Acceso democrático a ideas matemáticas poderosas

Ole Skovsmose y Paola Valero

Carlos y su familia tienen que trastearse de su casa. Su madre perdió el trabajo, y el dinero que ella obtenía con gran esfuerzo para pagar su casita está en manos del banco. Carlos, un estudiante de décimo grado, es uno de los muchos jóvenes colombianos que terminarán el bachillerato al comienzo del siglo XXI. Muchos de estos estudiantes parecen estar confundidos respecto a su futuro. Los profesores insisten en la importancia de la escolaridad y el aprendizaje, especialmente de las matemáticas. Sin embargo, ¿cómo podría esto ayudar en las circunstancias de la vida real de jóvenes como Carlos? Al otro lado del mundo, en Dinamarca, Nicolai enfermó gravemente después de comer un helado casero. En Dinamarca, con relativa frecuencia, se contrae la infección por salmonela al consumir huevos, pollo o productos cárnicos. La gente culpa de esto al control de calidad; pero, ¿sabe la gente algo acerca del control de calidad?, ¿será que la educación que Nicolai recibe en la escuela le ayuda a comprender los peligros de esta sociedad aparentemente "segura"?

Estos son casos de estudiantes reales en dos países diferentes y, como afirmamos, sus experiencias de vida son significativas para la educación matemática. En la tarea de avanzar en el campo de la investigación sobre los fenómenos conectados con el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, comenzamos con una consideración de la sociedad informacional global en un contexto que es complejo desde un punto de vista social, político, cultural y económico. Dentro de este contexto se entremezclan tanto las tendencias mundiales como las locales, y surgen nuevos retos para las prácticas y la investigación en educación matemática. Basados en las contradicciones de este orden social actual, proponemos la *paradoja de la inclusión* y la *paradoja de la* *ciudadanía* como dos problemas centrales que la educación matemática debe atender. Con este propósito en mente, procedemos a darle significado al término *ideas matemáticas poderosas*, de cuatro maneras. Hacemos después una discusión de la noción de *acceso democrático* y cuestionamos que la democracia se identifique simplemente con el acceso universal. Por último, sostenemos que hacer frente a las paradojas de la inclusión y de la ciudadanía representa una lucha por la provisión de *acceso democrático a ideas matemáticas poderosas* en la educación matemática, tanto en la práctica como en la investigación.

Paradojas de la sociedad informacional

Después de la caída del muro entre el este y el oeste, Fukuyama (1989 y 1992) declaró "el fin de la historia". Tal declaración resuena con lo que las teorías de la sociedad postindustrial han venido expresando desde la década de 1970 en el sentido de que el mundo ha alcanzado un estado en el cual las fuentes del valor —y, por consiguiente, del poder— se pueden describir no solamente en términos de trabajo y capital, sino también y primariamente en términos de conocimiento e información. Este estado en la transformación del capitalismo se ha venido llamando también la sociedad de la información (Bell, 1980). Junto con la consideración del valor y del poder ha habido un cambio en la clase de ciudadanos que requiere este nuevo tipo de orden social. La gente necesita ser capaz de tratar con el conocimiento y la información en un proceso continuo de aprendizaje. Este cambio particular es lo que se ha venido llamando "sociedad del aprendizaje" (Ranson, 1998). En lo que referimos como "sociedad informacional" (siguiendo a Castells, 1999), que subsume tanto la sociedad de la información como la sociedad del aprendizaje, el impacto de la tecnología va más allá de la producción industrial y, de hecho, afecta estructuras políticas, económicas, sociales y culturales.

Una discusión acerca de la sociedad informacional no puede separarse de una consideración de la globalización como el proceso responsable de establecer la "aldea global". La globalización se refiere al hecho de que los eventos que ocurren en una parte del mundo pueden estar causados por —y al mismo tiempo influir en— eventos en otras partes. Nuestro entorno —en términos políticos, sociológicos, económicos o ecológicos— continuamente se está reconstruyendo en un proceso que recibe insumos de todos los rincones del mundo. A la vez, nuestras acciones tienen implicaciones para incluso los rincones más remotos del planeta. Sin embargo, la globalización se relaciona también con la creencia, aparentemente compartida, de que es deseable un tipo determinado de entorno y de que hay algún tipo de compromiso universal respecto al logro de ciertos ideales como la democracia, la libertad de mercado y la competitividad individual. El mito del "fin de la historia" se puede interpretar como la legitimación de un universalismo falso (Eagleton, 1996). Junto con el discurso de la globalización, llega un nuevo discurso de colonización. De manera similar a como las primeras olas de colonización europea de los siglos xiv al xviii trajeron nuevos idiomas, religiones y órdenes sociales que atropellaron a las culturas indígenas, la nueva colonización global impone también nuevas maneras de vivir, de producir y de pensar. D'Ambrosio (1996) visualizó la ciencia, incluidas las matemáticas, como actores de esta invasión cultural; y, desde luego, la educación matemática no es un observador inocente de la situación.[1]

Castells (1999) criticó algunas de las descripciones dominantes de la sociedad postindustrial basadas exclusivamente en el contexto norteamericano y europeo. Él enfatiza que una teoría de la sociedad informacional se debería referir no solamente al hecho de que ciertos países y ciertas regiones están llegando a interrelacionarse estrechamente, sino también al hecho de que se han excluido personas, países y regiones porque aparentemente no son relevantes para la construcción de la economía informacional. Debido a que el acceso al conocimiento es claramente importante en la sociedad informacional, "la capacidad para generar nuevo conocimiento y para recolectar información estratégica depende del acceso a los flujos de tal conocimiento e información. [...] Se sigue de esto que la potencia de las organizaciones y el futuro de los individuos dependen de su posicionamiento con respecto a tales fuentes

[1] Para ejemplificar el significado de globalización, analicemos el *Third International Mathematics and Science Study* (timss) como estudio representativo de carácter internacional que produjo conocimiento e información acerca del estado de la educación en matemáticas y ciencias en el mundo. A pesar de todas las discusiones sobre los problemas del *timss* como sistema de clasificación legítimo y medio de comparación, al parecer, en varios ámbitos se concluyó la necesidad de seguir el modelo de los países de alto puntaje, como Singapur y Japón. Así, en la mesa de trabajo que se llevó a cabo al inicio del noveno Congreso Internacional de Educación Matemática (icme), el director del Ministerio de Educación de Singapur expuso la concepción subyacente de educación en matemáticas y en ciencias y explicó, basándose en ella, el éxito obtenido por su país. La realización de tal mesa redonda se puede interpretar como un intento de presentar a la comunidad internacional de educadores matemáticos un modelo que es deseable seguir. Por otra parte, la mención sistemáticamente escasa de los países que se desempeñaban de manera muy pobre, como Colombia y Sudáfrica, muestra la dispensabilidad de estos casos en lo que se acepta como pertinente internacionalmente.

de conocimiento y de su capacidad para comprender y procesar tal conocimiento" (p. 60). El acceso al flujo de conocimiento e información constituye una división importante entre aquellos que están en el núcleo de la sociedad informacional y aquellos que están por fuera. Según Castells, la exclusión es devastadora porque "la lógica estructural de la edad de la información lleva las semillas de una barbarie nueva y fundamental" (p. 60). Todos los excluidos pertenecen a áreas estructuralmente irrelevantes en la sociedad informacional y constituyen lo que Castells llamó el "Cuarto Mundo".

