

## **ESTRUTURA MULTIPLICATIVA: UM ESTUDO COMPARATIVO ENTRE O QUE A PROFESSORA ELABORA E O DESEMPENHO DOS ESTUDANTES**

Merlini, Vera Lucia – magina, Sandra – Santos, Aparecido  
vera.merlini@gmail.com – sandramagina@gmail.com – cido10@uol.com.br  
Universidade Estadual de Santa Cruz: Brasil – Universidade Estadual de Santa Cruz:  
Brasil – Universidade Nove de Julho: Brasil

Tema: Processos Psicológicos implicados no Ensino e na Aprendizagem da Matemática.

Modalidade: CB

Nível Educativo: Primária ( 6 a 11 anos)

Palavras Chave: Estrutura Multiplicativa, Ensino Fundamental, diagnóstico.

### **Resumo**

*Este artigo objetiva comparar e discutir a concepção de 14 professoras dos dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental e o desempenho de seus estudantes do 2º ciclo em situações de Estrutura Multiplicativa. Trata-se de um estudo descritivo analítico, desenvolvido a partir das ideias teóricas de Vergnaud (1994) e dos estudos de Magina e cols. (2010) a respeito do Campo Conceitual Multiplicativo. O estudo é parte integrante de um projeto de pesquisa financiado pelo CNPq. Os dados analisados foram coletados a partir da elaboração de seis problemas pelas professoras e de um teste diagnóstico, contendo 13 questões de Estrutura Multiplicativa, aplicado em 183 estudantes dos 4º e 5º anos (2º ciclo) do Ensino Fundamental, de uma Escola Pública de São Paulo. A análise comparativa permitiu identificar a estreita relação entre os problemas elaborados pelas professoras e o sucesso dos estudantes no teste, evidenciando a existência da tríade maturidade/experiência/aprendizagem proposta por Vergnaud (1994).*

### **Introdução**

Este artigo é um recorte de um projeto de pesquisa cujo objetivo foi a formação continuada de professoras dos dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental<sup>1</sup> em uma escola pública do estado de São Paulo. Para que pudéssemos iniciar tal formação, fizemos dois estudos preliminares, sendo que no primeiro pedimos que as professoras elaborassem seis problemas, e aos seus estudantes fora aplicado um instrumento diagnóstico composto por treze questões, ambos referentes à Estrutura Multiplicativa.

No Brasil o ensino formal das operações referentes a Estrutura Multiplicativa (multiplicação e divisão) é iniciado a partir do 2º ciclo do Ensino Fundamental (entre 4º e 5º anos). Para a introdução, principalmente, da operação de multiplicação é comum a exploração de situações que proporcionam a continuidade entre o raciocínio aditivo e multiplicativo, nas quais a multiplicação é tida como uma forma econômica da adição de parcelas repetidas. Desta forma, o ensino se faz a partir das tabelas de multiplicar e

---

<sup>1</sup> Projeto aprovado pelo CNPq coordenado pela Profa.Dra.Sandra Magina, intitulado (Re)significar as estruturas multiplicativas a partir da formação ‘ação-reflexão-planejamento-ação’ do professor.

na manipulação do algoritmo, tendo a memorização das multiplicações básicas como um dos objetivos do ensino da matemática nessa fase de escolarização. Isso nos remete a imaginar que existe uma crença que se o estudante dominar a tabuada e alguns procedimentos de cálculo, ele terá também o domínio conceitual das operações de multiplicação e divisão e que será capaz de resolver com sucesso problemas do campo conceitual.

