CB-471

COMPREENSÃO DA MATEMÁTICA EM WITTGENSTEIN

Prof. Me. Valdomiro Pinheiro Teixeira Junior - Profª Drª Marisa Rosâni Abreu Silveira
Jr3arq@yahoo.com.br - marisabreu@ufpa.br
UNIFESSPA (Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará), Brasil - UFPA (Universidade Federal do Pará), Brasil

Modalidade: Comunicação Breve
Nível Educativo: Não especificado
Tema: Investigación en Educación Matemática.
Palavras-chave: Compreensão. Ensino de Matemática. Wittgenstein.

Resumo

Neste texto analisamos a compreensão de significados no ensino da matemática na perspectiva da filosofia da linguagem de Wittgenstein, que defende que a linguagem constitui a produção de significados e onde se dá a compreensão dos mesmos. Nesse sentido, discutimos sobre algumas possibilidades de ensino, como a contextualização, e suas limitações quando não consideram a linguagem como protagonista nesse processo. Mostramos que a percepção de níveis de dificuldades de problemas matemáticos deveria ser relacionada à noção de sistema linguístico, onde a compreensão de um problema por parte de um aluno seria relacionada à sua compreensão de um determinado sistema, e evitaria problemas sobre o que o professor deve esperar do aluno. A partir disto, mostramos que o professor tem um papel preponderante no ensino das regras necessárias para uma compreensão dos significados em matemática. Assim, destacamos que a compreensão na ótica wittgensteiniana é o domínio de uma técnica, ou seja, compreender uma proposição matemática quer dizer de fato saber o que podemos fazer, quais são as regras que foram aplicadas para conduzir a ela e qual gênero de cálculo pode ser conduzido a partir dela.

Como se compreende conteúdos matemáticos? Como compreendemos o significado dos signos matemáticos ou das formas de resolver questões matemáticas? Poderíamos dizer que esta é a pergunta basilar da educação matemática, que vem buscando respostas na filosofia, psicologia, sociologia, neurociência, etc. Trazemos neste texto as contribuições da filosofia da linguagem de Wittgenstein, que defende que a linguagem constitui a produção de significados e de que na linguagem está a possibilidade de compreensão dos mesmos.

Um dos motes da educação matemática é a contextualização, e esta é utilizada e defendida como meio de se possibilitar a compreensão de conteúdos matemáticos. Wittgenstein

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

distingue as proposições matemáticas das proposições empíricas. Proposição, pelo próprio sentido da palavra, deve admitir ser verdadeira ou falsa, mas Wittgenstein compreendia que as proposições matemáticas não podem admitir isto. A proposição matemática não indica um caminho de verificação, mas apenas de aceitação, pois a verdade de uma proposição matemática não pode ser estabelecida sem anteriormente ela ter um sentido. Na matemática não pode haver refutações, seus símbolos, sua linguagem tem um sentido *a priori*, no contexto do ensino, é claro. Uma proposição matemática só tem um sentido caso ela seja verdadeira, nisto a contradição é evidente com a definição que se tem do sentido de uma proposição em geral. A dificuldade desaparece caso não vejamos as proposições matemáticas como proposições em geral. Proposições matemáticas são chamadas por Wittgenstein de *proposições necessárias*. A dificuldade, de fato, se enraíza quando nós utilizamos na matemática proposições que formalmente assemelham-se muito às proposições empíricas, como se faz no caso da contextualização. Na matemática não é necessária verificação, mas sim descrição. Não há como definir se uma proposição é verdadeira ou falsa, mas apenas descrever. Porém, deve-se destacar que essa invariabilidade das proposições matemáticas só ocorre dentro de seus sistemas de uso.

A partir de Wittgenstein não podemos condenar o uso da contextualização, mas deveríamos compreender que tal está relacionada à linguagem. Para Wittgenstein (IF, §138) o significado está no uso, para ele o uso de uma palavra se estende no tempo e é este uso que fará com que a compreensão se torne uma capacidade e permite compreensões futuras dentro de um mesmo jogo de linguagem ou em aplicações semelhantes.

O uso da contextualização é defendido por muitos educadores por permitir fazer relações com aquilo que o aluno já sabe, mas para Wittgenstein, o objetivo no aprendizado não é de juntar informações que já se tem condições de usar, ou seja, não é descobrir por meio de hipóteses baseadas em algo que já sabemos. É equivocado dizer que um aluno que opera adições em seu dia e será ensinado em algo que ele já sabe, quando na verdade ele não terá que resolver apenas problemas costumeiros, mas sim deverá (ou deveria) ser apresentado a outros tipos de problemas, resolver por meio de algoritmos questões de um tipo diferente (que poderão ou não se assemelhar às questões cotidianas). Esta é uma outra situação, um outro sistema, um outro jogo de linguagem, que talvez por causa de sua semelhança com outras situações pareça ser exatamente a mesma coisa.

