CB-568

PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL

Sidineia Barrozo – Matheus Moreira Costa – Erika Capelato
sbarrozo@iq.unesp.br – matheuscosta@ifsp.edu.br – erika@fclar.unesp.br
Universidade Estadual Paulista (UNESP) – IQ – FCL – Câmpus de Araraquara (Brasil)
Instituto Federal de São Paulo – Câmpus de Itapetininga (Brasil)

Núcleo temático: Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
Modalidad: Comunicación Breve (CB).
Nivel educativo: Formación y actualización docente.
Palabras clave: Função Exponencial; Sequência Didática; Recursos Tecnológicos; Modelagem no Ensino.

Resumo
Este trabalho propõe uma sequência de atividades para o ensino da função exponencial como recurso didático tanto para o ensino médio quanto para as disciplinas de Matemática em cursos superiores que contemplam as funções de uma variável real em seus programas. Foi elaborada durante um trabalho de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, na UNESP, e baseou-se nos referenciais teóricos sobre o uso de Tecnologias de Informação e Comunicação, modelagem matemática e contextualização no ensino e aprendizagem de Matemática. Desta forma, propõe atividades que integram a modelagem matemática de problemas inerentes à realidade dos alunos aos recursos computacionais como o software GeoGebra e planilhas de cálculo, com os quais podemos explorar tanto as propriedades da função quanto realizar ajustes de parâmetros de dados reais, como dados censitários para ajustar a função de crescimento populacional logística, por exemplo. Isso possibilita a inversão na ordem da aprendizagem, partindo-se de dados, de fenômenos e da visualização gráfica para se chegar à expressão matemática e suas propriedades, uma metodologia reconhecidamente eficaz em relação ao seu potencial motivador e que será aplicada, neste semestre, na disciplina de Economia Matemática I do Curso de Ciências Econômicas da UNESP, Câmpus de Araraquara.

Introdução

Apresentamos e discutimos neste trabalho uma sequência de atividades didáticas para o ensino da função exponencial, elaborada no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, na UNESP**,** Câmpus de Rio Claro, São Paulo, Brasil.
De acordo com Lopes (2013), “A elaboração de um produto educacional é um processo reflexivo e contextualizado, que contém tanto alguns dos saberes da experiência docente dos professores quanto a teoria desenvolvida por pesquisadores e estudadas com profundidade” (p. 632). Assim, este trabalho é consequência de um processo reflexivo sobre as dificuldades relacionadas à compreensão das funções exponenciais em disciplinas

ISBN 978-84-945722-3-4

do ensino superior, vivenciadas pelos docentes envolvidos, e de estudos sobre a temática. Tem por objetivo auxiliar os docentes que trabalham com este tema, apresentando possibilidades e sugestões que podem e devem ser adaptadas a cada nível de escolaridade e a cada realidade onde se trabalha, sendo facilmente implementada tanto no ensino médio quanto no ensino superior. Pretende ser, portanto, apenas um ponto de partida.
A proposta sugere iniciar pelo processo de modelagem, partindo de situações do cotidiano dos alunos e que os levem a deduzir a expressão matemática representada por uma função exponencial. A partir desta dedução, explorar sua definição e propriedades por meio do *software* GeoGebra. E na sequência, estender seu uso em problemas mais complexos, como o modelo de crescimento populacional logístico (Bassanezi, 2010) e, utilizando o *software* LibreOffice Calc, encontrar os parâmetros do modelo que o ajuste a uma situação real. A proposta original elaborada no mestrado (Costa, 2016) foi adaptada para ser implementada, neste semestre, na disciplina Economia Matemática I do curso de Ciências Econômicas da UNESP, Câmpus de Araraquara. As atividades e os resultados são apresentados ao longo do trabalho.

