CB-529

# INTERACCIONISMO ENTRE LENGUAJE MATEMÁTICO Y APRENDIZAJE

Mónica Beatriz Caserio – Ana María Vozzi
mbcaserio@yahoo.com.ar – amvozzi@fceia.unr.edu.ar
Universidad Nacional de Rosario-Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura-Argentina

Modalidad: CB
Nivel educativo: 6
Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos.
Palabras clave: lenguaje matemático-enseñanza y aprendizaje

**Resumen**

*Nuestro labor en investigación se desarrolla a través de proyectos (PID), con el grupo que codirigimos trabajamos sobre las dificultades en el aprendizaje de matemática en carreras no matemáticas. Este es nuestro tercer proyecto consecutivo*

*Nuestro proyecto actual se derivó de las conclusiones obtenidas en el anterior, donde surgió como emergente la preocupación por indagar sobre el conocimiento del lenguaje matemático, su utilización y la repercusión en el aprendizaje. Es entonces ésta la temática que emprendemos en la actualidad.*

*En el trabajo que presentamos delineamos el Proyecto "Interaccionismo entre lenguaje matemático y aprendizaje". Mostramos algunas experiencias realizadas en los cursos donde desempeñamos nuestra tarea docente. A partir de análisis y reflexiones sobre las dificultades que presentan los alumnos en el aprendizaje de la matemática, proponemos generar un debate en nuestra comunidad académica, que permita, entre otras cosas, aportar inquietudes que enriquezcan el trabajo áulico, la actividad docente, con el objetivo de mejorar las condiciones de aprendizaje de nuestros alumnos.*

## 1. Introducción.

En esta investigación, que continúa la línea de los Proyectos "Dificultades en la Enseñanza de la Matemática Básica en Carreras de Ingeniería" 1Ing 163 FCEIA- UNR que desarrollamos entre 2006 y 2009, y "El libro de texto, factor coadyuvante en la construcción de los conocimientos"1Ing 332 entre 2010 y 2013, nos proponemos indagar respecto de la adquisición y la utilización del lenguaje de la matemática en el aprendizaje como un factor que posibilite al estudiante "aprender a aprender"

En las experiencias realizadas, en los primeros cursos de matemática en carreras de Ingeniería, detectamos un desconocimiento casi general, de los elementos que hacen a la


ISBN 978-84-945722-3-4

construcción de ese lenguaje, que exige rigor en el simbolismo, seguridad en el análisis de gráficos, establecimiento de relaciones, que les permita a los alumnos desenvolverse con mayor seguridad frente a las exigencias del conocimiento matemático.

## 2. Delineación del proyecto.

Matemática es la única asignatura que se estudia en todos los países y en todos los niveles educativos. Supone un pilar básico de la enseñanza en todos ellos. La causa fundamental de esa universal presencia radica en que la matemática posee un lenguaje «poderoso, conciso y sin ambigüedades» ( formulación del Informe Cockroft, 1985).

El uso de un lenguaje requiere de unos conocimientos mínimos para desarrollarse, por supuesto, pero, sobre todo se necesitan situaciones que inviten a comunicarse por medio de ese lenguaje, a esforzarse en lograrlo, y desde luego, de técnicas para hacerlo.

Nos proponemos generar un debate en nuestra comunidad académica, que permita, entre otras cosas, aportar inquietudes y reflexiones que enriquezcan la actividad docente, el trabajo áulico, de modo que la utilización del lenguaje matemático, entendido como medio verbalizado de comunicación que permite a una persona compartir un pensamiento con otra y establecer una relación efectiva entre docente y alumnos en una clase, posibilite una mejor apropiación de los conocimientos matemáticos por parte de nuestros alumnos así como brindarles a través del dominio de dicho lenguaje, la posibilidad de continuar aprendiendo en forma autónoma

Es nuestra intención que esta investigación nos permita

- reconocer la necesidad de ampliar nuestros conocimientos de los factores cognitivos, afectivos, actitudinales y motivacionales que inciden en el desempeño de los alumnos.
- asumir, como docentes, la responsabilidad de apoyar el tránsito de los estudiantes del nivel Medio-Superior al Básico-Profesional.
- innovar y evaluar los distintos proyectos con la intención de mejorar nuestro desempeño profesional.
- promover instancias de encuentro y difusión, en las que podamos poner en común experiencias, proyectos y expectativas.