Esta observación llama la atención hacia la dinámica compleja de la globalización. Al mismo tiempo que nos estamos pareciendo, nos estamos también alejando. La interacción entre lo global y lo local es un juego que conecta muchas partes del mundo en una red de flujos y, simultáneamente, excluye regiones y personas de comunidades y países específicos del mundo. El Cuarto Mundo incluye no solo grandes regiones de África, Latinoamérica y Asia, sino ciertamente también grandes tajadas de Europa, Estados Unidos, Japón y Australia. Mucha gente que vive en la pobreza o que está aislada de los centros de producción e intercambio informacional y tecnológico en estos países (e. g., refugiados políticos e inmigrantes ilegales en Estados Unidos, gente mayor en las áreas rurales de Japón, comunidades aborígenes de Australia, y jóvenes farmacodependientes y comunidades *punk* en Alemania) es aparentemente superflua en este orden mundial.

No obstante, el Cuarto Mundo tiene papeles convenientes que desempeñar para la economía informacional: provee espacios para el depósito de problemas ecológicos y otros efectos colaterales de la producción industrial. Así mismo, proporciona un área de mercado que debe llenarse y una fuente barata para facilitar el flujo material de mercancías que se requieren en la economía informacional. La globalización ligada con la economía informacional parece continuar una irremediable explotación provocativa de ciertas partes del mundo. No parece que la preocupación por la equidad haga parte de este tipo de globalización.

La globalización es responsable también de determinar quién cuenta como persona funcional en la economía informacional de libre flujo. Este orden social está caracterizado por una gran capacidad de renovación y flexibilidad en las organizaciones sociales y en los individuos, que se manifiesta a través de una capacidad emprendedora. Los individuos y los grupos llegan a organizarse bajo el principio de aprendizaje continuo como un mecanismo de adaptación a los cambios rápidos y constantes del entorno. Esta idea tiene implicaciones para las concepciones dominantes actuales en la educación. El aprendizaje se concibe como un continuo "aprender a aprender" para cumplir exigencias de la sociedad. Nociones como "enseñanza y aprendizaje constructivistas", "estudiantes y profesores activos", "ambientes educativos ricos", "experiencias tecnológicas incluyentes" y, más recientemente, "servicios educativos eficaces y responsables", junto con "padres y estudiantes satisfechos como clientes" dominan el discurso de la sociedad del aprendizaje (Apple, 2000; Masschelein, 2000).

Aunque algunas de estas nociones de "aprender a aprender" parezcan apropiadas, todo este discurso debería ser cuidadosamente cuestionado. Existe un riesgo de reducir el aprendizaje a un mecanismo de supervivencia individual, que se opone a una concepción del aprendizaje como actividad humana en la que seres únicos van en busca de significado en un intento de iniciar eventos que contribuyan a asegurar un mundo común sostenible y durable. En otras palabras, las posibilidades de la educación para cuestionar el ser, evaluar el significado de la vida, construir un mundo común y criticar el supuesto orden de las cosas están en alto riesgo (Masschelein, 2000). Además, Flecha (1999) observó que:

> [...] el conocimiento priorizado por las nuevas formas de vida se distribuye de manera desigual entre los individuos, de acuerdo con el grupo social, el género, el grupo étnico y la edad. Al mismo tiempo, el conocimiento que poseen los grupos marginados no se tiene en cuenta, incluso si es más rico y más complejo que el conocimiento priorizado. Se da más a aquellos que tienen más y menos a aquellos que tienen menos, cerrando un círculo de desigualdad cultural.[2] (p. 67)

En la educación matemática, las ideas de vieja data expresadas en el lema "aprender a aprender" han sido consideradas una meta deseable de lograr en el siglo XXI. En la década de 1960, los matemáticos tomaron seriamente la responsabilidad de establecer una educación matemática sobre la cual pudiera descansar "la responsabilidad cada vez más pesada de la superestructura científica y tecnológica" (Organisation for European Economic Co-operation [OEED], 1961, p. 18). En la actualidad, parece ser que una porción considerable de nuestra comunidad de educación matemática está comprometida en la formación de ciudadanos competentes de la sociedad informacional emergente

---

[2] Podríamos ir más lejos con este argumento si preguntáramos quiénes se benefician realmente de la difusión del discurso de la sociedad del aprendizaje. Se pueden encontrar explicaciones plausibles acerca de las fuerzas asociadas con las tendencias recientes de reforma en varios países, por ejemplo, en Apple (1996 y 2000).

y rápidamente cambiante. Como lo afirman los estándares publicados en el 2000 por el National Council of Teachers of Mathematics de Estados Unidos (NCTM, 2000, pp. 3-4), la capacidad para comprender y hacer matemáticas es más pertinente que nunca, porque le permite a uno "tener oportunidades y opciones enriquecidas de manera significativa" para moldear el propio futuro. Esta formulación implica que adquirir competencias matemáticas es una condición para ser capaz de adaptarse y, por consiguiente, sobrevivir y ayudar a sostener este tipo de desarrollo social. La necesidad y el deseo de que haya más gente capaz matemáticamente, como se expresa en el discurso de "más matemáticas para todos", pueden contribuir a difundir un valor utilitario de la educación matemática que a largo plazo sirve como herramienta para la supervivencia de los más listos. La contradicción entre las expectativas sociales que surgen de esta clase de discurso y las prácticas actuales en las que las matemáticas se usan como un filtro social para determinar quién tiene acceso al éxito futuro (Smith, 2000; Volmink, 1994; Zevenbergen, 2000b); de hecho, queda resuelta a favor de quienes pasan los filtros de las matemáticas. Por consiguiente, sin preverlo, la educación matemática puede apoyar los peligros de la sociedad del aprendizaje.

Encontramos que la sociedad informacional es un concepto polémico.[3] Contiene contradicciones y puede desarrollarse en diferentes direcciones. Tratamos de resumir este hecho formulando dos paradojas de importancia especial para la educación matemática. La *paradoja de la inclusión* se refiere al hecho de que el modelo actual de globalización para la organización social, que abarca el acceso universal y la inclusión como un principio establecido, conduce también a una profunda exclusión de ciertos sectores sociales. La *paradoja de la ciudadanía* alude al hecho de que la sociedad del aprendizaje, a la vez que declara la necesidad de una educación significativa y pertinente para los retos sociales actuales, también reduce el aprendizaje a la necesidad de que el individuo se adapte a las exigencias sociales. La paradoja de la ciudadanía concierne en particular a la noción de *Bildung,*[4] que se refiere al desarrollo de competencias generales para la ciudadanía, especialmente la capacidad para actuar críticamente en sociedad, y de esta manera tener un impacto sobre ella. Esta paradoja se refiere a que, por una parte, la educación parece preparar

[3] Aquí estamos inspirados por Young (1998), quien presentó la idea de "sociedad del aprendizaje" como un concepto polémico.