Justificativa

A dificuldade que muitos estudantes brasileiros têm com o aprendizado da Matemática é bastante preocupante. Essa condição é facilmente verificada quando analisamos os resultados das mais diversas avaliações e pesquisas. O resultado do último Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA), por exemplo, mostra o baixo rendimento dos jovens brasileiros na disciplina, em que o Brasil ficou na 58ª posição entre os 65 países participantes, sendo que 67,1% dos estudantes brasileiros que fizeram a prova tiveram um rendimento considerado insuficiente (OECD, 2013).
Nossa experiência com as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral no ensino superior também indica que grande parte da dificuldade dos alunos está relacionada a pouca compreensão que possuem dos conteúdos da matemática básica e, em particular, de funções. E de modo especial, das funções exponenciais e logarítmicas.
Embora muitos estudos já tenham sido realizados sobre o tema e várias sugestões tenham sido apresentadas ao longo do tempo por professores, pesquisadores e especialistas, tanto no âmbito de reformas no modelo educacional quanto de metodologias de ensino, o problema persiste. Em grande parte devido ao fato de que o sistema educacional brasileiro, por trabalhar com uma estrutura curricular rígida, conteudista e de pouca valorização do trabalho docente, dificulta as intervenções metodológicas necessárias, ficando o trabalho vinculado à boa vontade, esforço e criatividade dos professores, caso a caso e, por isso, com poucos efeitos no âmbito global.
Além destas dificuldades, os professores de Matemática precisam trabalhar com algumas características inerentes à própria Matemática, uma vez que o conhecimento matemático exige uma memorização sistemática e detalhada de muitos dados, a realização de grande número de operações e rotinas que devem ser aplicadas na ordem correta e de forma precisa, o conhecimento de uma linguagem e de símbolos próprios e específicos que não estão presentes no cotidiano dos estudantes, o caráter acumulativo do conhecimento, entre outras. E ao que se observa, o método tradicional de ensino apenas reforça a memorização de procedimentos, conforme Santos (2010) aponta em sua dissertação de mestrado:

> Observa-se que, geralmente, o ensino da Matemática se restringe ao uso do quadro, giz e livro didático. As aulas são meramente expositivas, sendo o assunto

ISBN 978-84-945722-3-4

> desenvolvido na seguinte sequência: definição, exemplos e exercícios, repetições dos exemplos. Acredita-se que este procedimento reduz a aprendizagem da Matemática à memorização de conceitos e algoritmos. O aluno é levado a conceber a Matemática como uma disciplina cujo único objetivo é aplicar regras logicamente organizadas e sem nenhuma utilidade prática. (p. 54).

É necessário, portanto, criarmos alternativas a este método de ensino que prioriza a aula expositiva, em que os estudantes recebem o conteúdo de forma passiva e pouco se envolvem com a aprendizagem. E neste sentido, as metodologias de ensino que contemplam a contextualização, a modelagem matemática e o uso de recursos tecnológicos são grandes aliadas para esta transformação.

Princípios norteadores: Planos Curriculares Nacionais (PCN), contextualização, modelagem e tecnologias de informação e comunicação (TIC)

A legislação brasileira, por meio dos PCN (Brasil, 1999) e dos PCN+ (Brasil, 2002), enfatiza a importância do uso de novas metodologias no ensino da Matemática, como a importância da contextualização, por exemplo:

> Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação. (Brasil, 2002, p. 111).

Os PCN ressaltam também a importância do estudo das funções no contexto da modelagem matemática, por permitir ao aluno adquirir a linguagem algébrica necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. O documento cita como exemplo as funções exponenciais e logarítmicas que são aplicadas em áreas do conhecimento como matemática financeira, crescimento de populações, intensidade sonora, pH de substâncias e outras.

A contextualização, em conjunto com a modelagem matemática, vem sendo também defendida há tempos por educadores da matemática e, conforme D'Ambrosio (2009): "O grande desafio do professor de hoje é desenvolver um programa dinâmico, apresentando a ciência de hoje relacionada a problemas de hoje e ao interesse dos alunos" (p.32-33). Desta forma, vemos a contextualização aliada à modelagem matemática como um caminho para se enfrentar este desafio, uma vez que favorecem a aprendizagem significativa, evidenciam a presença da matemática no cotidiano e sua importância para a formação de cidadãos conscientes e reflexivos, motivando-os à compreensão dos conceitos e ao entendimento dos métodos.

