

## UM ESTUDO DA MÚSICA “AULA DE MATEMÁTICA” COMO RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA EM DIFERENTES NÍVEIS

Sidineia Barrozo – Camila Silveira da Silva

[sbarrozo@iq.unesp.br](mailto:sbarrozo@iq.unesp.br) – [camila@quimica.ufpr.br](mailto:camila@quimica.ufpr.br)

Universidade Estadual Paulista (Brasil) – Universidade Federal do Paraná (Brasil)

Núcleo temático: Matemáticas y su integración con otras áreas

Modalidad: CB

Nivel educativo: Formación y actualización docente

Palabras clave: Música, Educação Matemática, Recurso Didático

### Resumo

*A relação entre a Matemática e a Música é conhecida desde os pitagóricos. Os trabalhos que exploram tal articulação geralmente abordam os conceitos matemáticos presentes na estrutura musical, como escalas, ritmo, ondas sonoras e a geometria dos instrumentos; e são abordagens com grande potencial motivador para o estudo de frações, progressões geométricas, equações diferenciais e geometria. Todavia, notamos que muitas canções possuem letras que também apresentam potencialidades didáticas e formativas para fomentar ações educativas no campo da Educação Matemática, mas ainda são pouco contempladas nas práticas pedagógicas. Deste modo, consideramos importante a produção de conhecimentos que levem em conta o papel de canções como recursos didáticos nas salas de aula de matemática, nos diferentes níveis e modalidades de ensino. No presente trabalho realizamos uma análise da canção “Aula de Matemática”, de Tom Jobim e Marino Pinto, indicando a presença de elementos inerentes à Matemática, como raciocínio, resolução de questões, demonstrações e teoremas, e dos conteúdos matemáticos abordados na mesma, que transitam entre as operações básicas e o cálculo integral, incitando a geometria projetiva e abrindo espaço para a hiperbólica. E, a partir desta análise, fazemos uma reflexão sobre as suas potencialidades didáticas e formativas no campo da Educação Matemática.*

### Introdução

A Música e a Matemática, embora apresentem muitas aproximações, ainda são pouco articuladas nas práticas de ensino. Além do aspecto teórico que compartilham, como os conceitos matemáticos presentes nas escalas musicais, ondas sonoras e ritmos, por exemplo, ambas são produções e expressões humanas e, até onde podemos observar, isso tem sido pouco explorado nas práticas educativas de Matemática. No presente trabalho tomaremos como base a canção, considerando-a como um produto cultural, de uma prática social que faz parte do imaginário coletivo e que produz muitos sentidos, a fim de suscitar novas ações

didáticas pautadas na formação integral dos estudantes e professores, com ampliação do repertório cultural e percepção crítica do mundo com base na integração dos diferentes campos de produção de saberes.

De acordo com Moreira & Massarani (2006, p. 306) “as canções foram sempre um referencial importante sobre a cultura de sua época e as visões, representações e atitudes do homem diante do mundo, da vida e da sociedade”. Deste modo, consideramos que a canção apresenta muitas potencialidades educativas. E também concordamos com Ferreira (2006, p. 13) sobre a vantagem do papel da Música na sala de aula, para o trabalho com as disciplinas escolares, pela possibilidade de “despertar e desenvolver nos alunos sensibilidades mais aguçadas na observação de questões próprias à disciplina alvo”. Assim, a motivação para que as aulas sejam desenvolvidas de modo a atribuir mais significado e sentido aos conteúdos pode se intensificar, com envolvimento maior dos estudantes e educadores.

Segundo D’Ambrosio & Lopes (2015, p. 13) “se considerarmos como um dos objetivos primordiais da Educação Matemática a preparação do futuro cidadão capaz de ser criativo para resolver os problemas da humanidade, temos que redimensionar a Matemática que trabalhamos na formação humana”. E nesta perspectiva, as autoras defendem “uma prática de Educação Matemática mobilizada pelas questões sociais, econômicas, políticas, éticas, históricas e culturais”. Isso requer “novas posturas e ações dos educadores matemáticos”.

