

CONCEPTUALIZACIÓN DE LA DERIVADA A TRAVÉS DE LA VISUALIZACIÓN DEL CONOCIMIENTO

M.Sc Jorge Monge Fallas
jomonge@itcr.ac.cr
Instituto Tecnológico de Costa Rica, Costa Rica

Tema: V.5-TIC y Matemática

Modalidad: CB

Nivel educativo: Terciario-Universitario

Palabras claves: visualización del conocimiento, visualización de información, tecnologías de información, tecnología en la enseñanza.

Resumen

El ser humano tiene la habilidad innata para procesar representaciones visuales que permiten: orientar emociones, ilustrar relaciones, descubrir tendencias-patrones, mantener y llamar la atención, ayudar a la memoria a recordar, presentar ambos generalidad-detalle, motivar, a establecer una historia común y a energizar, a tomar acciones, presentar opciones y actuar (Burkhard y Meier, 2005). En este artículo presentamos resultados de varios años de investigación en el campo de la visualización del conocimiento en el área de la matemática y el enfoque utilizado en el abordaje del tema de derivada. Los resultados obtenidos potencian el uso de representaciones visuales para mejorar la comprensión del concepto de derivada, su interpretación en los distintos contextos. Enfatizamos en la importancia de utilizar un marco conceptual para la incorporación de tecnología digitales (a través de la computadora) y no digitales (objetos físicos) en los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Antecedentes

El lenguaje visual, como todos los lenguajes no verbales, es particularmente apto para la transferencia de emociones, sensaciones, afectos que a menudo las palabras no logran expresar con la misma precisión (Lazotti, 1983).

Al parecer, como señala Burkhard, el ser humano tiene la habilidad innata para procesar representaciones en formato visual y su cerebro está ampliamente equipado para llevar a cabo esta labor. Burkhard (2002) hace referencia a la aparición de un nuevo campo de investigación: Visualización del Conocimiento. Este nuevo campo de investigación estudia el potencial innato de los seres humanos para procesar en forma efectiva representaciones visuales. De acuerdo con Burkhard (2002) la visualización del conocimiento viene a integrar cinco distintas áreas del saber como lo son; Visualización de la información, Arte cognitivo, Administración del conocimiento, Arquitectura de la información y Ciencias de la comunicación.

Este nuevo campo de investigación integra varias áreas de interés y éstas a su vez guardan especial relación con el lenguaje visual y nuestra capacidad innata de procesar

representaciones visuales, todo con el fin de transferir conocimiento entre al menos dos personas.

Burkhard (2002) define un marco general de visualización el cual debería de ser considerado cuando se quiere crear representaciones visuales cuyo objetivo sea transferir y crear conocimiento.

Tipo de función	Tipo de conocimiento	Tipo de receptor	Tipo de visualización
Coordinación	Qué saber: Declarativo	Individual	Boceto
Atención	Cómo sabe: Procedimental	Grupal	Diagrama
Recuerdo	Por qué saber: Experimental	Organizacional	Imagen
Motivación	Dónde saber: Orientacional	Red	Mapa
Elaboración	Quién sabe: Individual		Objeto
Nuevas ideas			Visualización interactiva
			Historia

Marco general de Visualización del Conocimiento

En el ámbito propiamente de las Matemáticas Arvabi(2003) plantea que, las matemáticas, como una creación humana y cultural se trata con objetos y entidades muy diferentes de los fenómenos físicos (como los planetas o las células de la sangre), depende en gran medida (posiblemente mucho más que los matemáticos estarían dispuestos a admitir) en la visualización en sus diferentes formas y en diferentes niveles, más allá del campo visual, obviamente, de la geometría, y la visualización espacial. La utilización de gráficos, diagramas, imágenes y las formas geométricas o modelos son una herramienta para la visualización del concepto abstracto de las matemáticas(Konyalioglu et al., 2008).

De acuerdo con Guzmán(2008), los conceptos matemáticos, las ideas, métodos, tienen una gran riqueza de relaciones visuales que son intuitivamente representables en una variedad de formas. El uso de ellos es sin duda muy beneficioso desde el punto de vista de su presentación a los demás, su manipulación en la resolución de problemas y al hacer investigación.

La visualización también puede verse como justificación y explicación, en ese sentido Radhim y Siddo (2009) plantean que: la justificación visual en las matemáticas se refiere a la comprensión y aplicación de conceptos matemáticos usando representaciones visuales basados en los resultados presentados en los diagramas, los programas de gráficos por computadora y modelos físicos.