ISBN 978-84-945722-3-4

En este contexto surgen algunos interrogantes que operan como hipótesis de trabajo:
¿de qué forma se utiliza el lenguaje matemático en la clase? ¿qué condiciones y situaciones didácticas deberían cumplirse para favorecer la apropiación dicho lenguaje?
¿Qué influencia ejerce en la apropiación de los conocimientos la utilización del lenguaje matemático durante la formación previa? ¿Cómo impacta el discurso docente del nivel universitario en la comprensión de los conceptos matemáticos?......
Respecto al Profesor:
¿comprende que el lenguaje es difícil para los principiantes, que requiere mayor precisión que el lenguaje cotidiano? ¿es consciente del uso de estrategias cognitivas en su propio proceso como traductor de conceptos, proposiciones e ideas al lenguaje específico matemático? ¿reconoce en los estudiantes la construcción de sentido en el abordaje de un texto escrito en forma simbólica?¿es lo suficiente claro en la comunicación de los conceptos y consignas que involucran esta forma de expresarse tan específica?¿promueve la lectura compartida de los conceptos de los textos matemáticos para facilitar la “traducción” de los mismos?
Encontrar respuestas es el objetivo del proyecto.

**2.1.Objetivos**

En la búsqueda de las respuestas a los interrogantes antes señalados, creemos primordial, desarrollar acciones que susciten en los estudiantes la apropiación de nuevas prácticas lingüísticas y discursivas (o reconstruyan las que poseen para adecuarlas y emplearlas en nuevos contenidos disciplinares) promoviendo que incorporen aquellas prácticas específicas, que les permitan avanzar en su vida académica para encontrar nuevas propuestas que lo acompañen en el proceso de asumir un lugar autónomo y crítico, tanto en su futura profesión cómo en la sociedad.
El centro del proyecto recae sobre la investigación de alternativas didácticas con la intención de:
- Acortar distancias entre niveles educativos
- Afianzar al estudiante universitario en el autoprendizaje
- Comprometer al estudiante en su formación, incentivando su independencia y creatividad
- Comprometer a los docentes en el abordaje e implementación de alternativas didácticas más eficaces


ISBN 978-84-945722-3-4

Nos resulta de especial interés indagar sobre la utilización del lenguaje simbólico en las aulas de matemática, de qué manera es utilizado y cómo los docentes “comunicamos” los conocimientos matemáticos. Dado que de nuestras investigaciones surge la interrelación entre el manejo correcto del lenguaje matemático formal con la lectura comprensiva de textos de matemática y su influencia en el aprendizaje.

Sabemos que el saber científico, el saber sabio, según Chevalard, debe sufrir adaptaciones y restricciones para ser transformado en un “saber a enseñar”, que no se pueden considerar sólo como una simplificación del saber científico sino, ajustes efectuados sobre él en el marco del contrato didáctico establecido, como señala el autor: “Transposición didáctica es el pasaje de un contenido de saber preciso a una versión didáctica de este objeto de saber”.

Entendemos que el lenguaje es un factor de gran relevancia en el contrato didáctico, para Brousseau (1986), la comunicación y el lenguaje forman parte de un proceso complejo en el sistema profesor - estudiante – contenido.

En este contexto importa mejorar el conocimiento y la utilización del lenguaje matemático, simbólico, formal y gráfico con la finalidad de facilitar el desarrollo de competencias de forma explícita durante el proceso de formación

Sabemos que las ciencias en general y la matemática en particular se expresan y se difunden a través de su lenguaje y no podrían ser comprendidas sin él. Es importante, entonces desarrollar la comprensión de dicho lenguaje, que involucra operaciones cognitivas y un complejo de conocimientos. Como otras ciencias, la matemática posee un lenguaje específico que simplifica y clarifica la comunicación, designando de una manera exacta sus contenidos. El desconocimiento de este lenguaje produce errores de construcción y de interpretación, dificultando la comunicación entre el profesor y los alumnos

Entre los objetivos, específicamente formulamos:

- Detectar las dificultades en el aprendizaje de los contenidos matemáticos y su relación con una insuficiente comprensión del lenguaje formal en los alumnos.
- Diseñar estrategias innovadoras para la comprensión y utilización del lenguaje matemático en situaciones específicas

## 2.2. Metodología


ISBN 978-84-945722-3-4

La población, en estudio, estará constituida por los alumnos de primer año de Carreras de Ingeniería así como por docentes del área matemática