O trabalho com análise de canções nas salas de aula de Matemática, dos diferentes níveis de ensino, poderia subsidiar ações pedagógicas pautadas na “insubordinação criativa”, conforme caracterizam D’Ambrosio & Lopes (2015). Os desdobramentos de tais atos carecem de maior investigação e necessitamos de propostas didáticas e formativas que levem em conta tais princípios e que nos indiquem outros caminhos, diferentes daqueles que conhecemos e que estão tão arraigados nas práticas docentes cotidianas pautadas na racionalidade técnica. Além disso, a análise de letras musicais, de acordo com Moreira & Massarani (2006, p. 293), “pode ser um interessante momento para um exercício interdisciplinar, ainda mais que a música carrega elementos motivadores com potencial para despertar o interesse por determinado tema ou acontecimento, particularmente entre os jovens”.

Diante do exposto, a proposta do presente trabalho é analisar as potencialidades didáticas e formativas da canção “Aula de Matemática” para o campo da Educação Matemática. Não

pretendemos dar uma “aula” sobre os modos de apropriação da mesma, pois cada educador, diante de sua realidade, seu contexto social, seus alunos e suas próprias experiências poderá atribuir diferentes significados ao papel da canção em sua prática pedagógica.

### **A canção “Aula de Matemática” como objeto de estudo**

A canção “Aula de Matemática” foi composta em 1958 pelo renomado compositor brasileiro Antonio Carlos Jobim (1927 – 1994) e Marino Pinto (1916 – 1965), bem no início do movimento musical denominado Bossa Nova, que surgiu no Rio de Janeiro no final da década de 1950. É considerado o primeiro movimento musical brasileiro egresso das faculdades, já que os primeiros concertos foram realizados em âmbito universitário. Esta música foi gravada por vários cantores e, somente em 1979 foi gravada pelo próprio Tom Jobim em um disco que fez com Miúcha (LP Miúcha e Tom Jobim), com arranjos de Aluisio Didier. Outras informações, assim como a partitura da música, podem ser acessadas no *site* oficial do Instituto Antonio Carlos Jobim (Jobim & Pinto, 1958), onde também se pode ouvir sua gravação.

A letra da canção é apresentada no Apêndice deste trabalho e traz elementos relacionados à Matemática em todos os seus versos. Assim, o presente trabalho buscou analisá-la em dois aspectos: i) interpretação da canção (indicando algumas possibilidades de compreensão da mensagem que a canção traz); e ii) conceitos científicos envolvidos na canção (elencando e analisando os conteúdos matemáticos presentes e alguns de seus significados na canção), com a intenção de evidenciar suas potencialidades didáticas e formativas. Na sequência, tais análises são expostas.

### **Algumas interpretações sobre a Canção**

A canção nos remete à ideia de uma declaração de amor, utilizando conceitos matemáticos para descrever a situação. O Eu-lírico quer deixar claro à sua amada o quão apaixonado está e sem deixar dúvidas, didatizando, como sugere o título da canção: Aula de Matemática. O relacionamento amoroso, em foco na canção, possivelmente passa por um conflito, ao começar com um verso que nos sugere separação: “*Pra que dividir sem raciocinar*”. Apresenta narrativa em tom coloquial e a mensagem parece ser direcionada a quem tenha entendimento sobre o assunto, visto que alguns dos termos trazidos para comunicar a

mensagem não são de senso comum e não pertencem à formação escolar básica. Considerando que Tom Jobim iniciou um curso de Arquitetura (embora o tenha abandonado para dedicar-se a Música), é bastante provável que a tenha composto a partir de lembranças que trazia de sua vida universitária. Os versos “*Por uma fração infinitesimal/ Você criou um caso de cálculo integral/ E para resolver este problema/ Eu tenho um teorema banal*” é um indicativo disso, uma vez que as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral são consideradas, de modo geral, as mais difíceis pelos alunos dos primeiros anos dos cursos de Graduação. Para alguns, são quase intransponíveis e assim, utiliza-se dos elementos *fração infinitesimal* e *cálculo integral* como metáforas para indicar que a pessoa amada criou um imenso problema (comparado ao cálculo integral) a partir de uma situação pequena, insignificante para ele (uma fração infinitesimal). E em seguida afirma que tem um *teorema banal* para resolver o problema, como se estivesse querendo banalizar um dos elementos centrais da formalização matemática. Ainda, o que afirma ser um teorema é a operação de adição: *Quando dois meios se encontram, desaparece a fração*. Assim, parecem ter se valido de “licença poética matemática” para brincar com os elementos matemáticos que apresentam mais dificuldade aos estudantes universitários, a teoria do Cálculo Diferencial e Integral e os teoremas.