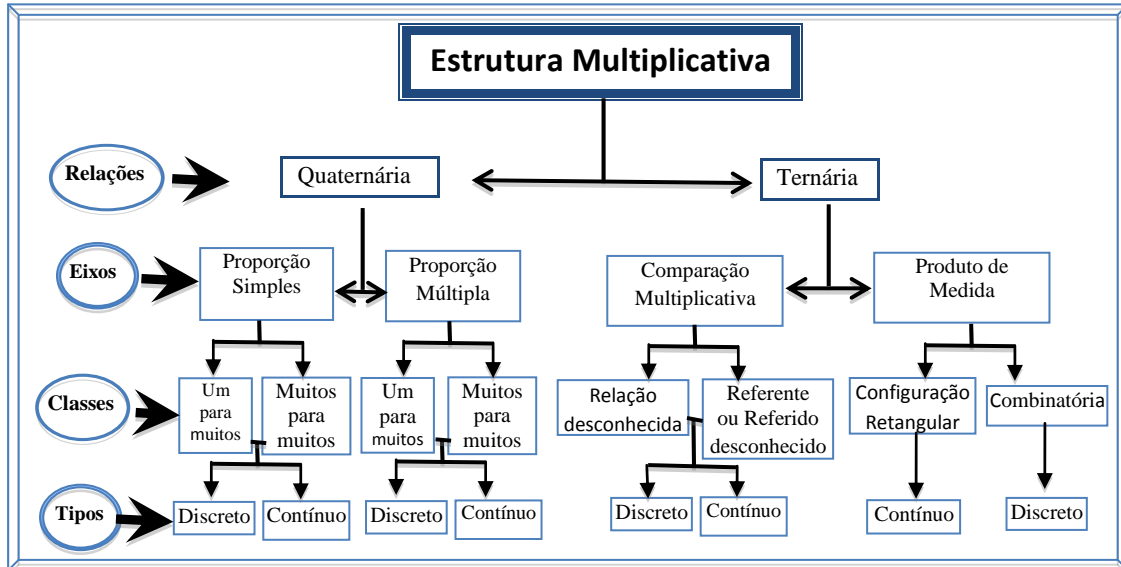
Esta crença vem de encontro com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) que apontam para um trabalho integrado dos diferentes blocos estruturados do referido documento, assim como trabalhar com resolução de problema o que requer uma ação docente que possa atender os seguintes atributos:

O ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema; o problema não é o exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório; aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros; o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas; a resolução de problemas não é uma atividade para ser resolvida paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas. (BRASIL, 1997, p.43)

Nesta direção estão as ideias teóricas de Vergnaud (1994), com relação ao conjunto de situações que conferem sentido ao Campo Conceitual Multiplicativo e os estudos de Magina et al (2010) no que se refere a competência dos estudantes e a concepção das professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental em diversas situações do referido campo conceitual.

Um Campo Conceitual Multiplicativo pode ser definido por um conjunto de situações, cujo tratamento requer uma variedade de conceitos, procedimentos e representações de tipos diferentes, em estreita relação uns com os outros. Entre os conceitos destacamos: as funções lineares e não-lineares, o espaço vetorial, a análise dimensional, a fração, razão, proporção, número racional, multiplicação e divisão.

Partindo das ideias teóricas de Vergnaud (1994) referente ao Campo Conceitual Multiplicativo, elaboramos um esquema para que possamos sintetizar tais ideias. Dessa forma, o esquema será apresentado no quadro 1 a seguir:

**Quadro 1:** Esquema do Campo Conceitual Multiplicativo<sup>2</sup>


O esquema da Estrutura Multiplicativa está dividido em duas partes: relações quaternárias e relações ternárias. As relações quaternárias são constituídas por dois eixos: proporção simples e proporção múltipla, e cada um deles se constituem por duas classes de situações (um para muitos e muito para muitos), e ainda cada classe leva em consideração dois tipos de quantidades: contínua e discreta.

De maneira análoga, as relações ternárias são constituídas por dois eixos: comparação multiplicativa e produto de medida. No primeiro eixo constam duas classes: relação desconhecida e referente desconhecido, considerando dois tipos de quantidades: contínua e discreta. Quanto ao segundo eixo das relações ternárias, o produto de medidas, conta com duas classes de problemas: a configuração retangular que permite dois tipos de quantidades (contínua e discreta), e a combinatória que permite apenas a quantidade discreta.

### Metodologia

Este estudo tem os moldes de uma pesquisa descritiva que, segundo Rudio (2001), o pesquisador tem por objetivo conhecer e interpretar determinados fenômenos ligados à realidade sem nela interferir para modificá-la.

Do ponto de vista da coleta dos dados, primeiramente, solicitamos que as professoras elaborassem seis problemas que requerem para a sua resolução uma operação de multiplicação ou divisão ou ainda uma combinação dessas duas operações. E em

<sup>2</sup> Esquema do Campo Conceitual Multiplicativo baseado no esquema elaborado por Magina, Santos e Merlini (2010) ajustado em 2012 por Magina e col.

seguida foi aplicado aos estudantes o instrumento diagnóstico. Essa aplicação foi feita de maneira coletiva pela professora de cada turma, com a supervisão dos três pesquisadores. Os estudantes responderam um instrumento contendo 13 questões, das quais analisaremos 12, por passar a entender que uma delas (a 13ª questão) não se encaixa no eixo que havíamos indicado na ocasião. É conveniente ressaltar que tanto a elaboração dos problemas das professoras quanto o instrumento diagnóstico aplicado aos estudantes, referem-se ao Campo Conceitual Multiplicativo.