El marco elegido es el de una investigación activa, por entender que ella se dirige a su aplicación inmediata y no al desarrollo de teorías. Su propósito es el de mejorar la práctica educativa y al mismo tiempo perfeccionar a quienes han de mejorar sus métodos. Por ese sentido, nos ubicamos tanto a nivel didáctico como a nivel de investigación, en el cuadro de la Ingeniería Didáctica, puesto que consideramos que en el contexto de un paradigma cualitativo el "saber a enseñar" y el "caso a investigar " son susceptibles de ser tratados a través de ella. Esta posición es compatible con la aproximación cognitiva desarrollada alrededor de los trabajos de Vergnaud y a la aproximación didáctica a través de la "teoría de situaciones "de Brousseau. La metodología de la Ingeniería didáctica se caracteriza, en comparación con otros tipos de investigación basados en la experimentación en clase, por el registro en el cual se ubica y por las formas de validación a las que está asociada. En general, las investigaciones que recurren a la experimentación en clase emplean un enfoque comparativo con evaluación externa, basada en la comparación estadística del rendimiento de los grupos experimentales y grupos de control, mientras que la Ingeniería Didáctica se ubica en el registro de los estudios de caso y cuya validación es interna, como resultado de la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori.

Delimitaremos el proceso siguiendo las cuatro fases o momentos que describe M.Artigue: 1-Los análisis preliminares, 2-La concepción y el análisis a priori, 3-Experimentación y 4-Análisis a posteriori.

1- En la primera fase:

El análisis de la enseñanza en relación al lenguaje matemático con sus permanentes cambios entre los registros verbales, simbólicos y gráficos

El análisis de las concepciones de los estudiantes, de su relación con el lenguaje matemático y los obstáculos que condicionan sus avances.

Las restricciones donde se va a situar la realización didáctica.

2-En la segunda fase:

Se centra la atención en la descripción de las características de la población a estudiar y de las situaciones áulicas que se diseñarán para ser ejecutadas.

Se analizan las posibilidades de acción del estudiante, una vez puesto en práctica el


ISBN 978-84-945722-3-4

funcionamiento de la situación elaborada.
Se prevén los comportamientos esperados y se tratará de probar, en la próxima fase, que ellos son el resultado de la puesta en acción del conocimiento aprendido y las habilidades adquiridas como resultado del aprendizaje, objeto de la situación.
3- Es la instancia de la puesta en acción de la situación elaborada.
4-El análisis a posteriori está basado en los datos provistos por la experimentación, las observaciones y las producciones de los estudiantes. Podrán complementarse estos datos, con cuestionarios, encuestas o entrevistas individuales o grupales.
Finalmente, la confrontación entre los análisis a priori y a posteriori se constituye en la validación de la investigación. Este proceso de validación es interna y no recurre, en general a evaluaciones de tipo estadístico inferencial.
A partir de la confrontación entre los análisis a priori y a posteriori se elaborarán conclusiones Estas serán emergentes para mejorar tanto el proceso de articulación entre docentes de escuela media y universidad, generando espacios para un trabajo de enriquecimiento mutuo en el logro de objetivos comunes, así como el desarrollo en nuestros estudiantes de los primeros años de las carreras de ingeniería, de aptitudes que les faciliten el tránsito en sus estudios y en su futura profesión.

## 3. Avances

### 3.1 Aprender a Aprender. El Lenguaje Matemático y su impacto en el aprendizaje

**La experiencia**

Presentamos un análisis de los problemas resueltos y "comunicados" por docentes de matemática en el marco del Taller de Aplicación Centrado en Resolución de Problemas correspondiente al módulo final del Postítulo de Formación Universitaria en Matemática y Estadística, de la Facultad de Ciencias Económicas y Estadística (FCECON) de la Universidad Nacional de Rosario (UNR)

En encuentros del Taller distribuimos entre los participantes distintos problemas para que fueran analizados, resueltos y comunicados por ellos, la temática es variada, entre elementos de álgebra y de geometría.


VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Dado que los participantes son docentes de matemática del nivel medio, la evaluación de la tarea tuvo que ver principalmente con la fundamentación de la resolución elegida y su comunicación.

Pudimos notar que con frecuencia que numerosos participantes del taller incurrían en los mismos “errores” que cometen sus propios alumnos, entre otros:

-No leer detenidamente el “enunciado”

-Mal interpretar las consignas

-No vincular el “resultado” a la situación problemática planteada

**Conclusiones**

Aprender y enseñar son partes de un mismo proceso. La enseñanza en el nivel superior se basa, en cierta forma, en una clara apreciación del proceso de aprender.