[4] Para una discusión de la noción de *Bildung*, véase Klafki (1986) y Biesta (2000). No hay una traducción adecuada en inglés ni en español de la palabra alemana *Bildung,* aunque se ha sugerido "educación liberal".

para una ciudadanía activa; pero, por la otra, parece asegurar la adaptación del individuo a un orden social dado. Aunque desde nuestro campo de investigación y práctica (educación matemática), no podemos resolver las paradojas, nos parece necesario hacerles frente. De otro modo, la educación matemática podría actuar ciegamente en el desarrollo ulterior de la sociedad actual. Nos comprometemos en la tarea de explorar la importancia de estas dos paradojas desde la perspectiva particular de la educación matemática, examinando las nociones de *ideas matemáticas poderosas* y *acceso democrático*. Lo hacemos mediante dos ejemplos.

Dos ejemplos

Números Pequeños y Terribles

El envenenamiento por salmonela es un peligro cotidiano en Dinamarca. De una manera u otra, Nicolai sabía que un "inocente" helado casero preparado con huevos infectados podría ser suficiente para enfermarlo. Los estudiantes escuchan en la escuela y pueden leer acerca de la infección por salmonela. Un artículo de periódico bajo el titular *Tenemos que vivir con la salmonela* expresa lo siguiente:

> Los expertos estiman que un número creciente de más de mil daneses se enfermarán con salmonela cada año. El ministro de Alimentos, Henrik Dam Kristensen (Democracia Social) afirma que no tendremos éxito en eliminar este problema. Los daneses tienen que vivir con el riesgo permanente de enfermarse por salmonela a causa del consumo de la carne y los huevos daneses. [...] Esta fue una de las conclusiones del reporte dado al Ministro por el Danish Zoonosis Center, la institución que aconseja en esta materia. Según el Ministro, el documento no conduce a cambios en la estrategia en contra de la salmonela, pero los daneses deben aprender a vivir con el riesgo de la infección. Nosotros prepararemos pruebas e investigaciones de manera que podamos llegar tan cerca como sea posible a un riesgo nulo. Sin embargo, esto no es lo mismo que asegurar que los huevos, los pollos y el cerdo infectados por salmonela no pasarán el control. Hoy es imposible hacer que la gente crea en un cien por ciento que hay un control seguro. (*Politiken*, 2000)

Si los riesgos, como lo establece Beck (1992), son algo constitutivo y esencial de nuestro mundo actual, ¿cómo podrían la escuela y especialmente la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas proporcionar herramientas para analizar estos riesgos de una manera significativa? El proyecto Números Pequeños y Terribles trata de abordar esta pregunta.[5] Junto con sus estudiantes, los profesores participantes en el proyecto recolectaron quinientos empaques de película, negros, para simular los huevos; se usaron empaques de película por su semejanza con los huevos en tamaño, opacidad y posibilidad de "abrirlos" para examinarlos. Dentro de cada "huevo" había un pequeño cubo amarillo, excepto en algunos de ellos en los que el pequeño cubo era azul. La "yema" azul representaba un huevo infectado de salmonela.

Durante la primera secuencia de actividades se mezclaron los "huevos" sanos con los infectados de salmonela en frente de toda la clase. Cada quien sabía que de quinientos "huevos", cincuenta estaban infectados. Los estudiantes tomaron muestras de tamaño diez y contaron el número de "huevos" infectados en cada muestra. Intuitivamente, esperaban obtener un "huevo azul" en cada muestra; pero después de algunos experimentos encontraron que en algunos casos podían tener tres "huevos azules" (o incluso más) entre diez examinados. ¿Cómo podía ser esto? ¿Era porque la mezcla no estaba hecha de una manera apropiada? ¿Era mala suerte? La pregunta básica que concierne a este experimento tiene que ver con la confiabilidad de la información proporcionada por las muestras. ¿Cómo podía ser que una muestra no siempre dijera la "verdad" acerca de la población entera? ¿Cómo deberíamos operar en una situación de la cual no sabemos nada acerca de la población completa, excepto lo que una muestra pueda decir? ¿Cómo podemos, en este caso, evaluar la confiabilidad de la información numérica?

En una segunda secuencia de experimentos, se les presentó a los estudiantes dos tipos de huevos, españoles y griegos, comprados a granel en las tiendas. En ambas clases, había algunos huevos infectados, pero esta vez los estudiantes no sabían cuántos. Para tomar una decisión respecto a qué clase de huevos comprar al detal, necesitaban realizar una prueba de control de calidad. Era imposible hacer una prueba con todos los huevos, porque los huevos abiertos en el control de calidad no podrían venderse. Además, era costoso verificar la existencia de salmonela en los huevos, así que el presupuesto de los estudiantes ("compradores al detal") estaba afectado por el control de los

---

[5] Este proyecto se describe en Alrø *et al.* (2000a y 2000b), en danés. Es una colaboración entre dos profesores daneses, Henning Bødtkjer y Mikael Skånstrøm, y tres investigadores, Helle Alrø, Morten Blomhøj y Ole Skovsmose. El proyecto Números Pequeños y Terribles se ha puesto a prueba en diferentes salones de clase, pero aquí proporcionamos, sobre todo, una visión general de sus ideas principales.

costos. Tenían que considerar cuidadosamente cuántos huevos españoles y cuántos griegos se requerían como muestra para tomar una decisión acerca de qué clase de huevos comprar. La preocupación por tomar una decisión responsable se confrontó con el interés de hacer un negocio próspero.

Una tercera secuencia de actividades abordó la evaluación de los riesgos de adquirir salmonela a partir de productos alimenticios que tuvieran huevo como uno de sus ingredientes. El punto de partida para la preparación de los productos fue una mezcla de quinientos huevos, cinco de los cuales estaban infectados. Una tarea preliminar consistía en calcular la probabilidad de hallar un "huevo con azul". No era difícil llegar a $5/500 = 0{,}01$. Pero si se quiere hacer una porción de helado a partir de seis huevos —y desde luego todos deben ser sanos— la probabilidad de obtener una porción libre de salmonela es $(1 - 0{,}01)^6$ y, por consiguiente, el riesgo de infección está dado por $1 - (1 - 0{,}01)^6$. Obtener esta fórmula no fue simple. Los estudiantes comenzaron por sugerir que si la probabilidad de obtener un huevo infectado es de 0,01, entonces cuando toman seis huevos, la probabilidad debe ser de 0,06. Sin embargo, al hallar la fórmula adecuada, los estudiantes tuvieron oportunidad de contrastar cálculos matemáticos con experimentación empírica.