Autores como Hitt, Duval, Lazotti, Hershkowitz, Presmeg, Muzner, Kosslyn, Tall , Vinner y Arcabi consideran que la visualización puede ayudar a construir con la intuición los conceptos matemáticos. Otro punto de vista es cuando la visualización se considera como un apoyo en la representación y construcción de conceptos, para Fernando Hitt (1998), los temas de representación y visualización matemática han aparecido en la literatura como aspecto fundamental para entender la construcción de conceptos matemáticos y la resolución de problemas por parte del estudiante.

Se plantea que quizá la dificultad de algunos estudiantes en la construcción de conceptos está vinculado a las restricciones de representación que se tienen cuando se enseñan, sin embargo es sabido que por investigaciones empíricas, que la construcción de un objeto matemático por parte del estudiante está basado en el uso de varias representaciones semiótica (Teoría de representaciones semióticas de Duval(1999)).

En el caso particular del tema de la derivada se considera que el estudiante por lo general no tiene problema en la aplicación de las reglas de derivación, pero si lo tienen cuando al resolver un problema requieren manejar el concepto de derivada. Según el trabajo realizado por Sánchez et. al. (2008) esto se debe a que el estudiante no ha construido un significado adecuado del concepto de derivada. Aspectos importantes para lograr la comprensión del concepto de derivada es el uso de diversas representaciones. Por ejemplo (Zandieh, 2000) considera las representaciones gráfica, verbal, física y simbólica. En estas investigaciones no solo se resalta la relación entre la razón de cambio y el cociente incremental sino el uso de distintos contextos y diversas representaciones para la construcción de significados.

Ferrine-Mundy & Graham(1994) (citado por Sánchez et. al. (2008)) en sus investigaciones ponen especial atención a la comprensión por parte de los estudiantes de la relación entre la gráfica de una función y la gráfica de su derivada. Resultado de los trabajos de Habre & Abboud (citado por Sánchez et. al. (2008)) muestran que los estudiantes no tenían la misma comprensión del concepto de derivada en el modo analítico y el modo gráfico, de allí la importancia para la comprensión del concepto de derivada, buscar que el estudiante desarrolle la capacidad de trasladar las relaciones entre f y f' en forma adecuada.

El estudio realizado por Badillo (2003) muestra las dificultades que tienen los estudiantes para darle un significado adecuado al carácter puntual y global de la derivada, es decir, entre la derivada puntual y la función derivada. Aspectos como


comprender el significado de $f'(a)$ no implica comprender necesariamente la idea de la función derivada $f'(x)$. Se debe tomar en cuenta que el concepto de derivada conlleva el manejo de varias aspectos; perspectiva gráfica, perspectiva analítica. Además de ver esta dos perspectivas dentro del carácter global y puntual del concepto. De allí la importancia en nuestra investigación, el uso de la visualización del conocimiento para que el estudiantes construya el significado adecuado del concepto de derivada. Nuestro objetivo principal era evaluar la influencia de la visualización del conocimiento en el ambiente de clase, en la comprensión de conceptos y en el rendimiento.