Além da contextualização e modelagem, outra importante ferramenta contemplada nos PCN é o uso de tecnologias no ensino da Matemática, destacando que "O impacto da tecnologia, cujo instrumento mais relevante é hoje o computador, exigirá do ensino de Matemática uma nova perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos para que o aluno possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento" (Brasil, 1999, p. 41). Nesse sentido, a interatividade é um fator importante. O aluno deve ser um agente atuante de seu

ISBN 978-84-945722-3-4

aprendizado. Por isso a importância de se utilizar ferramentas que o aluno possa modificar o modelo e compreender as mudanças que ocorrem quando os parâmetros são alterados (Siqueira, 2013). E para que se tenha êxito nestas questões, a escolha do recurso a ser utilizado é fundamental, pois além de executar as tarefas esperadas, precisam ser acessíveis e de fácil aprendizagem e manuseio. Dois *softwares* computacionais que atendem bem a estes requisitos são o GeoGebra e o LibreOffice Calc, pois possibilitam alterações nos modelos de forma fácil, visualização geométrica dinâmica, realização de cálculos trabalhosos, são de fácil aprendizagem e uso e acessíveis, por serem gratuitos.

Descrição das atividades

As atividades propostas se dividem em dois grupos, sendo um de atividades que consideramos teóricas e outro de atividades computacionais que devem ser realizadas, preferencialmente, em um laboratório de informática. Todavia, os programas utilizados também estão disponíveis na forma de aplicativos para *smartphones* e, portanto, estas atividades podem ser adaptadas para esta realidade.

Apresentamos a seguir o roteiro das atividades, sendo que os detalhes e maiores informações são apresentados no Apêndice.

Atividade 01 (teórica): *Proposição de problemas para serem modelados e resolvidos matematicamente, cujas formulações envolvem funções exponenciais.*

Objetivos: i) Trabalhar o raciocínio lógico e dedutivo, assim como a linguagem matemática na elaboração do modelo. ii) Estimular os estudantes a perceber um novo tipo de função que surge em todos os problemas trabalhados: semelhante à função potência, porém com a variável independente no expoente. iii) Familiarizar-se com o uso de calculadoras para resolver os problemas.

Atividade 2 (teórica): Formalização matemática da função exponencial.

Objetivo: i) Definir a função exponencial e suas propriedades, com o objetivo de formalizar o conhecimento adquirido. ii) Apresentar o número irracional "*e*" a partir de seu contexto histórico, a função exponencial com base "*e*" e sua importância nas diversas áreas do conhecimento.

Atividade 03 (computacional): Exploração gráfica da função exponencial utilizando GeoGebra.

Objetivos: i) Compreender, por meio de visualização gráfica, as principais propriedades e características da função exponencial, em especial a influência da base no comportamento da função (crescimento e decrescimento), a velocidade de crescimento e decrescimento, o que ocorre se a base for negativa, o domínio, a imagem e a injetividade. ii) Estimular os estudantes a deduzir as propriedades e características da função exponencial utilizando a variação de parâmetros. iii) Enfatizar a diferença entre as funções exponenciais e as funções potências. iv) Desenvolver a competência de interpretação de gráfico e generalização. v) Familiarização com o *software* GeoGebra.

Atividade 04 (teórica): Propor novas perguntas aos problemas da Atividade 01 que implicam na necessidade de resolver o problema inverso, ou seja, de se definir a função logarítmica.

Objetivos: i) Definir formalmente a função logarítmica a partir da necessidade de resolver os problemas propostos. ii) Resolver os problemas. iii) Formalizar as propriedades e características da função logarítmica.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Atividade 05 (computacional): Exploração gráfica da função logarítmica utilizando GeoGebra.
Objetivos: i) Atingir os objetivos citados nos itens i), ii) e iv) da *Atividade 03*, para a função logarítmica. ii) Observar a propriedade de simetria (em relação à reta $y = x$) que existe entre uma função e sua inversa. iii) Generalizar esta propriedade por meio da variação de parâmetros e da construção gráfica de outras funções (supostamente já estudadas).
Atividade 06 (teórica): Propor problemas de aplicações das funções exponenciais e logarítmicas que envolvam conteúdos matemáticos mais avançados.
Objetivos: i) Motivar os estudantes com outros problemas interessantes, porém mais complexos, como crescimento populacional logístico. ii) Estimular a busca do conhecimento, o qual proporciona a resolução de problemas mais realísticos.
Atividade 07 (computacional): Utilizar o software LibreOffice Calc para fazer simulações dos modelos de crescimento populacional estudados na Atividade 06.
Objetivos: i) Utilização de simulações na resolução de problemas. ii) Desenvolver a competência de analisar e interpretar resultados. ii) Familiarização com o *software* LibreOffice Calc.