El proyecto trató de fundamentar una discusión sobre la diferencia entre los cálculos matemáticos ideales y las cifras obtenidas empíricamente, lo mismo que un debate alrededor de la posibilidad de calcular riesgos en general. La noción de riesgo se puede resumir en términos matemáticos por la ecuación:

$$R(A) = P(A)C(A)$$

Aquí, A representa un evento. El riesgo, $R(A)$, es el producto de la probabilidad de que ocurra A, $P(A)$, y las consecuencias de que haya ocurrido A, $C(A)$. En otras palabras, el riesgo al comer un helado es igual a la probabilidad de que esté infectado, multiplicada por el "costo" de estar infectado, y naturalmente el "costo" se incrementa con el tamaño del helado, porque mucha más gente puede consumirlo.

Macrocifras que Llegan a Ser Macropeligros

Un país en una situación política y económica inestable es un escenario perfecto para ser testigo de los macropeligros y de las macrocifras. Colombia, en la última década el siglo XX, representó a una sociedad profundamente perturbada, en conflicto entre las demandas de consolidación democrática y de globalización internacional. En este escenario, en el que coexisten casi todas las condiciones de vida premodernas, modernas y posmodernas, los estudiantes luchan por encontrar buenas razones para terminar la escolaridad —si, por supuesto, tienen la posibilidad de hacerlo—. En verdad, Carlos encuentra difícil ver el papel de tanto estudio en su futuro. Es incluso más difícil ahora cuando su familia tiene que dejar la casa que su madre comenzó a pagar hace algunos años. Recientemente, los abonos mensuales llegaron a ser tan altos que ella se rindió. Cuando trató de vender la casa, no pudo recuperar un solo centavo de lo que había invertido, y la mejor solución que encontró fue devolver la casa al banco como parte de lo que debía.

Carlos no fue el único estudiante que perdió su casa entre 1998 y 1999. Esta fue la historia de mucha gente en Colombia. Por primera vez, la gente se preocupó por lo que la Unidad de Poder Adquisitivo Constante (UPAC), introducida en 1971, podía significar en sus vidas. Ciertamente una investigación en el salón de clase habría podido ayudarlos. En lo que sigue imaginamos algunas líneas generales de un proyecto que se podría llamar Macrocifras que Llegan a Ser Macropeligros con estudiantes de los grados décimo y undécimo.[6] El proyecto puede permitir que los estudiantes reflexionen acerca del uso de las matemáticas como una fuente de poder a través de modelos económicos y sociales.

¿Dónde comenzar? Podríamos pedir a los estudiantes que se informen con sus familias y amigos acerca del UPAC y sus predicamentos. Queremos que el proyecto sea relevante para la situación actual de los estudiantes. Como una de las fuentes esenciales de indagación, podemos recolectar recibos de abonos a capital durante los últimos uno o dos años. Podemos pedir ayuda a los profesores de ciencias sociales para tener información acerca del sistema UPAC y de las razones por las cuales en la década de 1970 el gobierno adoptó este sistema. ¿Es posible descubrir los supuestos del sistema? ¿Son todavía válidos? El sistema UPAC, que pretendía promover el ahorro del sector privado y la adquisición de vivienda, se diseñó bajo el supuesto de que, por una parte, la devaluación, la inflación y las tasas de interés podían ser controladas por el gobierno (Currie, 1984; Perry, 1989), y por la otra, que el país podía tener un crecimiento económico sostenible.

[6] Este ejemplo se construye a partir de discusiones con profesores colombianos durante el seminario *Cómo desarrollar una educación matemática crítica en el salón de clase*, conducido por Ole Skovsmose, en Bogotá, Colombia (8 y 9 de octubre de 1999), sobre la presentación de Paola Valero *Desenmascarar las matemáticas: un reto para los profesores del próximo milenio*, en Portimão (Portugal), durante el *ProfMat 99* (10-14 de noviembre de 1999) y, en particular, se nutre con discusiones sostenidas con Jacqueline Cruz y Verónica Tocasuche, profesoras de educación secundaria en Colombia, y con Pedro Gómez. Estas ideas no han sido todavía implementadas.

En el caso del pago por amortización, el sistema UPAC opera de la manera siguiente. Para calcular el interés nominal (*n*) sobre un préstamo, el sistema considera la inflación (*I*), la tasa efectiva de interés (*e*), que se estima anualmente en 6%, y un factor de riesgo (*r*). El interés nominal, *n*, se determina entonces por la fórmula (Vélez, 1997):

$$n = (1 + i)(1 + e)(1+ r) - 1$$

Por ejemplo, en condiciones normales, si $i = 0{,}06$, $e = 0{,}06$ y $r = 0{,}01$, entonces $n = 0{,}13$, que sería un caso razonable. En una época de profunda crisis económica el interés nominal se sale de control, debido a las variaciones en la inflación, en la tasa de interés efectiva y en el factor de riesgo, como ocurrió realmente en Colombia en el periodo comprendido entre 1997 y 2000. Por ejemplo, en una situación de crisis si $i = 0{,}18$, $e = 0{,}20$ y $r = 0{,}10$, entonces $n = 0{,}55$ y ello genera una situación aberrante. En el caso específico de Colombia, al final de la década de 1990, cuando la gente no podía arreglárselas para cubrir las cuotas (e. g., debido al desempleo) y se veía forzada a vender su propiedad, perdió todos sus ahorros, porque el valor de la finca raíz decreció como parte de la crisis misma.

Después de una primera exploración, podríamos comenzar examinando casos específicos —el de la familia de Carlos, si él y su familia están de acuerdo— y formar grupos que reúnan estudiantes con casos similares. El propósito principal del trabajo podría ser aconsejar a familias específicas en el proceso de negociación de nuevos sistemas de amortización con el banco. Según los recibos de pago recolectados, los estudiantes pueden estudiar las conexiones entre las diferentes cifras en un periodo dado —la cantidad total del préstamo, la tasa de interés, la proporción de la deuda que realmente ha sido pagada, los pagos por intereses, etc.—. Podríamos ahondar todo lo que sea necesario en la exploración matemática de la situación.

Podríamos entonces entrar en una discusión acerca de las consecuencias del modelo. Podríamos preparar un informe para las familias, explicando lo que pasó durante el tiempo que pagaron sus préstamos y proponiendo alternativas adecuadas para lidiar con las propuestas del banco acerca de la renegociación de su préstamo y la adopción del nuevo modelo[7] propuesto por el gobierno. Como uno de los propósitos del proyecto, quisiéramos captar el potencial que una investigación en la clase de matemáticas pudiera tener para

[7] Desde enero del 2000 se estableció el sistema de unidad de valor real (UVR), que reemplazó al UPAC. La UVR estableció un índice más simple basado en el costo de vida básico nacional.

iniciar cambios en la vida de los estudiantes. ¿Es suficiente lo que todos obtenemos durante el desarrollo del proyecto para actuar políticamente alrededor de las familias que están en problemas?