ISBN 978-84-945722-3-4

Assim, resolver um problema significa que buscamos garantir que a aplicação das regras do "sistema" ao qual a proposição pertence permite realizar esta "configuração" particular que é a proposição. Por isso, que defendemos que o grande problema de compreensão não estaria, por exemplo, na linguagem natural, ou seja, que não seria uma linguagem simples que resolveria tal problema, mas o problema está na adequação ao próprio sistema que pertence àquela teoria, proposição ou problema que o aluno busca compreender.

Para Schmitz (1988), a criança wittgensteiniana não compreende que os problemas matemáticos considerem graus de dificuldade, mas como sendo de natureza diferente, portanto eles não pertencem ao mesmo sistema, ou seja, não existe em matemática problema difícil, isto é, um problema para o qual nenhum método para esperar uma solução não está disponível. O problema difícil seria então aquilo pelo qual não existe sistema escrito. Um problema para um experiente pesquisador matemático não é simplesmente problema no mesmo sentido que o problema do estudante.

Wittgenstein distingue em geral entre as questões: "toda equação de grau n tem no máximo n raízes em G?" das questões do gênero "a X b = (63 X 18 =?)". As primeiras não estão apenas esperando por uma resposta, mas que o seu conteúdo será fornecido e apenas indicam vagamente em qual direção buscar. O outro tipo de questão ao contrário parece ter imediatamente um sentido e podemos quase o assimilar a uma questão empírica. Os problemas "difíceis" correspondem ao primeiro tipo de questão. Encontrar uma solução em um problema difícil quer dizer, geralmente, construir um novo sistema, que não é evidentemente o caso quando se trata de um problema do estudante.

Contudo, a reconciliação entre estes tipos de problema é esclarecedor: confrontada com um problema para o qual ele não dispõe ainda de um "sistema", o estudante espera que lhe forneçamos um novo sistema, como, confrontado com um problema difícil, o pesquisador-matemático é levado a abandonar os sistemas que ele já controla e a inventar um novo sistema. Por isso, que não consideramos limitado também o método de ensino que se utiliza da comparação entre diferentes sistemas da matemática, pois em alguns casos isto pode causar confusão.

De fato, podemos, para Wittgenstein, falar em um mesmo sentido de "problema" somente no interior de um mesmo "sistema": não somente por que os métodos para encontrar as soluções

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

e os resultados eventuais serão relativos a qualquer sistema, mas também por que a maneira de ser problema é definida somente no interior de um sistema.

Em matemática inventamos mais do que descobrimos. Para Wittgenstein, em matemática não há "ainda não", nem resultado previsível, etc., conforme o caso de "sistema" determinado por um conjunto de regras, nada não "existe" que não seja uma estipulação, que não corresponda a alguma realidade antes de ser solicitada.

Assim o problema do estudante é que não há uma maneira para colocar à prova o controle que ele já tem do "sistema" correspondente, pois o problema "difícil" - para o qual não se dispõe imediatamente de um método de resolução, e que não poderia ter tal método descoberto espontaneamente, sem que tenha sido fornecida uma sintaxe determinada - não seria verdadeiramente um problema matemático. O uso de um método só pode ser interno a um "sistema" e não pode, portanto, haver um método para buscar um novo sistema. Ele só pode ser inventado.

Pensa-se muitas vezes que a deficiência de alguns alunos está em uma possível falta de *competência* cognitiva ou um nível baixo de intelectualidade, pois se espera que o aluno tenha deduções que podem ou não aparecer em uma resolução de um problema ou aprendizado de um conteúdo mais abstrato, quando na verdade o que aconteceu é que tais exercícios mais difíceis não lhe foram mostrados, ou seja, ele não foi apresentado a tais sistemas, por isso é tão necessário a exemplificação. É evidente que há competências, talvez naturais em determinados aspectos, que levam a uma diferenciação das pessoas em diferentes atividades, porém isto não pode ser usado toda vez que, nós professores, estivermos diante de um possível fracasso em nosso ensino.

Para Wittgenstein o processo de aprendizado linguístico é um processo inteiramente social, não só ocasionado, mas mediado e estruturado pelo meio social. A linguagem não é aprendida de uma pessoa, mas por intermédio de uma outra pessoa. Este meio social é o contexto adequado apara efetivação da comunicação, mas para isso é necessário um praticante competente que delimita, seleciona e retroalimenta o uso das palavras do aprendiz.

O trabalho do professor deve ser sobre a linguagem matemática e sua estrutura própria de um jogo com regras próprias, que possui sim semelhanças com outras áreas, mas que tem uma gramática particular. Como afirma Schmitz (1988): um jogo é uma aplicação de um conjunto de regras.