Es importante reflejar la corrección del lenguaje en el transito permanente entre los registros verbales, gráficos y simbólicos que exige el trabajo matemático, así como en mantener la "coherencia" entre el discurso oral y el escrito.

La experiencia realizada nos revela que los docentes, en su rol de alumno reaccionan como tal olvidando muchas veces sus conocimientos sobre los contenidos específicos y muestra un comportamiento poco aconsejable en lo referente a comunicar procedimientos y conceptos En la situación con sus pares reaccionan como si supieran que los conceptos matemáticos involucrados son conocidos y por lo tanto no son exhaustivos en sus discursos, esta actitud tiende a mantenerse en otros ámbitos, lo que resulta de riesgo si se aplica dicha práctica en sus tareas áulicas

En muchas oportunidades, los docentes esgrimen que modifican el lenguaje para hacerlo más accesible a los alumnos, con el riesgo no solo de perder rigurosidad en los conceptos, sino que también provoca la puesta en práctica de lo que hemos denominado Teorema-Alumno y promueven en los alumnos la incorporación de “automatismos” que perjudican el correcto aprendizaje (Caserio, M, Guzmán, M, Vozzi, AM. (2008)).

Pretendemos generar un espacio de reflexión con los docentes donde expresemos supuestos y diferentes puntos de vista, comuniquemos experiencias para contrastarlas con las de los otros, someterlos a crítica y reflexionar sobre los diferentes estilos de enseñanza y


ISBN 978-84-945722-3-4

aprendizaje en cada contexto y sobre las consecuencias de nuestra acción a nivel personal y profesional.

### 3.2 El impacto del Lenguaje Matemático en el aprendizaje. Una experiencia con alumnos del nivel superior.

**La experiencia:**

El trabajo consistió en formar grupos de alumnos, a cada grupo se le asignaba una tarea que involucre la decodificación de textos a símbolos y viceversa. La actividad incluyó en todos los casos interpretación del lenguaje matemático, formal, simbólico y gráfico así como la traducción entre esos lenguajes y el coloquial, aplicado a conceptos previamente desarrollados.

**Conclusiones**

En el aprendizaje de la matemática confluyen una gran cantidad de factores, no obstante uno de los obstáculos más estables que se observa es la falta de coordinación entre los distintos registros de representación, coordinación que es necesario construir ya que no sucede espontáneamente.

Las traducciones entre los lenguajes (coloquial y simbólico) cuando no son congruentes producen dificultades en el proceso de enseñanza y aprendizaje y no siempre son consideradas en la práctica docente.

La experiencia realizada nos muestra que si tomamos conciencia de ésta dificultad y explicitamos, en la actividad con nuestros alumnos, el manejo del lenguaje matemático, les estaremos brindando la posibilidad de avanzar en un aprendizaje autónomo y significativo.

En éste marco, proponemos:

-Generalizar y compartir las experiencias con los docentes del área realizando actividades de cooperación e integración en lo que se refiere a la utilización de los diferentes registros del lenguaje matemático en el aula y con los alumnos, entendiendo que dichas actividades operarán favorablemente en la promoción del autoaprendizaje.

-Orientar la interpretación de los diferentes registros del lenguaje matemático a través de guías de preguntas, remarcando los ítems importantes para la comprensión de los conceptos.


ISBN 978-84-945722-3-4

-Realizar tareas de escritura “El problema con el manejo del lenguaje recién suele hacerse evidente cuando los alumnos escriben: allí es donde muestran sus incomprensiones, a partir de las cuales los docentes podemos retroalimentar sus interpretaciones iniciales” (P. Carlino 2004).

El egresado universitario, deberá manejarse en un mundo profesional competitivo que le demandara una permanente interrelación con diferentes lenguajes, por lo tanto, se hace necesario adquirir y desarrollar las competencias necesarias para participar de dicho "dialogo" entre colegas.

En el anexo se muestran las tareas llevadas a cabo en ambas experiencias.(3.1 y 3.2)

## Referencias bibliográficas


**Libro**

Carlino, Paula. (2004)*Leer y escribir en la universidad.* Colección Textos en Contexto nº 6. Buenos Aires, Asociación Internacional de Lectura/Lectura y Vida, 112 páginas. ISBN 1514-5832.