Resultados e discussões

As atividades elaboradas durante o período do mestrado tiveram cunho teórico, cujo objetivo foi desenvolver uma sequência de atividades que pudesse contribuir para o aprendizado significativo das funções exponenciais no ensino médio, cujo conteúdo completo pode ser acessado em (Costa, 2016). No início deste semestre as atividades foram adaptadas para serem aplicadas na disciplina Economia Matemática I, uma disciplina do primeiro semestre do curso de Ciências Econômicas da Faculdade de Ciências e Letras da UNESP, Câmpus de Araraquara. Assim, trabalhamos apenas as Atividades de números 01 a 05, sendo que as Atividades 06 e 07 não foram trabalhadas neste momento por se tratar de alunos do primeiro semestre do curso e que ainda realizarão disciplinas que abordam conteúdos de equações diferenciais e estatística. Por isso consideramos adequado realizá-las posteriormente à aquisição destes conhecimentos, tornando-as mais interessantes. As atividades teóricas foram desenvolvidas em sala de aula e as práticas no laboratório didático de informática, tendo participado 36 alunos.
Durante as atividades teóricas (descritas no Anexo deste texto), os problemas foram apresentados como atividades motivadoras para o estudo das funções exponenciais e as resoluções se deram depois de análise e interpretação do enunciado, feito em conjunto entre professor e alunos. Observamos que a abordagem destes exercícios despertou grande interesse nos alunos pela resolução, uma vez que são problemas próximos à realidade destes estudantes e do curso de graduação que estão inseridos. Observamos também que os conteúdos matemáticos utilizados na solução, por exemplo, a soma finita de progressão geométrica e o uso da propriedade distributiva para a multiplicação, não eram conceitos dominados e/ou conhecidos por todos os alunos, o que nos permitiu identificar tópicos que merecem atenção e precisam ser trabalhados na disciplina.
Nas atividades computacionais foi notável a facilidade com que os estudantes se familiarizaram com o *software* GeoGebra e o envolvimento que apresentaram com as questões propostas, fazendo questionamentos, levantando dúvidas, experimentando, formulando conclusões, enfim, participaram ativamente do processo de aquisição daquele conhecimento. Ainda, estas atividades proporcionaram um fato que consideramos

ISBN 978-84-945722-3-4

relevante: os estudantes compreenderam o caráter dinâmico das funções, ou seja, grandezas que variam. Outro fato importante e citado por eles é que estas atividades tornaram o estudo das funções menos abstrato, palpável e, portanto, mais compreensível e de fácil assimilação.

As atividades computacionais também exigiam a compreensão das características das funções e a descrição delas. A análise das respostas mostrou que a grande maioria dos estudantes compreendeu as propriedades e características das funções propostas, porém apresentou grande dificuldade com a escrita matemática. Este é um aspecto que também precisará ser trabalhado com estes estudantes.

Considerações finais

Este trabalho apresenta uma proposta de atividades de caráter motivador, dedutivo e exploratório-investigativo que busca auxiliar na aprendizagem significativa das funções exponenciais por estudantes do ensino médio ou em disciplinas de Matemática em cursos superiores que contemplem as funções de uma variável real em seus programas. Sua aplicação em uma disciplina do curso de Ciências Econômicas da UNESP evidenciou que possui grande potencial motivador e proporcionou a compreensão de conceitos considerados muito abstratos pelos estudantes, tornando-os palpáveis, visíveis e, portanto, compreensíveis. As atividades permitiram também diagnosticar a facilidade com que os estudantes se familiarizaram com o *software* Geogebra e a dificuldade que apresentaram com a escrita matemática, o que precisa ser trabalhado. Pretendemos aplicá-la em outras disciplinas e outros cursos, a fim de melhor avaliá-la e aperfeiçoá-la.