É interessante notar que há uma concepção do que seria uma “aula”, com uma estrutura que tem início, apresentando o assunto a ser tratado (demonstrar por A mais B o quanto gosta da amada); um meio em que as ideias e conceitos são desenvolvidos; e um fechamento (*pra finalizar, vamos recordar*); e a conclusão (*Se desesperadamente, incomensuravelmente, Eu estou perdidamente apaixonado por você*). O Eu-lírico finaliza se declarando, chegando ao final de sua “aula”.

Sob os aspectos apresentados, vislumbramos uma grande possibilidade de aproximar a canção de nossas práticas pedagógicas, no intuito de ampliar a formação científico-cultural dos estudantes, em um caminho de via dupla, onde a manifestação cultural inspira a compreensão de um conhecimento científico que, por sua vez, também é necessário para a compreensão daquela manifestação cultural. E este movimento cíclico, que relaciona conceitos científicos abstratos à música, uma expressão cultural tão presente na formação humana, favorece a interdisciplinaridade, a criatividade e a formação humanística da Matemática, defendidas por D’Ambrosio & Lopes (2015).

## Os conceitos científicos envolvidos na Canção e suas possibilidades educativas

Ao trabalharmos com uma canção como recurso didático, devemos estar atentos a todo o potencial que a mesma oferece em relação ao tema em estudo. Assim, no caso em questão, realizamos uma análise criteriosa dos conceitos e atributos relacionados à Matemática que a obra traz, o que é apresentado como uma sugestão de análise, a fim de exemplificar nossa proposta.

Em relação aos conteúdos, observa-se de forma explícita as operações de adição, multiplicação e divisão no conjunto dos números racionais e algumas propriedades, conforme pode-se observar nas expressões *Pra que dividir ...*, *Na vida é sempre bom multiplicar*, *E por A mais B*, *Quando dois meios se encontram desaparece a fração*, *... menos por menos dá mais ....* Outros conceitos explícitos são *paralelas*, *frações infinitesimais* e *integrais*, mas também é possível notar a presença de conceitos implícitos, como a ideia de infinito no último verso da primeira estrofe (... *imensamente ...*), de conjuntos que se complementam na terceira estrofe (*E se achamos a unidade/Está resolvida a questão*), de ponto de fuga<sup>23</sup> na última estrofe (*Se vão as paralelas/Ao infinito se encontrar*) e do conceito de grandezas incomensuráveis, relacionadas ao surgimento dos números irracionais, no penúltimo verso da música (... *incomensuravelmente ...*). Mas vai além e integra aos conteúdos alguns termos que são intrínsecos à própria matemática, como raciocinar, demonstrar, resolver problemas ou questões e teorema, ou seja, termos que estão relacionados à própria filosofia da Matemática e podem ser utilizados para fomentar discussões neste campo, sobre sua formalização (teoremas, demonstrações), sua lógica (raciocinar, resolver questões), dentre outras. Outro termo presente na música é *recordar* (última estrofe), também frequentemente utilizado no ensino da Matemática, já que a compreensão de uma determinada teoria sempre depende de conhecimentos matemáticos prévios, que normalmente precisam ser lembrados.

Aprofundando um pouco na questão dos conteúdos presentes na letra, já nos primeiros versos encontramos a expressão: *Pra que dividir sem raciocinar/ Na vida é sempre bom multiplicar*, que apresenta várias possibilidades de análise: a) No senso comum a divisão apresenta resultados desfavoráveis em relação à multiplicação, provavelmente partindo do

---

<sup>23</sup> Elemento da geometria projetiva.

pressuposto de que quando se divide, o resultado é menor do que quando se multiplica. Todavia, esta propriedade só pode ser generalizada no conjunto dos números inteiros positivos maiores que um, o que possibilita a extensão do significado da divisão e multiplicação ao conjunto dos números racionais ou reais; *b*) Outro ponto é a advertência sobre *dividir sem raciocinar*, de onde se pode explorar a não existência de divisão por zero, um cuidado que deve estar sempre presente durante os cálculos; *c*) Ainda, a expressão como um todo também coloca em destaque a importância do raciocínio para se tomar decisões acertadas, sendo que o desenvolvimento deste tipo de raciocínio, denominado comumente por raciocínio lógico matemático, está intimamente associado às habilidades que o estudo da Matemática possibilita desenvolver.