Desse modo, a análise dos dados do presente estudo se fará a partir da comparação entre os seis problemas elaborados pelas professoras com o desempenho dos estudantes em 12 das 13 situações extraídas do instrumento diagnóstico aplicado aos 183 estudantes, sendo 94 do 4º ano e 89 do 5º ano do Ensino Fundamental, de uma mesma e Escola Pública Estadual de São Paulo.

### Análise dos dados

Nessa seção, iniciaremos destacando que dos 84 problemas elaborados pelas professoras, número que representa o produto entre 14 (professoras) e seis (problemas), 71 deles foram majoritariamente classificados como compatíveis (84,5%), e é a partir destes que faremos a análise dos dados sob dois enfoques: a quantitativa e a qualitativa.

No que diz respeito à análise quantitativa, destacaremos o percentual de problemas elaborados em cada um dos eixos do Campo Conceitual Multiplicativo, considerando as categorias de base desse campo, assim como discutiremos as operações matemáticas mais adequadas para a sua resolução. No tocante à análise qualitativa, o foco estará relacionado nos aspectos conceituais, didáticos e cognitivos, intrínsecos aos problemas elaborados pelas professoras.

A tabela 1 apresenta os dados que correspondem à quantidade, e seu respectivo percentual, dos problemas elaborados pelas professoras, em cada eixo do Campo Conceitual Multiplicativo.

**Tabela 1:** Classificação dos 71 problemas compatíveis elaborados pelas professoras

	<b>Eixo 1</b> <b>Proporção simples</b>	<b>Eixo 3</b> <b>Comp.Multiplicativa</b>	<b>Eixo 4</b> <b>Produto de Medidas</b>
<b>Qtde - %</b>	64 de 71 – 90%	6 de 71 – 8,5%	1 de 71 – 1,5%

Os dados da tabela 1 apresentam uma predominância, por parte das professoras, em elaborar problemas relacionados ao eixo 1 (proporção simples). É possível que esta ocorrência esteja diretamente ligada a duas razões. A primeira pode estar relacionada ao fato que neste eixo é possível explorar um número maior de situações. Existe a possibilidade de elaborar problemas que contemplem as operações de multiplicação e

divisão na correspondência um para muitos e muitos para muitos, e ainda considerar as quantidades discretas e não discretas. Somente com estas variações formularia oito tipos diferentes de problemas.

A segunda razão poderia estar ligada a concepção das professoras em relação ao Campo Conceitual Multiplicativo. Isso significa que situações envolvendo a noção de proporção simples, na perspectiva conceitual e didático, constituem-se como protótipos a partir dos quais se define a multiplicação como adição de parcelas repetidas, baseadas no esquema de ação da relação parte e todo (Nunes, 1997). Além disso, problemas envolvendo a noção de proporção simples permitem um tratamento didático característico das relações ternárias (Vergnaud, 1994), o que poderia significar a possibilidade de uma algoritmização precoce das operações de multiplicação e divisão apoiadas na memorização da tabuada.

Julgamos que seja pertinente destacar ainda que, todos os 64 problemas elaborados pelas professoras contemplaram a correspondência um para muitos, sendo que destes, 48 (75%) solicitavam para a sua resolução a operação de multiplicação e 16 (25%) a operação divisão somente do tipo partitiva (Fischbein et al, 1985).

Quanto aos seis problemas elaborados relativos ao eixo 3 e ao único problema do eixo 4, estes requerem como operação mais adequada para a resolução a multiplicação. Em resumo temos que, dos 71 problemas compatíveis elaborados pelas professoras, 55 (86%) apresentam a multiplicação como a operação mais indicada para resolvê-los.

Nesse momento, passaremos a expor, quantitativamente, o desempenho dos estudantes. Contudo, primeiro é pertinente destacar o desenho do instrumento diagnóstico dos estudantes, referente aos eixos trabalhados e a operação mais indicada para a resolução das questões. Com relação ao campo “respostas possíveis”, este é o produto da quantidade de questões, referente ao eixo, vezes a quantidade de estudantes.

