problema de análise combinatória. Os resultados dessa pesquisa apontaram a dificuldade que os estudantes tiveram ao resolver as situações propostas. Essa pesquisa nos dá indícios que os estudantes chegam a Universidade com dificuldades no que tange a análise combinatória.

É notório que as pesquisas supracitadas, trouxeram contribuições possibilitando a percepção sobre as dificuldades que os estudantes apresentam no que se refere à análise combinatória. Dentro dessa perspectiva consideramos importante um estudo focando o 2º ano do Ensino Médio, pois segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - PCNEM, é justamente nesse ano escolar que a análise combinatória deve ter maior espaço e maior empenho de trabalho.

O Campo Conceitual

Pesquisas em Educação Matemática como as de Pessoa e Borba (2009), Miguel e Magina (2003) e Moro e Soares (2006) têm utilizado a Teoria dos Campos Conceituais.

A teoria traz a ideia de que o conhecimento está dividido em Campos Conceituais, e que só é possível adquiri-lo através do domínio destes Campos. A definição de um Campo Conceitual que estamos adotando é a de:

[...] Um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição (Vergnaud 1982, 2012, p. 18, tradução nossa).

O domínio de um Campo Conceitual necessita de um longo período de tempo para que seja completo e, para isso, é necessário confrontar o estudante com situações que envolvam esses conceitos. A situação por sua vez é qualquer tarefa designada pelo professor, a saber: lista de exercícios, um jogo, situações-problema, entre outras atividades que podem ser propostas. Em um Campo Conceitual existem diversos tipos de situações, e uma única situação envolve diferentes conceitos.

Um conceito é formado por um conjunto de situações, invariantes operatórios e representações simbólicas. Os invariantes operatórios são as relações, operações e propriedades referentes ao conceito e, que podem ser mobilizados pelos estudantes para encontrar a solução de uma dada situação. As representações simbólicas são usadas para simbolizar os invariantes operatórios, por exemplo, gráficos, sentenças matemáticas, diagramas, dentre outros.

A teoria valoriza os esquemas que são apresentados pelos estudantes. “Um esquema é toda organização invariante da conduta para uma dada classe de situações.” (VERGNAUD 1990 apud SANTANA, 2012, p.34). Partindo dessa afirmação podemos dizer que um esquema é a manipulação de conceitos que o sujeito irá desenvolver, para construir a solução de uma determinada situação. Nesses esquemas podemos encontrar os invariantes operatórios, bem como as representações simbólicas referentes a um determinado conceito.

Podemos nos referir a diferentes Campos Conceituais, mas o foco da desta pesquisa é o Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, pois abordamos situações que envolvem conceitos de análise combinatória.

O Campo Conceitual Multiplicativo, ou simplesmente Estrutura Multiplicativa pode ser definido como um conjunto de situações, cuja análise e tratamento requerem vários tipos de conceitos, procedimentos e representações simbólicas, os quais se encontram em estreita conexão uns com os outros e interligados durante o período de aquisição. Entre

os conceitos podemos destacar: as funções lineares e não-lineares, o espaço vetorial, a análise dimensional, a fração, razão, proporção, número racional, multiplicação e a divisão.

A partir dos últimos resultados de pesquisa, Magina, Santos e Merlini (2010, 2012) complementaram a lista dos conceitos envolvidos nesse campo, identificando a razão, 4^a proporcional, combinação, relação um para muitos, divisão como partição, divisão como cota, entre outros, considerando que eles podem ser trabalhados dentro de situações de proporcionalidade simples, comparação multiplicativa, produto cartesiano, e pode, ainda, haver misturas entre essas situações, gerando situações-problema bi-lineares e de proporção múltiplas. Tendo em vista a grande variedade de conceitos envolvidos nesse Campo Conceitual, ele faz parte de um conhecimento que o estudante adquirirá a médio e longo prazo, devendo, por isso, ser trabalhado ao longo de todos os anos do Ensino Fundamental, adentrando pelo Ensino Médio e Superior.

Desempenho, competência e habilidade

Considerando que o desempenho do estudante está interligado com suas competências e habilidades e, sendo que essas se constituem em elementos importantes quando analisamos tal desempenho dentro de um dado Campo Conceitual.