Metodología

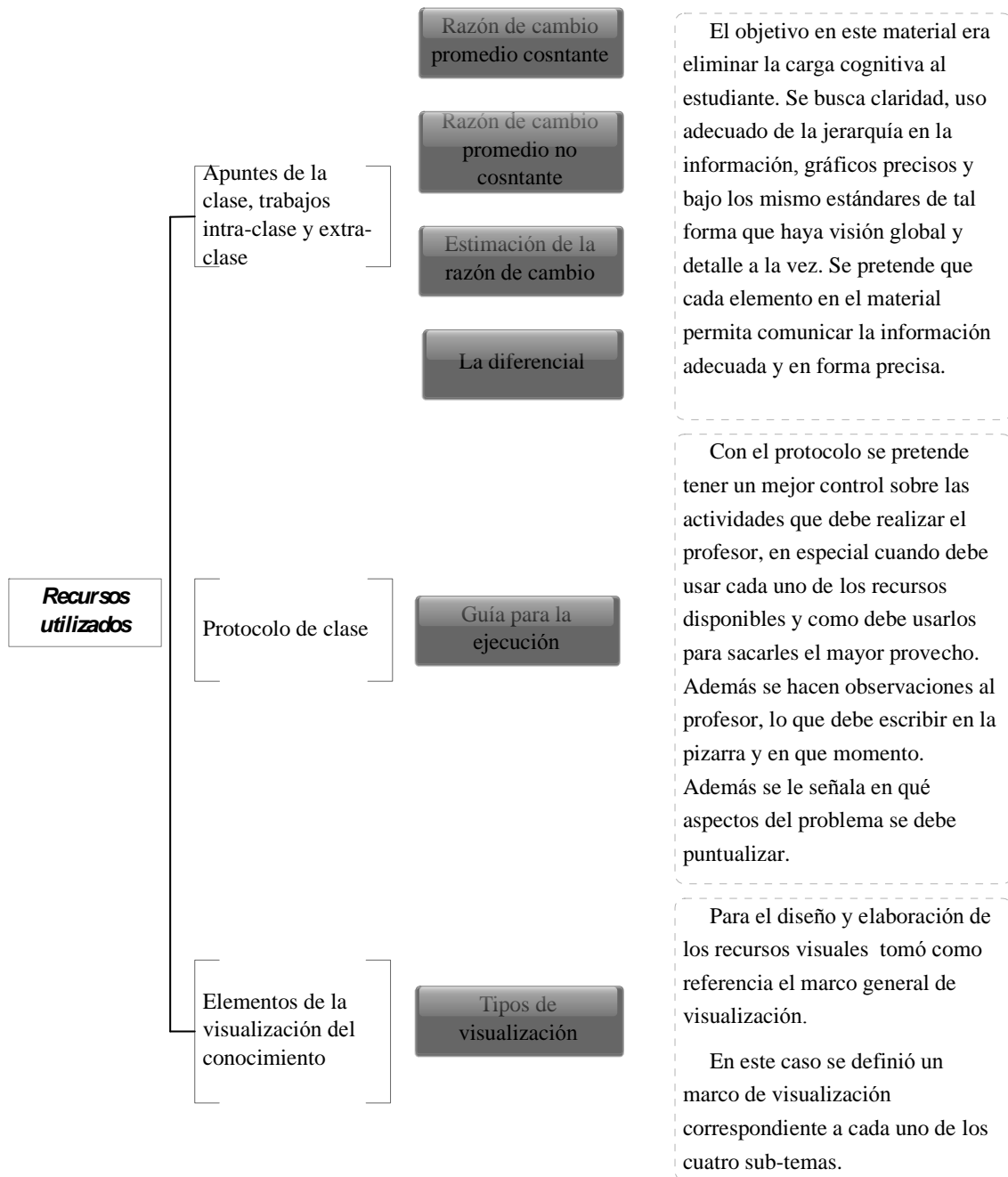
El abordaje del tema de derivadas tiene múltiples enfoques a lo largo de la historia como lo indican Hitt, Font, Cortés, García y Núñez, Andreu y Riestra y Arcos. Algunos de estos enfoques responden al formalismo de la matemática moderna, a la evolución histórica del concepto de deriva y otros orientados más al aprendizaje de los estudiantes.

El diagrama siguiente se muestra el enfoque utilizado en la investigación.

Enfoque de la derivada	Razón de cambio promedio constante	Razón de cambio constante Incremento Movimiento rectilíneo uniforme Modelo lineal Constante de proporcionalidad Pendiente Monotonía del modelo lineal	1/2 Semana
	Razón de cambio promedio no constante	Razón de cambio variable Comportamiento de los incrementos o disminuciones, acelerados y desacelerados Concavidad y monotonía Puntos de inflexión Razón de cambio máxima y mínima	1 y 1/2 semanas
	Estimación de la razón de cambio	Aproximación Definición de la derivada puntual Definición de la función derivada Propiedades de la derivada	1 Semana
	La derivada como razón de cambio instantánea	Reglas de derivación Relación de la derivada con monotonía Relación de la derivada con concavidad Relación de la derivada con puntos críticos	1 Semana
	La diferencial	Diferencial La diferencial de una función dada Linealización	1 Semana

 Todo esto se trabajó con la metodología de resolución de problemas

Lo anterior sirvió como base para darle un tratamiento a la temática desde la perspectiva de la visualización del conocimiento.



La siguiente tabla muestra la forma en que se platea el marco general de visualización para cada uno de los subtemas definidos.

En la figura 1 permite introducir el concepto de la diferencial como la relación entre dos cambios, esto es uno ejemplo de los tantos recursos utilizados.