**Tabela 2:** Desenho do instrumento diagnóstico dos estudantes por eixo, operação e quantidade respostas.

	Multiplicação	Divisão		Divisão partitiva e Multiplicação	Respostas possíveis
		Partitiva	Quotitiva		
<b>Eixo 1</b>	03	01	02	01	1 281
<b>Eixo 3</b>	01		02		549
<b>Eixo 4</b>	01		01		366

Os dados da tabela 2 revelam que das sete questões referentes ao eixo 1 (proporção simples), três solicitam como operação mais indicada para sua resolução a multiplicação na correspondência um para muitos (Q1, Q5, Q7), três a operação de divisão, sendo uma

de divisão partitiva (Q9), duas de divisão quotitiva (Q2 e Q6), e outra (Q12) que necessitava da divisão partitiva seguida da multiplicação (podemos perceber que só nos referimos às divisões partitiva e quotitiva no eixo 1). O total das respostas possíveis para o eixo 1 (proporção simples) é de 1281 (7 questões x 183 estudantes).

Com relação ao eixo 3 (comparação multiplicativa) uma questão (Q4) requeria a multiplicação e as outras duas questões (Q8 e Q11) a divisão, perfazendo um total de 549 possíveis respostas (3 questões x 183 estudantes). Para o eixo 4 (produto de medidas contamos com duas questões uma de multiplicação (Q3) e a outra de divisão (Q10) contando com 366 respostas (2 questões x 183 estudantes).

Apresentaremos a seguir os dados da tabela 3 que representam o desempenho dos estudantes nos respectivos eixos do Campo Conceitual Multiplicativo, para que possamos estabelecer a comparação com os problemas elaborados pelas professoras.

**Tabela 3:** Desempenho dos 183 estudantes do 4º e 5º anos por eixo

	<b>Eixo 1</b> <b>Proporção simples</b>	<b>Eixo 3</b> <b>Comp.Multiplicativa</b>	<b>Eixo 4</b> <b>Produto de Medidas</b>
<b>Qtde Acerto %</b>	<b>666 – 52%</b>	<b>159 – 29%</b>	<b>77 – 21%</b>

Podemos perceber, a partir dos dados da tabela 3, que os estudantes tiveram melhor desempenho no eixo 1, o que nos leva supor que tal desempenho está diretamente ligado à predominância das professoras na elaboração de problemas referente ao referido eixo. Em outras palavras, a análise comparativa dos dados nos leva a conjecturar que há fortes indícios que essa preferência esteja refletida em sua sala de aula, tendo em vista que o melhor desempenho dos estudantes também estão, majoritariamente, concentrados no eixo 1.

A próxima comparação será feita em relação à operação mais indicada para a resolução dos problemas,

**Tabela 4:** Desempenho dos 183 estudantes do 4º e 5º anos por eixo e operação mais indicada

	<b>Multiplicação</b>	<b>Divisão</b>		<b>Divisão partitiva e Multiplicação</b>
		<b>Partitiva</b>	<b>Quotitiva</b>	
<b>Eixo 1</b>	<b>329 – 60%</b>	<b>118 – 65%</b>	183 – 50%	39 – 21%
<b>Eixo 1</b>		<b>301 – 55%</b>		
<b>Eixo 3</b>	102 – 56%	51 – 14%		-
<b>Eixo 4</b>	44 – 24%	29 – 16%		

Elaboramos a tabela 4, baseada na tabela 3, cujos dados apresentam em quantidade de acerto e sua respectiva porcentagem dos problemas contidos no diagnóstico dos estudantes, segundo a operação mais indicada para sua resolução.