Tanto as competências como as habilidades têm os seus significados ligados ao desempenho do estudante diante de uma dada situação.

Vergnaud (1987) coloca que as competências dos estudantes são ferramentas de essencial importância para a descrição e a análise de conquistas, que ocorrem durante um longo período de tempo. Ainda afirma que a competência de estudantes pode ser completamente traçada através de suas ações numa dada situação.

De acordo com Vergnaud (1987), as competências dos estudantes na resolução de situações-problema surgem na escolha certa dos dados e das operações, sendo que nenhum raciocínio ou explicação é colocado de forma explícita.

As competências dos estudantes, na resolução de situações-problema, aparecem quando são feitas escolhas corretas; não queremos afirmar com isso que os estudantes possuem o domínio do conceito. Eles podem fazer escolhas corretas sem, contudo, saber que conceito está relacionado àquela ação. Porém, ao saber resolver o que a ação propõe, o estudante coloca em prática sua habilidade, ou seja, a competência leva à habilidade. Em suma, a habilidade é a ação real, e a competência é o que leva o estudante a ter aquela ação, quando a competência leva as ações reais corretas o estudante demonstra bom desempenho na situação proposta.

Análise Combinatória

As situações de análise combinatória envolvem a ideia de estabelecer as possibilidades de determinados agrupamentos, formados com os elementos de um ou mais conjuntos sob uma dada condição. *Exemplo:* Em uma sorveteria, o sorvete de uma bola pode ser servido em casquinha ou copinho e oferece 4 sabores diferentes: menta, baunilha, chocolate e morango. Maria quer um sorvete de uma bola, quantas maneiras diferentes ela tem para escolher?

$$4 \text{ sabores} \times 2 \text{ recipientes} = y \text{ maneiras diferentes}$$

Representação numérica

$$4 \times 2 = y$$

Representação em grandezas

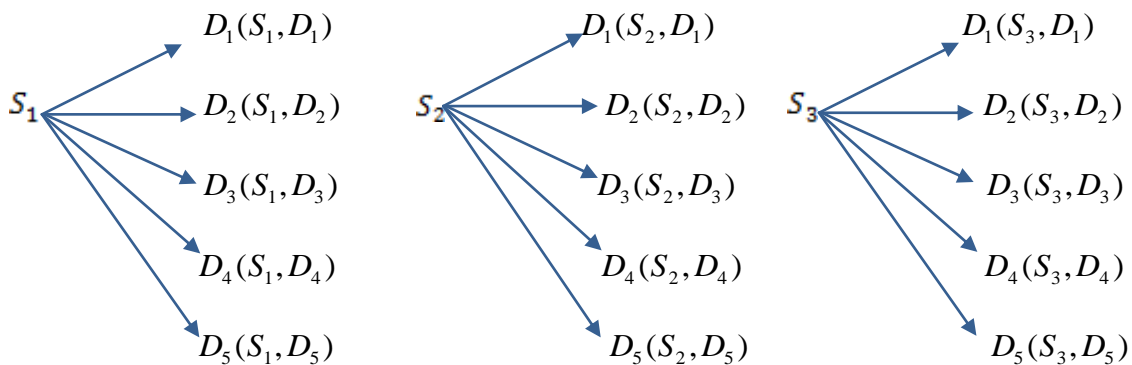
$$\text{sabores} \times \text{recipientes} = \text{maneiras diferentes}$$

O exemplo apresentado, demonstra apenas uma maneira de solucionar a situação, mas em análise combinatória, podemos ter diferentes maneiras de solucionar uma determinada situação-problema.

Aquí, damos uma abordagem especial sobre o produto cartesiano e a permutação. A seguir passaremos a descrever esses conceitos.

Produto Cartesiano – as situações que envolvem esse conceito apresentam, no mínimo, dois conjuntos básicos, tendo que combinar cada elemento de um conjunto, com cada elemento do outro conjunto, para encontrar o conjunto solução. *Exemplo:* Num shopping para ir do 1º para o 2º andar, existem 3 escadas rolantes para subir, e 5 escadas rolantes para descer. De quantas maneiras diferentes uma pessoa pode subir do 1º para o 2º andar e, descer do 2º para o 1º andar do shopping?