¿Ilustra este experimento aspectos esenciales de lo que se puede considerar en una indagación en la clase de matemáticas? ¿Es importante hacer realidad este proyecto? Del mismo modo, ¿qué podemos decir acerca de Números Pequeños y Terribles? Si la educación matemática debe encarar las paradojas de la inclusión y de la ciudadanía de la sociedad informacional, tales preguntas llegan a ser importantes. Sin embargo, para discutir con mayor detalle las posibilidades de lidiar con las paradojas, debemos explorar primero lo que podría ser el significado de *ideas matemáticas poderosas*. Discutiremos luego los diferentes aspectos de proporcionar *acceso democrático* y después regresaremos a las paradojas.

Ideas matemáticas poderosas...

Decir que algo es *poderoso* significa tanto como afirmar que puede ejercer poder. Si establecemos que las ideas matemáticas pueden ejercer poder, podríamos tratar de clarificar las siguientes preguntas: ¿qué queremos decir con el término *poder*?, ¿cuál es la fuente del poder de las ideas matemáticas?, ¿cuáles son las consecuencias de tal poder? En lo que sigue, presentaremos diferentes interpretaciones posibles.

... Desde un punto de vista lógico

Las ideas matemáticas se pueden considerar poderosas desde un punto de vista lógico. En este sentido, el poder se refiere a la característica de algunas ideas clave que nos permiten establecer nuevos ligámenes entre las teorías y proporcionan nuevo significado a conceptos previamente definidos. En este sentido, uno podría ciertamente afirmar que muchas de las ideas matemáticas poderosas han surgido a través de la historia de la disciplina.

En particular, podemos asociar la noción de ideas matemáticas poderosas con *abstracción*. Es posible interpretar un concepto como poderoso en la medida en que proporciona nueva comprensión dentro de un conjunto existente de diferentes conceptos. La noción matemática de *grupo* ilustra el poder lógico de hacer abstracciones. Un grupo se puede definir como un conjunto M que está constituido por ciertos elementos y una operación, $\star$, que a cualquier pareja de elementos de M le asocia un elemento de M, y que cumple con ciertas propiedades. A través de todas las matemáticas, se reconocen ejemplos de grupo; uno de estos, que es básico, es el conjunto de los enteros junto con la operación *adición*. Se reconoce un amplio espectro de otras estructuras matemáticas, además de grupo, como anillo, espacio vectorial, espacio métrico, espacio topológico, todas definidas solamente por sus propiedades formales y no por cualidades de sus elementos. Tales estructuras formales hacen posible llevar una comprensión obtenida en un área de las matemáticas para aplicarla en un área que parece completamente diferente. De esta manera, las abstracciones han conducido a clases de ideas matemáticas poderosas, desde un punto de vista lógico. El poder o la fuerza de tales ideas puede definirse, entonces, como una característica intrínseca y esencial de su posición en la jerarquía de las matemáticas, que les permitió influir en otras ideas de manera que las reacomodara y las redefiniera. Una vez que una idea matemática más abstracta proporciona una nueva conceptualización para nociones existentes, se reestructura el edificio de las matemáticas, vía la legitimidad de la nueva regulación y del nuevo principio organizador. En este sentido, desde el punto de vista lógico, las ideas matemáticas poderosas tienen un poder intrínseco que se ejerce dentro del ámbito de las matemáticas.

Tales ideas matemáticas poderosas se pueden expresar en una arquitectura lógica, como se ejemplifica en el trabajo del grupo Bourbaki. Una mirada más cercana a este edificio estrictamente modernista revela también lo que podría significar *poderoso* en un sentido lógico, para la educación matemática. Si se concibe que la educación matemática tiene el papel de enculturar a los estudiantes en el conocimiento matemático establecido y en sus métodos de trabajo, entonces es fácil —como pensaron los proponentes del movimiento conocido como Matemáticas Modernas en los años posteriores a 1960— generar una lista de ideas matemáticas poderosas alrededor de las cuales se organice el currículo. Por medio de tales ideas básicas, desde el punto de vista lógico, se podrían definir todas las otras ideas.

Aunque el enfoque particular y los propósitos de la ola moderna en educación matemática casi han desaparecido de los currículos escolares, prevalece en la práctica la idea dominante de que los currículos matemáticos consisten en una lista de ideas matemáticas poderosas y temas esenciales que deben ser aprendidos. La semejanza sorprendente y la estabilidad en la estructura de los currículos matemáticos nacionales alrededor del mundo (Kilpatrick, 1996) muestra la fuerza de la creencia compartida en el poder lógico de las ideas matemáticas. Independientemente de la orientación del enfoque de las matemáticas escolares, como el regreso a lo básico (*back-to-basics*) en Estados Unidos y la estrategia nacional de alfabetismo numérico (*national numeracy strategy*) en el Reino Unido, que hacen hincapié en las prioridades tradicionales de los temas de matemáticas, o los estándares del NCTM, que representan una propuesta curricular más progresiva, todos estos puntos de vista tratan de captar la esencia de las ideas matemáticas poderosas desde el punto de vista lógico. Gran parte la educación matemática simplemente supone que las ideas matemáticas son poderosas ante todo en un sentido lógico. Esto justifica que la enseñanza de las matemáticas se puede concentrar en proporcionar a los estudiantes acceso a las matemáticas "reales", bien sea siguiendo la tradición escolar o proporcionando un andamiaje que les permita a los estudiantes construir las matemáticas por ellos y para ellos mismos.

Desde esta perspectiva, ¿qué podemos hacer respecto a los proyectos Macrocifras que Llegan a Ser Macropeligros y Números Pequeños y Terribles?, ¿podrían estos conducir a ideas matemáticas poderosas, hablando desde un punto de vista lógico? En verdad, podríamos imaginar caminos posibles para fortalecer un foco matemático. En el caso de los Números Pequeños y Terribles, se podría haber ahondado más en el significado matemático de expresiones como $1 - (1 - p)^x$ y en otras nociones de probabilidad lo mismo que las conexiones entre ellas. Esto podría haber ubicado a los estudiantes en toda una exploración de la teoría de la probabilidad. Al planear el proyecto Macrocifras que Llegan a Ser Macropeligros, se podría comenzar por considerar las ecuaciones:

$$n = (1 + i)(1 + e)(1 + r) - 1 = (i + e + r) + (ie + ir + er) + ier$$

En particular, al hacer esta reducción algebraica, queda claro que $n > i + e + r$. Además, el proyecto podría proporcionar una buena manera de ingresar al álgebra y, una vez más, ilustrar que la abstracción es un elemento esencial de las ideas matemáticas poderosas. Los cálculos podrían también abrir una ruta directa a la exploración de las funciones exponenciales, ya que el proyecto hace pertinente considerar de qué forma opera una función como $f(t) = (1 + n)^t$, donde t se refiere al tiempo.