Por fim, esperamos que esta proposta possa contribuir com a prática de professores que atuam no ensino de funções em todos os níveis, possibilitando sua adequação às turmas com que estejam trabalhando.

Referencias bibliográficas

Bassanezi, R.C. (2010). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*: *uma nova estratégia* (3nd ed.). São Paulo: Contexto.

Brasil (1999). Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio). Disponível em http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf.

Brasil (2002). Ministério da Educação. PCN+ Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Disponível em http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf.

Costa, M. M. (2016). *O ensino das funções exponenciais: uma proposta alternativa por meio de contextualização, modelagem matemática e recursos tecnológicos* (Dissertação de Mestrado). Universidade Estadual Paulista (UNESP). Disponível em http://www.profmat-sbm.org.br/dissertacoes.

D’Ambrosio, U. (2009). *Educação Matemática: da teoria à prática* (17nd ed.). Campinas: Papirus.

Lopes, M. M. (2013). Sequência Didática para o Ensino de Trigonometria Usando o *Software* GeoGebra. Bolema, v. 27, n. 46, 631-644.

ISBN 978-84-945722-3-4

Organization for Economic Co-operation and Development - OECD (2013). Programme for International Student Assessment (PISA) - Results from PISA 2012. http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA-2012-results-brazil.pdf.

Santos, D. (2010). *Gráficos e Animações: uma estratégia lúdica para o ensino-aprendizagem de funções.* (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Siqueira, D. M. (2013). *Elaboração de atividades de ensino de funções utilizando recursos computacionais no Ensino Médio* (Dissertação de Mestrado). Universidade de São Paulo.

Anexo

Problemas propostos para a Atividade 01:

1. Suponha que ao entrar na universidade você tenha ganho uma quantia de Q_o reais de presente e resolveu guardá-la em uma aplicação cuja taxa de juros mensais é de j %. Supondo que os juros sejam compostos continuamente, deduza a função matemática que calcula o valor acumulado deste dinheiro após t meses. Utilizando esta função e supondo Q_o = R$ 500,00 e j = 0,53%, descubra quanto você terá ao finalizar seu curso, considerando que se formará em 4 anos.

2. Agora suponha que você decida continuar guardando este dinheiro (após formado) para sua aposentadoria. Assim, você mudará seu investimento para uma aplicação mais rentável, depositará k reais todo mês (k fixo) e não fará saques. Deduza a função matemática que calcula o valor acumulado após t meses, no caso geral. Utilizando esta função e considerando j = 0,7% e k = R$150,00, descubra quanto você terá quando fizer 65 anos de idade.

3. Suponha ainda que ao fazer 65 anos você pare de fazer depósitos e comece a retirar um valor mensal (finalmente a aposentadoria chegou!!!). Supondo que seu saldo seja igual a Q, que você retirará w reais todo mês e que a taxa de juros seja i % ao mês, encontre a função que representa seu saldo em um tempo t qualquer, após iniciar a retirada do dinheiro. Utilizando o valor de Q calculado no problema anterior, i = 0,7% ao mês e w = R$ 6.000,00, calcule seu saldo ao fazer 90 anos de idade.

4. Uma colônia de bactérias tem, inicialmente, 10.000 organismos. Após a aplicação de um antibiótico, verificou-se que a cada hora o número de bactérias caía pela metade. Determine uma função que calcule a quantidade de bactérias após t horas. Quantas bactérias ainda existirão após 5 horas?

ISBN 978-84-945722-3-4

Exercícios propostos para a Atividade 03:

1. Inicie o GeoGebra e faça o gráfico das funções obtidas nos problemas 1 e 4 da *Atividade 01*, cada um em uma tela diferente. Qual a diferença fundamental entre eles?