ISBN 978-84-945722-3-4

Para Schmitz (1988), Wittgenstein entende que um jogo não pode ser contraditório e se as regras de um jogo se contradizerem, algumas regras devem ser modificadas, e/ou outras regras devem ser adicionadas para o jogo continuar, e nesse caso se trataria de um novo jogo. Um jogo só pode ser contraditório se uma regra decide assim, mas seria apenas uma estipulação interna ao jogo que não coloca em perigo. Se um dia aparece uma dificuldade em tal jogo, não pode afetar retroativamente o valor do jogo que nós jogamos até agora, simplesmente porque não significa que desde o início a contradição estava "escondida" nas regras. Essa atitude de Wittgenstein refuta qualquer potencialismo: a regra não contém sua aplicação, isto não existe antes e, portanto uma contradição não é uma propriedade que observaríamos um dia, de um conjunto de regras, e que afetaria, retrospectivamente, a realidade e a regra. A realidade contém unicamente a aplicação que é feita no presente. A ideia de que se poderia descobrir alguma contradição escondida é mais uma confusão da matemática com o discurso empírico.

Portanto, Wittgenstein eleva a importância do mestre (professor), pois este desempenha um papel estruturador indispensável no processo de aprendizagem. O que caracteriza os estágios iniciais do aprendizado linguístico é a relação de dependência cognitiva do aluno em relação ao professor, é ele que fornece esse pano de fundo normativo. Tal pano de fundo é colocado progressivamente a disposição do aluno por meio do treinamento, até o ponto em que o comportamento do aprendiz torna-se regulado por normas sem necessitar mais da assistência do professor. Gottschalk (2009, p. 16) colabora neste ponto ao afirmar que o ensino da matemática:

> pressupõe um conjunto de regras a serem apresentadas pelo professor, digamos *a parte ante*, e em um segundo plano, *modos* de apresentação destas regras que vão constituir o significado dos objetos matemáticos e que serão apropriados pelos alunos ao longo deste segundo plano, mediante um simbolismo não dado *a parte ante,* mas, construídos *a parte post*.

Destaca-se, então, que o aluno deve pelo uso da linguagem ser introduzido a novas formas de se perceber determinados conceitos. Um exemplo disto seriam os números que já fazem parte da vida do aluno fora da escola, mas que na escola é apresentado a novas formas conceituais, números fracionários, decimais, irracionais, complexos, etc. O professor transmitindo outros modos de ver o conceito de número. Estes novos usos de número não invalidam o uso anterior ou extraescolar, mas é apenas um novo procedimento introduzido

ISBN 978-84-945722-3-4

(uma nova técnica), que amplia o significado de número. O que se destaca nesse processo é o fato de que deve haver confiança do aluno naquele de quem está aprendendo, bem como nos meios institucionais, como o livro didático. Nossas certezas mais fundamentais não são extraídas de nossa experiência empírica ou de processos mentais, mas decorrem de um acordo em nossas *formas de vida*, parcialmente apresentado pelo professor no contexto escolar. É neste sentido, que uma criança não pode ser motivada a duvidar do que aprende inclusive de seu professor, pois assim seria incapaz de aprender qualquer coisa.

Enquanto no construtivismo se entende que o conhecimento matemático provém de estruturas e que a tarefa principal do professor é dar suporte para que tal desenvolvimento ocorra da forma mais espontânea possível, nos estudos de linguagem matemática a construção do conhecimento matemático provém da capacidade de se seguir regras e a tarefa do professor é ensinar estas regras, "para que o aluno comece a partir de um determinado momento não previsível *a priori*, a 'fazer lances' no jogo de linguagem no qual está sendo introduzido, inclusive aplicando-o a situações empíricas" (Gotschalk, 2008, p. 77).

Portanto, um professor é necessário e este deve mostrar ao aluno o que se deve fazer e como se pode seguir o exemplo. O aluno olha o modo como aprendeu como o único modo de proceder. A partir daí o aluno seguirá as regras cegamente, ele compreenderá todas as coisas de acordo com as regras interiorizadas, não podendo mais ver de outra forma. Não devemos entender isto como uma crítica de Wittgenstein, não é esta sua intenção, mas sim mostrar como as coisas são, se não seguíssemos cegamente as regras que seguimos seriam outras, o que reforça é que somos sempre guiados por regras por que sempre seremos colocados em alguma determinada cultura, que já possui significados determinados em contextos restritos. Frascolla (2004) diz que a adoção de uma regra parece ser um ato da vontade mais ou menos arbitrário, que é como um reconhecimento de um teorema. Sentimo-nos constrangidos a aceitar a prova, para ficar fiéis às leis lógicas universalmente aceitas. Frascolla (2004) considera que admitimos como aplicação correta da regra dada em um caso particular não pode ser tirada da regra, sem que se apele a significação dela, tal como ela é formulada. Mesmo que seja precisa e rigorosa sua formulação, sua significação se dispersa em uma miríade de interpretações diferentes, todas igualmente corretas. Seguimos regras por que são socialmente aceitas.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