La interpretación de ideas matemáticas poderosas, basada en la lógica, legitima la actividad matemática a favor de las características internas de las matemáticas. Apoya cuán deseable es permitir a los estudiantes experimentar y jugar con ideas y maneras de trabajar que en sí mismas parecen poderosas. No obstante, esta perspectiva encierra algunos riesgos. Podría acentuar la paradoja de la inclusión, porque justificaría la provisión de un currículo abstracto que, como muchas investigaciones han documentado, cierra sistemáticamente la posibilidad de participación en una experiencia significativa de educación matemática a la mayoría de los estudiantes (Boaler, 1997). Esta perspectiva podría también contribuir a exacerbar la paradoja de la ciudadanía, ya que la educación matemática podría terminar ofreciendo conocimiento que parece pertinente para los estudiantes, en cuanto a sus oportunidades en una carrera futura, pero para quienes la pertinencia más allá de esto está limitada.

... Desde un punto de vista psicológico

Podríamos asociar también el poder con la experiencia del individuo en el aprendizaje de ideas matemáticas. En este sentido, el poder se determina en relación con las potencialidades de aprendizaje. Desde esta perspectiva, lo que cuenta como ideas significativas es aquello que los estudiantes pueden captar y a lo que pueden darle significado en el proceso de desarrollar el pensamiento matemático. De hecho, muchas de las investigaciones en educación matemática realizadas en las dos décadas posteriores a 1980 son una fuente importante para la identificación de este tipo de ideas poderosas.

Influidos por el trabajo de Piaget, y más recientemente el de Vygotsky, sobre el desarrollo de la cognición humana, los educadores matemáticos han formulado diferentes marcos teóricos para describir de qué trata el aprendizaje de las matemáticas.[8] Estas teorías han servido también para el propósito de describir principios básicos para lo que podría lograrse mediante la experiencia matemática escolar. Verschaffel y De Corte (1996, pp. 102-103) dieron un ejemplo en el caso de la aritmética. En primer lugar, establecieron los principios más importantes para el aprendizaje y la enseñanza de la aritmética en la escuela, en términos del aprendizaje de las matemáticas como actividad constructiva de índole social y cooperativa, del papel de los contextos significativos y de la progresión hacia niveles superiores de abstracción y formalización. Posteriormente, formularon algunos aspectos importantes a los que debería darse mayor atención en relación con, por ejemplo, la adquisición del concepto de número y del sentido de número (pp. 105-111). Estos aspectos incluyen el conteo a expensas de habilidades operacionales lógicas en los primeros grados, lo que permite tener conciencia de múltiples usos de los números, promueve el sentido numérico y la estimación y permite avanzar más allá de los números enteros. En contraste con una interpretación lógica de

[8] Para una discusión sobre la influencia de las ideas piagetianas y vygotskianas sobre la educación matemática, véase Skott (2000, pp. 24-39) y Lerman (2000).

las ideas matemáticas poderosas, tales ítems no destacan el contenido matemático involucrado en el proceso de aprendizaje, sino que se enfocan más bien en las operaciones mentales que van junto con la adquisición de las nociones matemáticas. En el caso del álgebra, Kieran (1992) proporcionó una lista de ideas matemáticas similarmente poderosas.

Una noción importante que se subraya en el aprendizaje del álgebra y de las matemáticas de mayor complejidad es la de la dualidad entre las concepciones matemáticas como procesos y como objetos (Sfard, 1991), que en la versión francesa, *didactique des mathématiques*, se formula como la dialéctica entre las matemáticas como herramientas y como objetos (Douady, 1987). Esta discusión, que ha influido ciertamente en la comprensión del aprendizaje de las matemáticas y de su enseñanza,[9] combina un análisis matemático acerca de la naturaleza de los objetos matemáticos con un análisis de los procesos de aprendizaje. De esta manera, el asunto del poder de las ideas matemáticas se conecta con el grado en el cual estas pueden ser integradas en la comprensión de los estudiantes mediante procesos de interiorización, condensación y reificación. Todo el asunto de la comprensión (Sierpinska, 1994) es, por consiguiente, la clave para definir el potencial que pueden tener las ideas matemáticas una vez localizadas en el dominio del aprendizaje humano.

Además, desde un punto de vista psicológico, se considera central en la generación de ideas matemáticas poderosas, un énfasis en aspectos afectivos, motivacionales e idiosincráticos de la comprensión que tienen de las matemáticas —de su enseñanza y aprendizaje— los estudiantes y los profesores. El percatarse de que las ideas matemáticas significativas se adquieren solamente —o se construyen— si el individuo tiene una disposición mental favorable para comprometerse en el proceso del aprendizaje generó un conjunto complementario de ideas, como la importancia de las actitudes y creencias de profesores y estudiantes hacia las matemáticas, y su enseñanza y aprendizaje. En este sentido, algunas nociones de pensamiento metamatemático, como las competencias en la resolución de problemas, la metacognición y el dar sentido (Schoenfeld, 1992) vinieron de la mano con las ideas matemáticas. Esta combinación constituye conglomerados poderosos en un sentido psicológico.

Para la educación matemática todos estos principios implicaron el avance en ideas de reforma a lo largo de las líneas de, por ejemplo, las propuestas de

[9] Uno de los signos de influencia de este trabajo es la magnitud, en cantidad y calidad, en la que el documento de Sfard se ha citado en la investigación en educación matemática desde su aparición en 1991.

Estándares del NCTM, que representan una combinación de ideas matemáticas poderosas tanto en el sentido lógico como en el psicológico. Para ilustrar esta combinación, podemos ver cómo la descripción de los *Estándares* (NCTM, 2000) hace juego con la identificación y la integración de temas matemáticos (e. g., números y operaciones, álgebra, análisis de datos, probabilidad), actividades matemáticamente relacionadas (e. g., resolución de problemas y comunicación) y competencias en esos temas y actividades (i. e., comprensión de los números, maneras de representarlos, relaciones entre números, sistemas numéricos, uso de modelos matemáticos para representar y entender relaciones cuantitativas, monitoreo y reflexión sobre procesos de resolución de problemas y comunicación de su pensamiento matemático de manera coherente y clara a los pares, profesores y otros).

Considerando nuestros dos proyectos, según la interpretación psicológica, podríamos discutir el papel de la contextualización en la que se basan. Los proyectos aportan al salón de clase situaciones concretas que los estudiantes pueden usar como base para comprender. En este sentido, cada proyecto proporciona un marco para que los estudiantes se familiaricen con las nociones matemáticas que intervienen en la situación. Su papel principal es adentrar a los estudiantes en las matemáticas como facilitador e instrumento motivacional. En el caso del proyecto Números Pequeños y Terribles, los estudiantes están familiarizados con el asunto de la salmonela. La proximidad entre el tema y sus vidas puede proporcionar la posibilidad de realizar conexiones entre conceptos ya interiorizados e ideas nuevas. La experimentación con las muestras de huevos abre ligámenes posteriores con los cuales se pueden conectar las ideas de probabilidad y riesgo. En el proyecto, Macrocifras que Llegan a Ser Macropeligros, la extracción de datos básicos para el análisis matemático a partir de fuentes reales se puede ver como una actividad especialmente comprometedora, que puede motivar a los estudiantes a aprender los aspectos matemáticos que están detrás de los casos reales. En particular, los estudiantes pudieron tener un nuevo punto de vista sobre la importancia de realizar reducciones algebraicas. Ellas pueden revelar conexiones que no son tan fáciles de identificar si se usan solamente cálculos numéricos.