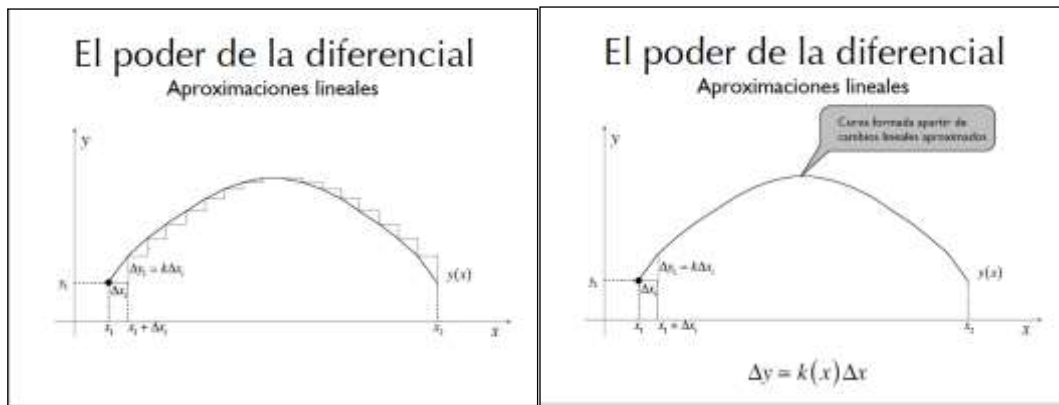


figura 1 Secuencia de imágenes de una animación: el poder de la diferencial

Implementación y evaluación

La investigación se llevó a cabo durante tres semestres consecutivos en el curso de Cálculo Diferencial e Integral que imparte el Instituto Tecnológico de Costa Rica y estuvo a cargo de dos profesores. Cada uno de ellos tenían un grupo control y otro grupo experimental. La aplicación de la intervención se rige exclusivamente por el protocolo de clase. Éste es el que le guía al profesor a lo largo de todo el periodo de la intervención, orienta al profesor en el trabajo diario de clase, la utilización y los momentos en que se utilizan cada uno los recursos definidos en el marco general de visualización.

Para la evaluación se utilizaron varios instrumentos, dos relacionados a una valoración de la percepción de las actividades en clase por parte de los estudiantes. Uno era un instrumento básico y el otro un diferencial semántico. En cuanto a la comprensión del concepto de derivada se construyó un instrumento el cual fue pasado a juicio de expertos y pruebas de confiabilidad. Para los análisis se utilizó: análisis descriptivos, pruebas de normalidad, pruebas de hipótesis, ANOVA de un factor y algunas pruebas post hoc cuando fue necesario.

Conclusiones

Los resultados ofrecidos por la investigación nos indican que en la forma que se planteó la utilización de la visualización del conocimiento evidenció diferencias significativas en la comprensión de los conceptos a favor de los grupos que recibieron la intervención. La visualización del conocimiento nos proporciona un soporte teórico para incorporar en forma adecuada la tecnología en la enseñanza. Además nos brinda los alcances que podemos lograr con las representaciones visuales presentadas a través de la tecnología.

La incorporación adecuada de la tecnología requiere de algunos supuestos que deben cumplir los agentes que intervienen en el proceso; en este caso el profesor, el contenido a desarrollar, los estudiantes y el recurso.

La visualización del conocimiento no debe de considerarse aislada del enfoque teórico que se utilice para abordar una temática específica.

La actitud del profesor hacia el uso de la tecnología parece ser una variable relevante en el impacto que puede tener las tecnologías en la educación .

Referencias

- Arcavi, A. (2003). The Role of Visual Representations in the Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, n.º 3/52, 215-241.
- Badillo, E. (2003). *La derivada como objeto matemático y como objeto de enseñanza y aprendizaje en profesores de matemática en Colombia*. Tesis Doctoral. Universidad Autónoma de Barcelona.
- Burkhard, R & Meier, M. (2005). Tube Map Visualization: Evaluation of a Novel Knowledge Visualization Application for the Transfer of Knowledge in Long-Term Projects. *Journal of Universal Computer Science* , n.º 4/11, 473-493.
- Burkhard, R. (2002). Learning from Architects Difference between Knowledge Visualization and Information Visualization . *Proceeding of the Eighth Conference on Information Visualisation: IEEE*, 519-524.
- Duval, R. (1999). Representation, Vision and Visualization: Cognitive Functions in Mathematical Thinking. Basic Issues for Learning. *Proceeding of the Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Recuperado de <http://pat-thompson.net/PDFversions/1999Duval.pdf>
- Guzman, M. (2008). *The role of visualizaronin the teaching and learning of Mathematical Análisis*. Recuperado de <http://www.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/invGuz.pdf>
- Hitt, F. (1998). *Working Group on Representations and Mathematics Visualization*. Cinvestav-IPN, Mexico. Recuperado de http://www.west.asu.edu/cmw/pme/plenaryworgweb/PMENA_FHitt-WG.htm
- Hitt, F. (2003). *Dificultades en el aprendizaje del cálculo*. Recuperado de <http://uqam.academia.edu/FERNANDOHITT/Papers>
- Konyalioglu, S., Konyalioglu, A., Ipek, A & Isik, A. (2005). The role of Visualization on Student's Conceptual Learning. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 1-9.
- Lazotti, L. (1983). *Comunicación Visual y Escuela. Aspectos psicopedagógicos del lenguaje visual*. México: Editorial Gustavo Gill.