Solução: Chamemos o conjuntos de escadas rolantes para subir de $S = \{S_1, S_2, S_3\}$ e o conjunto das escadas para descer de $D = \{D_1, D_2, D_3, D_4, D_5\}$



Dessa forma, tem-se um total de 15 possibilidades.

Permutação – as situações que envolvem esse conceito consistem em formar subconjuntos, a partir um único conjunto dado, no qual a ordem dos elementos altera o subconjunto, e o mesmo é formado por todos os elementos do conjunto. *Exemplo:* João precisa criar uma senha para entrar no computador. A senha deve conter as letras A, B, C e D. De quantas maneiras diferentes ele pode criar essa senha?

Solução:

Fixando a letra D	Fixando a letra C	Fixando a letra B	Fixando a letra A
DACB	CADB	BACD	ACDB
DABC	CABD	BADC	ACBD
DBAC	CBAD	BDAC	ABCD
DBCA	CBDA	BDCA	ABDC
DCAB	CDAB	BCAD	ADCB
DCBA	CDBA	BCDA	ADBC

Dessa forma, João tem 24 possibilidades de formar sua senha.

Esses são esquemas não utilizam fórmulas para a solução das situações.

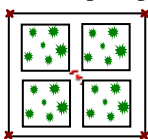
O estudo

A pesquisa teve caráter descritivo, envolveu três turmas de 2º ano do Ensino Médio, num total de 42 estudantes na faixa etária entre 16 a 19 anos. Para a coleta de dados elaboramos um instrumento diagnóstico com quatro situações de produto cartesiano e uma de permutação, impresso em papel A4. O Quadro 1 apresenta as situações.

Quadro 1 – Situações do instrumento diagnóstico

Situação 1 - Em uma sorveteria, o sorvete de uma bola pode ser servido em casquinho ou copinho. Tem 4 sabores diferentes: menta, baunilha, chocolate, morango. Maria quer um sorvete de uma bola, de quantas maneiras diferentes ela tem para escolher?

Situação 2 - Um pedestre encontra-se no meio da praça abaixo. Em cada canto da praça tem uma saída. Quantos caminhos ele pode seguir para sair da praça, sem pisar nos canteiros e sem passar pelo mesmo caminho duas vezes? Ele sairá pela primeira saída que encontrar.



Situação 3 - Márcia pode formar 20 conjuntos diferentes combinando uma blusa e uma calça. Sabemos que ela tem 5 blusas diferentes, quantas calças diferentes ela tem?

Situação 4 - Lucas precisa criar uma senha para acessar um jogo na internet, porém a senha só pode ter as letras A, B, C e o número 1. De quantas maneiras diferentes ele pode criar sua senha com as 3 letras e o número, sem que haja repetições?

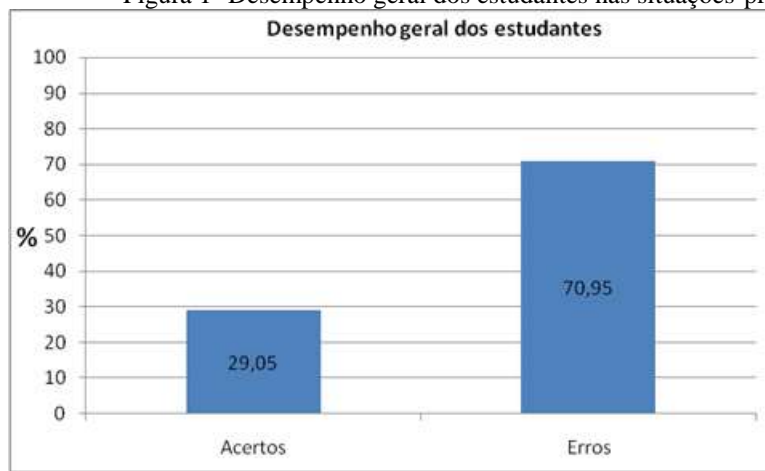
Situação 5 - Num shopping para ir do 1º andar para a praça de alimentação que fica no 2º andar, uma pessoa pode escolher entre 3 escadas rolantes para subir para a praça, e 5 escadas rolantes para descer ao 1º andar. De quantas maneiras diferentes uma pessoa pode subir e descer do 1º andar para a praça de alimentação do shopping?