2. Abra um novo arquivo e em uma mesma tela faça os gráficos das funções $f(x) = e^x$, $g(x) = (1.5)^x$ e $h(x) = 10^x$ e descreva o que você observa em termos de: domínio, imagem, crescimento/decrescimento, intersecções com os eixos, injetividade, velocidade de crescimento.

3. Abra um novo arquivo e em uma mesma tela faça os gráficos de $n(x) = (0.2)^x$, $m(x) = (0.5)^x$ e $p(x) = (0.8)^x$. Análogo ao exercício anterior, descreva o que você observa. Liste as diferenças e semelhanças observadas entre os dois casos.

4. Abra um novo arquivo e agora faça o gráfico de $F(x) = a^x$, inserindo controle deslizante. Formate-o para deslizar entre -5 e 15. Deslize o controle por toda a barra, observe a resposta do gráfico e responda:

a) O que ocorre quando a base é negativa?

b) Com base em suas observações, é possível generalizar as propriedades percebidas para as funções exponenciais?

5. É muito comum confundirmos as funções exponenciais com as funções potências. Para evitar isso, vamos visualizá-las juntas a fim de percebermos a grande diferença existente entre elas. Assim, abra um novo arquivo e em uma mesma tela faça os gráfico de $F(x) = a^x$ e $G(x) = x^a$, inserindo controle deslizante variando entre 0 e 10. Deslize o controle e observe a diferença.

Problemas propostos para a Atividade 04 *(novas perguntas para os problemas da Atividade 01):*

1. Quanto tempo levará para se obter o dobro do valor depositado? Este tempo depende do valor inicial? (Problema 1).

2. Nas condições previstas no Problema 3, quantos anos levará para acabar todo o dinheiro poupado?

ISBN 978-84-945722-3-4

3. Segundo o modelo do Problema 4 é possível extinguir a colônia de bactérias? Se for, quanto tempo levará? Se não for, quanto tempo levará para que se tenha apenas uma bactéria? Justifique.

Exercícios propostos para a Atividade 05:

1. Inicie o GeoGebra e faça o gráfico da função $G(t) = \log_a x$ repetindo todos os procedimentos realizados no Exercício 4 da *Atividade 03*.

2. Abra um novo arquivo e em uma mesma tela faça os gráficos das funções $F(x) = a^x$, $G(t) = \log_a x$ e da função $Id(x) = x$. Deslize o controle sobre a barra e observe o que ocorre com os gráficos. O que se pode dizer sobre eles?

3. A propriedade de simetria dos gráficos em relação à reta $y = x$ é inerente às funções inversas. Para visualizar isso, abra um novo arquivo e faça os gráficos das funções $id(x) = x$, $f(x) = x^2$ e $g(x) = \sqrt{x}$. Repita o procedimento para as funções $f(x) = x^3$ e $g(x) = \sqrt[3]{x}$.

Problemas propostos para a Atividade 06

1. Num castelo inglês existe uma mesa redonda de madeira que muitos afirmam ser a famosa Távola Redonda do Rei Artur, soberano que, supostamente, teria vivido no século V. Por meio de um contador Geiger (instrumento que mede radioatividade) constatou-se que a emissão de radiações de carbono 14 (C-14) na mesa é 0,897 vezes a emissão de um pedaço de madeira viva com o mesmo peso da mesa. Sabendo que a função que descreve a atividade C de C-14 em função do tempo t, em um material que perdeu a vida a t anos atrás é dada por: $C(t) = C_0\, e^{-0.000121\, t}$, em que C_0 é a atividade de C-14 do material com vida, verifique se a mesa em questão pode ou não ser a Távola Redonda do Rei Artur.

2. Apresentar o modelo de crescimento populacional Malthusiano, $P(t) = P_0\, e^{\alpha t}$, em que $P(t)$ denota a população em um tempo t qualquer, P_0 a população inicial e α a taxa de crescimento populacional, informando sobre as suposições consideradas no modelo (Bassanezi, 2010). Solicitar aos estudantes que busquem dados censitários e, baseados neles, determinem o valor de α. Em seguida, calcular os valores de $P(t)$ em cada tempo t dos dados

ISBN 978-84-945722-3-4

e comparar os resultados obtidos com os dados reais. Avaliar se este modelo é adequado para representar aquela população, justificando.