Os dados contidos na tabela 4 nos chamam a atenção para alguns pontos que julgamos relevantes. Iniciaremos fazendo a comparação entre a elaboração das professoras e o desempenho dos estudantes, no eixo 1 segundo as operações de multiplicação e divisão. Os dados revelam que os estudantes se saíram melhor nos problemas que tinham como operação mais indicada a multiplicação (60%) em detrimento a divisão (55%), o que nos leva supor que, uma vez que as professoras elaboraram uma quantidade maior de problemas multiplicativos, nos parece natural que seus estudantes tivessem maior êxito. Outro ponto que destacamos reside no fato do desempenho dos estudantes quanto a operação de divisão relacionado ao tipo partitiva e quotitiva. Como já discutimos anteriormente, dos 64 problemas elaborados considerados compatíveis, as professoras contemplaram 16 (25%) com a operação de divisão, e destes apareceram apenas do tipo partitiva. Nesse contexto, ao compararmos a elaboração das professoras e o desempenho dos estudantes, é razoável conjecturar que problemas de divisão quotitiva são menos trabalhados em sala de aula, uma vez que eles não aparecem na elaboração e o sucesso dos estudantes é menor.

De todo modo, ao compararmos os eixos 3 e 4, os dados revelam o mesmo fenômeno, ou seja, os problemas que levam ao melhor desempenho são aqueles cuja operação mais indicada é a multiplicação. No eixo 3 esse fato fica muito nítido pois a diferença do desempenho entre as operações de multiplicação e divisão atinge 42 pontos percentuais, a segunda ficando em desvantagem.

Apresentada a análise dos dados, passaremos às nossas considerações finais.

### **Considerações finais**

O objetivo desse artigo é comparar e discutir a concepção de 14 professoras dos dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental e o desempenho de seus estudantes do 2º ciclo em situações de Estrutura Multiplicativa. A partir da análise dos dados é possível fazermos algumas considerações relevantes.

Os resultados obtidos nos permitem afirmar que há uma relação entre as situações elaboradas pelas professoras e o desempenho de seus estudantes. Isso significa que o tipo das situações mais contempladas na elaboração das professoras, foram aquelas em que seus estudantes obtiveram maior sucesso. Podemos destacar esses resultados em

três quesitos: (i) a operação mais adequada para resolução (multiplicação ou divisão): dentre os 71 problemas compatíveis elaborados pelas professoras, nos três eixos abordados, 55 deles (86%) requerem a operação de multiplicação. Quanto ao desempenho dos estudantes, estes tiveram melhor desempenho em situações (dos eixos 1, 3 e 4) que requeriam a operação de multiplicação ficando 17 pontos percentuais acima daquelas que requeriam a divisão; (ii) na operação de divisão partitiva em detrimento a divisão quotitiva: esta última não foi sequer elaborada pelas professoras e o sucesso entre os estudantes foi maior na divisão partitiva, ficando em patamares de 65% para divisão partitiva e 50% para quotitiva; (iii) o eixo 1 (proporção simples): de acordo com nossa classificação, este foi o eixo mais requisitado na elaboração dos problemas das professoras (90%) e entre os estudantes foi o que, notadamente, teve índice maior índice de sucesso (52%) em relação aos eixos 3 e 4 (28% e 20% respectivamente).

Esta análise comparativa nos permitiu identificar a tríade de Vergnaud (1994) maturidade/experiência/aprendizagem. Pensando na construção do conhecimento, por um lado não se pode negar que a maturidade é um dos fatores importantes e talvez seja a pedra angular dessa tríade, contudo, por outro a experiência e a aprendizagem, necessariamente, passam pelo ensino e pelo conjunto de situações as quais os sujeitos são expostos, e sobre esses últimos dois aspectos a escola desempenha um papel central.

### Referências

- Brasil. (1997). Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria da Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental – Matemática*, v.3. Brasília: MEC/SEF.
- Fischbein, E. et al, (1985). *The role implicit models in solving problems in multiplication and division*. JRME 16 (1), p. 3-17.
- Magina, S.M.P.; Santos, A.; Merlini, V.L. (2010). O desempenho dos estudantes de 4º Série do Ensino Fundamental frente a problemas de Estrutura Multiplicativa. In: *X Encontro Nacional de Educação Matemática*, 2010, Salvador. Educação Matemática, Cultura e Diversidade. Ilhéus: Via Literarum, v.1, p. 1-11.
- Nunes, T.; Bryant, P. (1997). *Crianças fazendo Matemática*. Porto Alegre. Artmed Ed. p.224
- Rudio, F.V. (2001). *Introdução ao Projeto de Pesquisa Científica*. Petrópolis: Vozes, 32ª Ed.
- Vergnaud, G. (1994). Multiplicative conceptual field: what and why? In: Guershon, H. e Confrey, J. (Eds). *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics*. Albany, N.Y.: State University of New York Press. p. 41-59.