Nos versos: *Por uma fração infinitesimal/Você criou um caso de cálculo integral* encontramos a base do desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral, ou seja, a formalização da ideia dos infinitésimos que foi fundamental para a definição de limites que, por sua vez, possibilitou as definições de derivadas e integrais.

A estrofe: *Quando dois meios se encontram desaparece a fração/E se achamos a unidade/Está resolvida a questão* também nos remete a várias interpretações conceituais, como: *a*) O conceito de frações e a operação de adição entre elas. *b*) A *unidade* em suas várias possibilidades, como o elemento neutro da multiplicação; no processo de contagem que pode ser estendido até a definição de conjuntos enumeráveis (Lima, 2016); e na própria construção do conjunto dos números naturais (Axiomas de Peano); *c*) Conjuntos complementares, uma vez que no contexto poético a unidade é usada metaforicamente para representar a união de duas pessoas que se tornam uma, ou seja, uma ideia que pode ser estendida aos conjuntos complementares, como o conjunto dos números reais que pode ser visto como a união do conjunto dos números racionais com o conjunto dos números irracionais, tornando-se um conjunto denso, completo. E a própria construção do conjunto dos números reais (Lima), feita nos cursos de Análise Real, pode se dar a partir desta motivação.

Outro ponto que merece destaque são os versos: *Se vão as paralelas/Ao infinito se encontrar*, uma vez que aprendemos na geometria euclidiana que duas retas paralelas nunca se encontram. Então de onde surge esta expressão, muitas vezes usada no senso comum? Provavelmente da geometria projetiva, que estende os conceitos da geometria euclidiana para estudar não somente os objetos reais, mas como eles são vistos. E nesta nova perspectiva, o

conceito de ponto de fuga é muito utilizado (Penna & Patterson, 1986). Assim, partindo-se destes versos é possível trabalhar os conceitos relacionados a paralelismo, da geometria euclidiana, como também estendê-los à geometria projetiva e, em cursos mais avançados, à geometria hiperbólica, onde a unicidade do quinto postulado de Euclides não é observada, ou seja, dada uma reta e um ponto fora dela, por este ponto passam infinitas retas paralelas à reta dada (Andrade, 2013).

Em seguida, o verso: *Por que demoram tanto dois corações a se integrar?* traz implícito o conceito da definição de integrais a partir de somas de Riemann (Lima, 2016), uma soma de infinitos termos (*demora*) que converge a um único valor. Assim, causa sofrimento ao amante a demora para que dois corações se somem quando até as paralelas se encontram no infinito.

Como podemos observar, os conteúdos contemplados na canção são vários e pertencentes a diferentes áreas da Matemática, revelando a riqueza de considerarmos-la como um recurso didático com muito potencial e que pode motivar e estimular a discussão em aula. O docente pode conduzir várias dinâmicas em sala e fora dela, sugerindo que os estudantes inicialmente ouçam e analisem a letra da canção e manifestem oralmente suas percepções e interpretações – coletiva ou individualmente –, identificando os conteúdos matemáticos presentes na letra e que já pertencem ao repertório dos estudantes, outros que conseguem identificar, mas ainda não foram estudados, as questões referentes à própria natureza da Matemática e a forma como foram inseridos no contexto da canção. O professor também pode mediar um debate centrado na atenção ao papel da Matemática na Música e vice-versa. A manifestação dos educandos, sobre os significados e suas sensações sobre a canção, pode ocorrer a partir de outras expressões textuais e artísticas como um desenho, uma carta, um poema, uma história em quadrinho, uma gravura, um conto. A canção, em uma atividade didática, pode e deve vislumbrar diferentes modos de compreensão por parte dos atores sociais sobre o objeto em análise, suscitando reflexões, estimulando a argumentação, a concentração, exaltando a criatividade, promovendo a valorização do pensamento crítico e o respeito à diversidade de opiniões. A Música em sala de aula de Matemática pode contribuir para que o espaço educativo ganhe dimensões afetivas, lúdicas, artísticas tendo o desenvolvimento de conteúdos matemáticos numa perspectiva ampliada e aprimorada.