A tese de que haveria um pano de fundo comum (essencialismo) escondido por trás de todos os conhecimentos cai por terra. De acordo com Frascolla (2004), para Wittgenstein, a tarefa principal de preencher o buraco deixado pelo fim desta tese é confiado pelo acordo quase unânime entre os membros da comunidade ligados pelas inclinações partilhadas e um treino uniforme. Portanto, a partir do acordo de uma sociedade quanto ao que deve ser considerado com sentido ou não, o treino dará às gerações posteriores a continuidade e desenvolvimento, a partir da gramática definida, como o que tem sentido ou não.

Schmitz (1988) compreende que um cálculo pode ser apenas um jogo que nada no mundo pode justificar, que um jogo pode ser apenas inventado, pois não tem nenhuma realidade antecipadamente dada, ou seja, a justificativa do cálculo seria dada pela sociedade, o que deixa de ser justificativa, mas sim aplicação. O autor considera que a metáfora do jogo tem o mérito de destacar que poderíamos talvez compreender o que é do cálculo matemático sem recurso a metafísicas perigosas e pouco seguras.

Para Schmitz (1988), em se tratando de jogo, admitimos que é possível que as regras, deixem subsistir ambiguidades ou mesmo que não seja mais, em certas circunstâncias, jogável. Sendo jogo, entendemos que mal-entendidos podem acontecer, diferente de ser entendido como algo metafísico. Essas conclusões metafísicas põem um peso sobre quem erra em matemática, pois resulta em ver a matemática como uma capacidade que provém de estruturas ideais ou mentais. O problema está que o peso disso recai sobre o aluno e não sobre o método de ensino do professor, ou quando isto ocorre, recorre-se a teorias cognitivas que se mantém com o essencialismo e o referencialismo.

De acordo com Medina (2007), para Wittgenstein há certos aspectos do domínio de uma linguagem que uma abordagem cognitivista (construtivista, comportamentalista, empirista e/ou psicológica) não pode explicar, pois não há como explicar como o comportamento do aprendiz se estrutura por meio de normas, pois estas não podem ser reduzidas a generalizações, sendo que o que se adquire na aprendizagem de uma linguagem é mais do que um conjunto de disposições verbais e de hipóteses bem confirmadas, trata-se de um conjunto de normas para a aplicação de palavras, ou seja, envolve um processo de estruturação normativa de comportamento que vai além do simples condicionamento e tal estruturação ocorre por meio de uma socialização ou entrada na cultura, isto é, por meio de

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

um treinamento em práticas de uso de linguagem governadas por regras. Entender o que é seguir uma regra é entender como a linguagem produz seu significado.

Gebauer () diz que Wittgenstein coloca a “no lugar da apreensão mental de significados uma compreensão prática. Onde antes e assumiam atos mentais, há em Wittgenstein ações práticas, que ocorrem no jogo de linguagem formado coletivamente”. O autor se refere à crítica que se percebe na obra de Wittgenstein à toda a tradição filosófica que consideramos que influencia os pensamentos em educação. A compreensão é tomada tradicionalmente relacionada à processos mentais, mas Wittgenstein substitui tal entendimento, colocando em sua base a prática humana. Portanto, a compreensão na ótica wittgensteiniana passa a ser visto como dependente da construção social, e assim é tomada como o domínio de uma técnica, ou seja, compreender uma proposição matemática quer dizer de fato saber o que podemos fazer, quais são as regras que foram aplicadas para conduzir a ela e qual gênero de cálculo pode ser conduzido a partir dela.

Referências Bibliográficas

Frascolla, P. (2004). Wittgenstein sur la preuve mathématique. En Floyd, J., Frascolla, P. et Marion, M. Wittgenstein et les mathématiques, Capítulo 4, pp. 43-60. Paris: Éditions Trans-Europ-Repress.

Gebauer, G. (2013). *O pensamento antropológico de Wittgenstein*. São Paulo: Edições Loyola.

Gottschalk, C. (2008). A construção e transmissão do conhecimento matemático sob uma perspectiva wittgensteiniana. Cad. Cedes, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 75-96, jan./abr.

Gottschalk, C. (2009). O sentido formativo da matemática. São Paulo: instituto de estudos avançados da USP.

Medina, J. (2007). *Linguagem: conceitos-chave em filosofia*. Porto Alegre: Artmed.

Schmitz, F. (1988). *Wittgenstein, la philosophie et les mathématiques*. Paris: PUF.

Wittgenstein, L. (1999). *Investigações filosóficas (IF)*. Tradução de José Carlos Bruni. São Paulo: nova cultural.

ISBN 978-84-945722-3-4