O instrumento foi aplicado coletivamente por nós e, para garantir que todos os estudantes compreendessem, fizemos a leitura em voz alta de todas as situações. Após esse procedimento, demos um tempo para que eles pudessem responder.

Os Resultados

A análise foi transcrita com a finalidade de apontar o desempenho que foram apresentados pelos estudantes, ao resolverem as situações propostas. A Figura 1 apresenta um gráfico de colunas com o desempenho quantitativo dos estudantes envolvidos. O desempenho foi dado baseado na seguinte condição: acerto, as soluções que apresentavam qualquer indício de resolução correta, ou seja, com operações, diagramas, desenhos ou apenas o valor numérico da resposta; erro, as soluções consideradas incorretas ou em branco.

Figura 1- Desempenho geral dos estudantes nas situações-problema



A Figura 1 apresenta o pífio desempenho (menor que 30% de acerto) que os estudantes do 2º ano do Ensino Médio obtiveram no instrumento aplicado, relativo ao conteúdo de análise combinatória. Tal resultado nos dá indícios que esse conteúdo foi pouco trabalhado ou ainda não contemplado pelos mesmos.

A Tabela 1 apresenta o desempenho dos estudantes em cada situação proposta.

Tabela 1- Desempenho dos estudantes em cada situação-problema

Situação	S1	S2	S3	S4	S5
Percentual de acerto (%)	38,1	23,8	54,8	9,5	19,0

Observando os resultados da Tabela 1 é possível afirmar que os dados apontam que estudantes, em sua maioria, não apresentaram competências ao trabalhar com conceitos de análise combinatória, pois tiveram baixos desempenhos ao solucionar tais situações. Tal resultado não era esperado, pois a maior parte das situações-problema propostas diz respeito ao produto cartesiano, também, conhecido como princípio multiplicativo da contagem, sendo que esses conceitos fazem parte dos pontos iniciais da análise combinatória. Além disso, esses resultados vão de encontro ao estudo de Pessoa e Borba (2010), quando pesquisaram estudantes do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental e esses

estudantes apresentaram seus melhores desempenhos nas situações de produto cartesiano.

Considerações finais

Os dados revelaram que, a pesar dos estudantes estarem cursando o 2º ano do Ensino Fundamental e, o PCNEM orientar que nesse ano escolar seja dada maior ênfase aos conceitos de análise combinatória, o desempenho dos estudantes apresenta-se longe de ser aceito como satisfatório. Houve uma clara tendência dos estudantes apresentarem seus melhores desempenhos nas situações de produto cartesiano, pois esse envolve conceitos trabalhados pela escola desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Mas, na situação de permutação que é mais peculiar ao 2º ano do Ensino Médio tal desempenho foi ainda mais baixo.

Por fim, fica evidente o baixo desempenho (ou competência) dos estudantes na resolução de situações-problema de produto cartesiano e de permutação, permitindo que nos questionemos sobre a existência de uma relação direta entre o desempenho dos estudantes e o papel dado a esses conteúdos pela escola.

Estes resultados apontam para a necessidade de se pensar sobre o fazer da escola, de maneira que não sejam deixados de trabalhar esses conceitos.

Referencias bibliográficas

- Miguel, M. I. y Magina, S. (2003). As estratégias de solução de problemas combinatórios: um estudo exploratório. In. *Seminário Internacional de pesquisa em Educação Matemática (SIMPEN)*.
- Moro, M. L. y Soares, M. T. (2006). Níveis de raciocínio combinatório e produto cartesiano na escola fundamental. *Educação Matemática Pesquisa*. São Paulo: v. 8, n.1, pp.99-124.
- Pessoa, C. y Borba, R. (2009). Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. *ZETETIKÉ – Cempem – FE – Unicamp*, v. 17, jan./jun.
- Santana, E. R. dos S. (2012). *Adição e Subtração: O suporte didático influencia a aprendizagem do estudante?* Ilhéus: Editus.
- Vergnaud, G. (1982). A Classification of Cognitive Tasks and Operations of Thought Involved in Addition and Subtraction Problems. In. *Addition and Subtraction: a cognitive Perspective*. New Jersey: Lawrence Erlbaum, 39-59.
- _____ (1987). Problem of representation in the teaching and learning of mathematics. In. JANVIER, C. (Ed.). *Lawrence Erlbaum Associates*, New Jersey. pp. 227-232.