### **Considerações finais**

Apresentamos neste trabalho uma análise da canção “Aula de Matemática” refletindo sobre suas potencialidades didáticas e formativas no campo da Educação Matemática. Em linhas gerais, expressamos a quantidade significativa de conceitos matemáticos que a canção nos possibilita trabalhar em sala de aula, seja ela da Educação Básica ou do Ensino Superior, levando em conta os objetivos pedagógicos e formativos que o docente pretende explorar. O trabalho com a canção pode ser um modo dos professores que ensinam Matemática desenvolverem uma prática pedagógica inovadora, criativa e transformadora. Apesar da complexidade que este tipo de atividade pode apresentar nas aulas de Matemática, acreditamos no potencial da relação entre Música e Matemática, baseada na análise de letras de canções, mesmo que obstáculos surjam no processo educativo (pois eles podem ser objeto de análise e compreensão pelo coletivo).

Estimulamos os/as professores/as a recorrerem à análise de letras de canções, levando a obra original, compartilhando com os educandos as informações sobre a obra na qual a canção está inserida, bem como a autoria e o contexto histórico em que foi produzida. Isso tudo contribuirá para a ampliação dos entendimentos sobre a mesma e para o repertório cultural dos estudantes.

A letra contemplada neste estudo possibilita trabalhar com conteúdos matemáticos em todos os níveis escolares. A “Aula de Matemática”, de Tom Jobim e Marino Pinto, pode vir a se transformar em muitas aulas, para educadores/as que ensinam Matemática. As intervenções didáticas tendo como recurso didático e formativo a referida canção merecem ser investigadas e ter seus resultados divulgados para que possamos produzir conhecimentos mais aprofundados sobre o uso de letras de Música no ensino e aprendizagem de Matemática. Vislumbramos resultados positivos considerando que a abordagem cultural dos conteúdos matemáticos pode estimular, em grande medida, o interesse pelo seu estudo.

### **Referencias bibliográficas**

Andrade, P. F. (2013). *Introdução à Geometria Hiperbólica – O modelo de Poincaré*. Rio de Janeiro: SBM.

D'Ambrosio, B. S. & Lopes, C. E. (2015). Insubordinação Criativa: um convite à reinvenção do educador matemático. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 29 (51), 1-17.

Ferreira, M. (2006). *Como usar a música na sala de aula*. São Paulo: Contexto.

Jobim, A. C. & Pinto, M. (1958). Instituto Antonio Carlos Jobim. Acervo Geral. [www.jobim.org/acervo/handle/2010.7934](http://www.jobim.org/acervo/handle/2010.7934). Consultado 02/02/2017.

Lima, E.L. (2016). *Curso de Análise* – vol. 1 (14nd ed.). Rio de Janeiro: IMPA.

Moreira, I. de C. & Massarani, L. (2006). (En)canto científico: temas de ciência em letras da música popular brasileira. *História, Ciências, Saúde – Manguinhos*, 13 (suplemento), 291-307.

Penna, M.A. & Patterson, R.R. (1986). *Projective Geometry and its Applications to Computer Graphics*. New Jersey: Prentice Hall.

## **Apêndice**

### **“Aula de Matemática”**

*Tom Jobim e MarinoPinto*

*Pra que dividir sem raciocinar  
Na vida é sempre bom multiplicar  
E por A mais B  
Eu quero demonstrar  
Que gosto imensamente de você*

*Por uma fração infinitesimal,  
Você criou um caso de cálculo integral  
E para resolver este problema  
Eu tenho um teorema banal*

*Quando dois meios se encontram desaparece a fração  
E se achamos a unidade  
Está resolvida a questão*

*Pra finalizar, vamos recordar  
Que menos por menos dá mais amor  
Se vão as paralelas  
Ao infinito se encontrar  
Por que demoram tanto dois corações a se integrar?  
Se desesperadamente, incomensuravelmente,  
Eu estou perdidamente apaixonado por você*