Chevallard, Y., Bosch, M., Gascon, J. (1997). *Estudiar Matemática. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje.* Barcelona, España: Horsori.

**Artículo en revista**

Brousseau (1986) *Fondement et méthodes de la didactique*. Recherches en Didactique des Mathématiques, Nº72, pp.33-115. La pensée sauvage, Grenoble-France.

Brousseau, G. (1995). *L`einseignant dans la théorie des situations didactiques*, en Noirfalise, R. y Perrin Glorian, M.J.(1996). *Actes de l`ecole d`ete*; IREM de Clermot-Ferrand.

Caserio, M, Guzmán, M, Vozzi, AM. (2008). *Sobre que nos enseñan los errores de nuestros alumnos? 25 años después…*- ALME21 pp. 447-456.

Vergnaud, G. (1990). *Epistemology and psychology of mathematics education*. In P. Nesher & J. Kilpatrick (Eds.), Mathematics and cognition: a research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education (pp. 14-30). Cambridge, UK: Cambridge University Press.


# Anexo

### 3.1 El trabajo de los participantes

Los ejemplos que presentamos se ubican en una actividad del Taller con las siguientes consignas:



ISBN 978-84-945722-3-4

Es una propuesta de problemas para ***resolver*** y para ***demostrar***, entendiendo que la actividad va más allá de la mera resolución.
Se trata de***: generalizar, evaluar hipótesis, buscar relaciones entre problemas, inventar, descubrir.***
Se pide: a) Resuelva el problema.
b) Explicite él o los caminos seguidos en la búsqueda de solución.
c) Reflexione sobre su propia competencia para resolver problemas.
d) Comunique y compare su solución con los compañeros de grupo.
e) ¿Puede utilizar el problema en algún "momento" de su planificación?

Problema 1

*Probar que el producto de tres (3)* ***enteros positivos*** *y consecutivos no puede ser un cubo*
*Resolución: *El producto de 3 números consecutivos podemos expresarlo* $x.(x+1).(x+2)$
**Un ejemplo podría ser* $1.2.3=6$
** Pero el 6 es el cubo de* $\sqrt[3]{6}$
**Por lo tanto el enunciado es FALSO, ya que no dice que sea el cubo de un número racional*

Notamos que no fue leído con atención el enunciado que dice claramente que se trabaja con "enteros positivos".

Cuando leímos y/o escuchamos cómo "comunicaban" la resolución encontramos reiteradamente, lo que podríamos denominar, mal uso del lenguaje matemático, en diversos aspectos, por ejemplo:

Problema 2

*Probar que la suma de dos números naturales consecutivos y la suma de sus cuadrados son primos entre sí.*
*Resolución presentada:*

| | |
|---|---|
| $n+n+1$ | $n^2+(n+1)^2$ |
| $2n+1$ | $n^2+n^2+2n+1$ |
| $2n+1=0$ | $2n^2+2n+1=0$ |
| $n=-\frac{1}{2}$ | $\frac{-2\pm\sqrt{4-8}}{2}$ |

*Como no comparten ninguna raíz no son primos entre si*

Observamos confusión de conceptos, podemos ver que la sola asignación de la letra $n$ a la representación de números naturales es lo único que se asocia al enunciado, ya que luego, lo trabajan como números reales. Al comunicar, lo hacen utilizando el símbolo matemático para representar a los números naturales, pero inmediatamente después "olvidan" la simbología matemática y continúan con un lenguaje "confuso" ya que después del trabajo realizado se cambia el significado del símbolo.

Problema 4


ISBN 978-84-945722-3-4

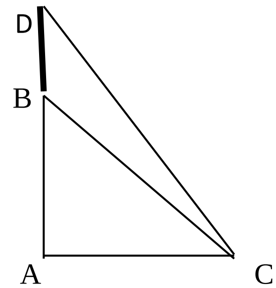
*Sobre una iglesia cuya altura es de 66 metros se levanta una torre. Desde un punto situado en el suelo a 130 metros de la base de la iglesia se observa que el ángulo subtendido por la torre es de 8°. ¿Cuál es la altura de la torre?*

*Datos reales del problema:*

$AB \to 66m \qquad AC \to 130m \qquad B\hat{C}D \to 8°$

*Datos interpretados por un grupo*

$AB \to 66m \quad AC \to 130m \qquad A\hat{D}C \to 8°$




*Respuesta dada: altura de la torre BD = 857m*

El origen del error se ubica en la interpretación del término "ángulo subtendido", no obstante la respuesta dada no es analizada, dado que de haberlo hecho se hubieran percatado inmediatamente del error.