3. Apresentar o modelo de crescimento populacional logístico, atribuído a Verhulst (Bassanezzi, 2010), que é mais realístico por considerar que o crescimento populacional é limitado pela capacidade suporte do meio (K), dado por $P(t) = \dfrac{K\,P_0}{(K - P_0)\,e^{-\alpha t} + P_0}$. Explicar a existência de métodos matemáticos que possibilitam a determinação das constantes (ajuste de parâmetros), uma vez que se disponha dos dados reais. No caso de ensino superior, trabalhar o método e, no caso de ensino médio, apenas fornecer as fórmulas (Costa, 2016).

Exercícios propostos para a Atividade 07:

1. Familiarizar os estudantes com o *software LibreOffice Calc.*

2. Solicitar aos estudantes que digitem os dados que utilizaram para o modelo Malthusiano em duas colunas (tempo e população) e, na terceira coluna, insiram os valores de $P(t)$, que devem ser calculados pelo *software*, após digitarem a expressão da função. Em seguida, deverão fazer o gráfico dos dados reais e da curva $P(t)$ em uma mesma janela a fim de observarem a baixa eficácia do modelo.

3. Ajuste do modelo logístico: A critério do professor e de acordo com a turma pode-se propor que os alunos criem a rotina que realiza o ajuste dos parâmetros, uma vez fornecidos os dados reais. Ou o professor prepara a planilha e os alunos alimentam os dados, a fim de observar o comportamento do modelo, ou seja, se ele representa bem os dados considerados ou não. Os detalhes do método de ajuste (mínimos quadrados), da confecção da rotina na planilha e de seu uso podem ser acessados em (Costa, 2016). O resultado final deve ser semelhante ao observado na Figura 1, realizada com dados da população brasileira.

ISBN 978-84-945722-3-4

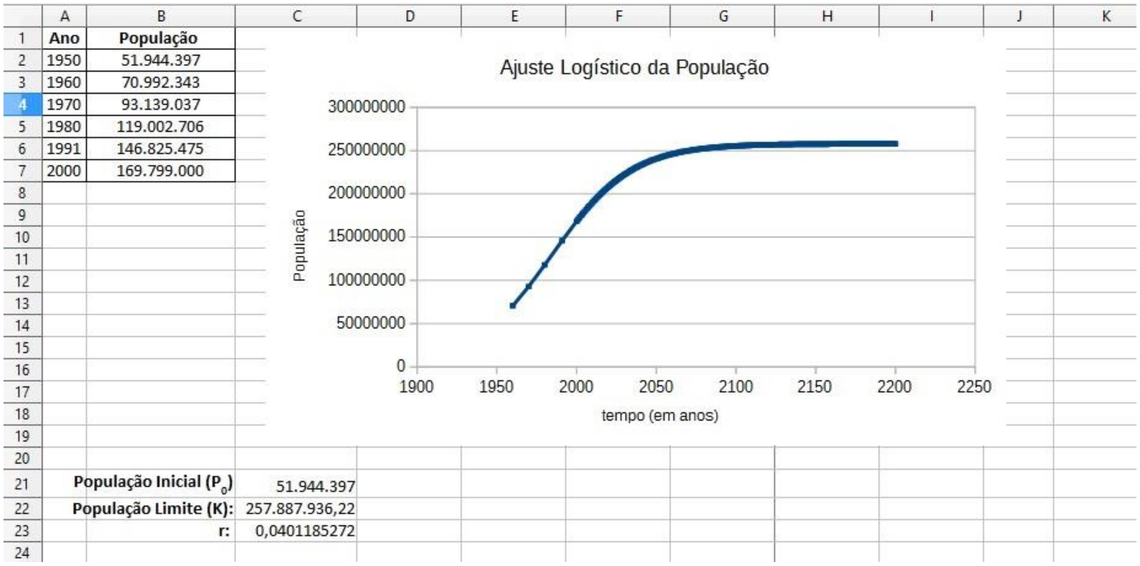

Figura 1: Rotina para o ajuste logístico (*Atividade 07*) com dados da população brasileira.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4