En la mayor parte de los casos, la interpretación psicológica de las ideas matemáticas poderosas descansa sobre el supuesto de que los procesos de aprendizaje humano son universales, incluso a pesar de que las diferencias sociales y culturales puedan afectar la construcción de significado. Se supone también que tales ideas son transferibles en situaciones diversas y que, dada esta transferibillidad, constituyen conocimiento útil. Encontramos problemática esta interpretación a la luz de estudios recientes que han evidenciado y desarrollado un punto de vista radicalmente diferente del conocimiento y de la cognición humana. En primer lugar, estudios recientes han demostrado (Lerman, 2000) que el arraigo del individuo a la situación social y cultural en la que se encuentra —en particular su pertenencia a un grupo étnico, su posición social o su género, en un momento histórico dado— influye en su desarrollo cognitivo. En segundo lugar, se ha sugerido que el aprendizaje no es un proceso mental, sino participación en comunidades de práctica (Lave, 1988; Lave y Wenger, 1991). Desde esta perspectiva, no es posible la transferencia de conocimiento; en cambio, se tienen tipos de participación y acción en diferentes situaciones contextualizadas (Boaler, 1997; Wedege, 1999). Es necesaria una visualización de las ideas matemáticas desde una perspectiva más amplia.

... Desde un punto de vista cultural

Si los estudiantes deben experimentar la pertinencia y la relevancia de su aprendizaje en relación con su experiencia sociocultural, es necesario considerar qué es lo que cuenta como poderoso desde la perspectiva del estudiante. Podríamos entonces tratar de relacionar las ideas matemáticas poderosas con las oportunidades que tienen los estudiantes de participar en las prácticas de una comunidad más pequeña o de la sociedad más amplia. Estas posibilidades tienen que ver con el porvenir de los estudiantes, que se refiere a la manera en que ellos interpretan y conceptualizan —explícita o implícitamente, consciente o inconscientemente— sus condiciones de vida futuras dado el entorno social, cultural, económico y político en el que viven.[10] Se refiere también a las interpretaciones y conceptualizaciones de los estudiantes acerca de sus posibilidades para comprometerse en una acción significativa. Naturalmente, el porvenir está modulado por las antecedentes de los estudiantes, esto es, sus "redes de relaciones y significados construidos socialmente" (Skovsmose, 1994a, p. 179) que pertenecen a su historia personal; pero el porvenir proporciona recursos y razones para que los estudiantes se involucren (o no) en su aprendizaje como personas actuantes. En otras palabras, el porvenir permite a los estudiantes enfocar sus intenciones en las actividades conectadas con el aprendizaje. Visualizamos las intenciones como primariamente construidas a partir del porvenir de una persona. De modo que las ideas matemáticas pueden llegar a ser poderosas para los estudiantes, en cuanto proporcionan oportunidades para visualizar un abanico deseable de posibilidades futuras.

[10] Para una discusión sobre la noción de porvenir, véase Skovsmose (1994a).

Muchos estudios han tratado de identificar lo que podría significar *ideas matemáticas poderosas* desde una perspectiva cultural. En este contexto, una "perspectiva cultural" refiere a interpretaciones radicales y políticas, por ejemplo, como se describe en Frankenstein (1995).[11] Ella trató de identificar asuntos que conciernen específicamente a la situación política de la clase trabajadora, adultos urbanos involucrados en programas remediales de matemáticas, y mostró cómo preguntas sobre asuntos como el desempleo, los gastos militares, los impuestos y la política económica pueden tener que ver con una parte central de la educación matemática. Ser capaz de manejar tales preguntas significa desarrollar una competencia pertinente para actuar políticamente como ciudadanos críticos. De esta manera, las ideas matemáticas poderosas llegan a definirse ante todo con referencia a la situación del aprendiz en una situación sociocultural dada. Esta perspectiva radical está presente también en muchos de los capítulos de Powell y Frankenstein (1997).

Knijnik (1996 y 1997) proporcionó otro ejemplo de ideas matemáticas poderosas desde el punto de vista cultural y político en el caso del Movimiento de los Brasileros sin Tierra. Desde un enfoque etnomatemático, ella, junto con profesores de la comunidad, encontraron maneras de cerrar la brecha entre las matemáticas académicas y el conocimiento matemático popular como una manera de mejorar las posibilidades del cambio social. El surgimiento de una "síntesis del conocimiento", que rescata y valora las comprensiones populares pero también genera cautela respecto a sus limitaciones, es uno de los resultados del trabajo pedagógico pertinente en las matemáticas para la comunidad.

Mukhopadhyay (1998) presentó también una interpretación de la educación matemática como herramienta para adoptar una posición crítica hacia la cultura popular actual. Ella ejemplificó su punto de vista con una investigación matemática en el aula acerca de las muñecas Barbie. Esta investigación, que parte de construir un modelo de Barbie de altura "normal" puede promover la adopción de una actitud crítica hacia los estereotipos que nos confrontan e influyen el comportamiento de los jóvenes, como que las mujeres quieren tener un cuerpo parecido al de Barbie pero tienen serios trastornos alimenticios en el intento de alcanzar esta meta. Generalmente hablando, la

[11] Una interpretación mucho más estrecha del término "cultural" se encuentra en, por ejemplo, Seeger, Voigt y Waschescio (1998), donde se interpreta la cultura del salón de clase de matemáticas como lo que se refiere, ante todo, a la interacción y comunicación en el aula. Otras interpretaciones de cultura se presentan en el trabajo de Cobb y colegas, para quienes el salón de clase es la microcomunidad de práctica donde se construyen las normas sociomatemáticas y las normas sociales más generales (Cobb, 2000).

educación matemática llega a ser poderosa en un sentido cultural cuando apoya el empoderamiento de la gente en relación con sus condiciones de vida.

Los proyectos Números Pequeños y Terribles y Macrocifras que Llegan a Ser Macropeligros ilustran lo que podría significar considerar la dimensión política de la cultura de los estudiantes. Los estudiantes daneses saben acerca del envenenamiento por salmonela, y muchos estudiantes colombianos han experimentado las consecuencias de la perturbación en la lógica del sistema UPAC. Por lo tanto, sabemos que es posible relacionar el contenido de la educación matemática con los antecedentes de los estudiantes. No obstante, sería fácil omitir la relación con su porvenir. ¿Cómo podrían nuestros dos proyectos tocar las intenciones de aprendizaje de los estudiantes tocando su porvenir? Imaginamos que para algunos estudiantes daneses experimentar con el significado de control de calidad en los productos alimenticios podría generar una intención de aprendizaje relacionada con su capacidad para tomar decisiones acerca de los tipos de alimentos apropiados para el consumo. Para los estudiantes colombianos, sobre todo para quienes realmente vivieron las consecuencias negativas de la caída del sistema UPAC, podemos imaginar, por lo menos, dos formas significativas en las cuales se toca el tema de su porvenir. Para algunos, hablar acerca del asunto puede ser tan doloroso que predomina una resistencia a comprometerse en el asunto. En este caso, las intenciones de aprendizaje podrían surgir en oposición al ambiente de aprendizaje propuesto.[12] Por otra parte, para algunos estudiantes el proyecto podría generar intenciones de aprendizaje en relación con su capacidad para ayudar a que sus familias tomen una decisión crítica acerca de la vivienda y la adquisición de la finca raíz.