En las instancias de puesta en común y exposición de los problemas, tuvimos la oportunidad de observar y hacer observar cómo la incorrecta utilización del lenguaje específico conduce a cometer graves errores, así como la importancia de hacer hincapié en que la correcta y constante utilización del lenguaje matemático mejora considerablemente la comunicación de conceptos, evitando ambigüedades que llevan a cometer errores.

Es de gran relevancia que el docente realice un correcto empleo del lenguaje, que considere en cada instancia que durante toda su actividad áulica está promoviendo un aprendizaje, cuando habla, cuando escribe, cuando dibuja.

En nuestra disciplina, la matemática, los argumentos deben ser apropiados para la comprensión y requieren enunciados verdaderos y relaciones válidas entre tales enunciados; cuando hablamos de *lenguaje matemático* consideramos dos cuestiones distintas pero interrelacionadas, por una parte, nos referimos a la simbología utilizada en matemáticas y, por otra, a la estructura y presentación de los contenidos matemáticos.

### 3.2 Discusión de resultados

Exponemos a modo de ejemplo, la tarea llevada a cabo con algunas unidades temáticas de las asignaturas Algebra Lineal y Análisis Matemático correspondientes al primer año de las carreras de Ingeniería y del Profesorado de Matemática.


ISBN 978-84-945722-3-4

Se les solicitó a los alumnos que respondieran algunas cuestiones:

1.- *Sea* $H = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} : a = 2c - d \ \ \forall a,b,c,d \in \Re \right\}$ *un subespacio vectorial del espacio* $M_{2x2}$.

*a) Indicar cual o cuales de las siguientes matrices pertenecen al conjunto H.*

$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ; $B = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ ; $C = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ; $D = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ ; $E = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

*b) Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:*

*i)* $\{B, C\} \in H$. *ii)* $M = B + 2C$ entonces $\mathrm{M} \subset \mathrm{H}$.

*iii)* $\{C, D\} \subset H$. *iv)* $N = D + 3C$ entonces $\mathrm{N} \in \mathrm{H}$.

Destacamos que les resultó dificultoso traducir desde el lenguaje simbólico al coloquial, ya que si bien leían correctamente los símbolos les resultaba complicado aplicar la restricción indicada en los casos particulares presentados.

Observamos en el apartado (b) que no distinguían claramente el significado de pertenencia e inclusión matemáticamente hablando.

2.- *Dado el campo escalar* $f(x, y)$ *indique:*

*i) cuales de las siguientes afirmaciones es correcta.*

*ii) cuales de ellas son equivalentes.*

*a) Es condición necesaria para que el campo escalar dado sea diferenciable que él mismo sea derivable.*

*b) Es condición suficiente para que el campo escalar dado sea diferenciable que existan las derivadas parciales del mismo.*

*c) Si es campo escalar dado es derivable, entonces es diferenciable.*

*d) Si existen las derivadas parciales del campo escalar dado, entonces éste es diferenciable.*

Advertimos que aparecía un obstáculo en cuanto a la interpretación de condiciones necesarias y suficientes, así como las expresiones que aparecen con frecuencia en el área de Matemática "Si tal cosa, entonces tal otra".

3.- Si $f(x, y) = x^2 + 3y^2$ *se solicita:*

*i) Para que pares* $(x, y)$ *se cumple* $f(x, y) = 9$. *Representar gráficamente.*

*ii) Mostrar* $\{(x, y) / f(x, y) = 3\}$.

*iii) Hallar* $\dfrac{\partial f}{\partial y}(1, 2)$ *Interpretar geométricamente.*

*iv) Hallar el valor de la pendiente de la recta tangente en el punto A(1,2) a la curva de intersección entre la gráfica de* $f(x, y)$ *y el plano de ecuación* $x = 1$.

Analizando el trabajo de los alumnos reparamos que la formulación de la pregunta del ítem (i) que no contiene la notación de conjunto, los indujo a cometer error en la respuesta que



VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

mostraba pares aislados como (3,0) ó (-3,0), mientras que en el ítem (ii) dichos errores no se cometían.

i) $f(x,y)=9 \Rightarrow x^2+3y^2=9 \Rightarrow (3,0)$ y $(-3,0)$ ii) $\{(x,y) / f(x,y)=3\}$



VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4