El asunto de tocar el porvenir de los estudiantes es un punto delicado en algunos de los enfoques etnomatemáticos. Algunos estudios identifican las competencias matemáticas construidas en la cultura de los estudiantes —por ejemplo, competencias relacionadas con el tejido de canastas y ornamentación en algunas comunidades de Mozambique— (Gerdes, 1996 y 1997), como un punto de partida para la educación matemática. Sin embargo, no hay garantía de que, aunque pertenezcan a los antecedentes culturales de un grupo particular de estudiantes, estas competencias geométricas se consideren pertinentes,

[12] Los profesores que trabajan desde una perspectiva que empodera culturalmente pueden afrontar casos de estudiantes que se resisten al juego de "empoderamiento" de los profesores, porque tales estudiantes pueden visualizar la enseñanza tradicional como una contribución valiosa para su porvenir.

comprometedoras o motivadoras.[13] Las intenciones de los estudiantes para aprender podrían relacionarse, primero que todo, con su porvenir. ¿Pueden las etnomatemáticas ser criticadas por proporcionar acceso restringido a las ideas matemáticas o acceso a ideas matemáticas que no tienen suficiente potencial para tocar el porvenir de los estudiantes? Necesitamos apuntar en la dirección de las ideas matemáticas que tienen potencial para desarrollar una ciudadanía crítica y un alfabetismo matemático como herramientas eficaces para una lectura crítica de las matemáticas y de cómo estas pueden operar en el entorno social.

... Desde un punto de vista sociológico

Las ideas matemáticas poderosas también se pueden investigar desde una perspectiva sociológica. Tales ideas se pueden definir en relación con el alcance de su utilización como recurso para la acción en la sociedad.

Las matemáticas no existen como conocimiento independiente en la sociedad. Los actores sociales, no solamente los matemáticos, usan las matemáticas como una herramienta tanto descriptiva como prescriptiva. Las matemáticas, incluidas sus formas aplicadas (las de la ingeniería y las de la economía, por ejemplo), son parte de los recursos disponibles para la acción tecnológica, que involucra planeación y toma de decisiones. Usamos la expresión *acción tecnológica* (Skovsmose, 1994a) en el sentido más amplio posible, que incluye toma de decisiones sobre, por ejemplo, cómo manejar la economía de la familia, establecer un nuevo sistema de seguridad para comunicaciones electrónicas, investigar regulaciones de tráfico, organizar políticas de seguro, instituir control de calidad de construcciones mecánicas, proporcionar un sistema de reserva para las líneas áreas, probar algoritmos y programas de computador y muchas otras actividades que, en la actualidad, están presentes en la mayor parte de los puestos de trabajo. De varias maneras, las matemáticas constituyen un recurso para tales acciones. Para expresar esta multitud rápidamente creciente de “acciones a través de las matemáticas”, destacamos tres características de la manera como opera la sociedad con las matemáticas en empresas tecnológicas y mediante ellas. Primero, es posible establecer un espacio de alternativas (tecnológicas) a una situación, usando las matemáticas. Sin embargo, ellas también establecen una limitación en este espacio de alternativas. En este sentido, las matemáticas sirven como una fuente de imaginación tecnológica, que está

[13] Para una crítica de las etnomatemáticas, véase Vithal y Skovsmose (1997).

limitada por muchos puntos ciegos. Segundo, las matemáticas nos permiten investigar detalles particulares de un plan aún no realizado. Sin embargo, el razonamiento hipotético acerca de los detalles de construcciones imaginadas, apoyado por las matemáticas, también constituye una trampa, porque las matemáticas imponen una limitación de las perspectivas desde las cuales se investigan las situaciones hipotéticas. En particular, pueden surgir riesgos que provienen de los saltos del razonamiento hipotético, que podrían pasar por alto conjuntos enteros de consecuencias de ciertas implementaciones tecnológicas. Finalmente, como un recurso de la acción tecnológica y de la toma de decisiones, las matemáticas llegan a ser parte inseparable de nuestra realidad presente y de otros aspectos de la sociedad. Llegamos a vivir en un entorno creado y apoyado por medio de las matemáticas. En particular, el desarrollo de la sociedad informacional está íntimamente ligado a la difusión de las tecnologías basadas en las matemáticas.[14]

Al hablar acerca de ideas matemáticas poderosas, desde un punto de vista sociológico, no tenemos en mente solo una lista larga de ejemplos de modelación matemática o aplicaciones de las matemáticas que han sido presentadas en muchos libros de texto para servir el propósito de motivar a los estudiantes e ilustrar que las matemáticas pueden ser una materia útil.[15] Queremos llamar la atención hacia el hecho de que las matemáticas operan como una parte integral de muchas acciones tecnológicas y que tales acciones, como cualquier otra, pueden tener consecuencias positivas o negativas impredecibles. La calidad de las consecuencias de una acción tecnológica no está garantizada por la calidad de la base matemática que está detrás de ellas. Las tres características mencionadas acerca de cómo operamos con las matemáticas y por medio de ellas pueden ayudar a captar la complejidad de las matemáticas en acción y llamar la atención hacia la falta de certeza básica que está asociada con cualquier idea matemática puesta en operación en cualquier contexto tecnológico.[16] Por consiguiente, es necesaria una crítica de las matemáticas en acción.

---

[14] Para una discusión de las matemáticas en acción y la noción del poder formativo de las matemáticas, véase Skovsmose (1999), así como Skovsmose y Yasukawa (2000).

[15] De Lange (1996) presentó una discusión de las matemáticas aplicadas en la educación. Encontramos que su punto de vista sobre las matemáticas realistas aplicadas es, en muchos aspectos, diferente de lo que vemos como sociológicamente pertinente y poderoso.

[16] Para una discusión de la incertidumbre acerca de las matemáticas, véase Skovsmose (1998 y 2000a).

Podemos ilustrar algunos de los aspectos de las ideas matemáticas poderosas, hablando sociológicamente, mediante el proyecto Macrocifras que Llegan a Ser Macropeligros. Este se construye sobre una situación real en la que un modelo matemático ha sido la base de una política económica con un gran impacto social. Una primera tarea para los estudiantes podría ser revelar las conexiones entre los puntos ciegos del razonamiento hipotético del modelo y el surgimiento de ciertas incertidumbres sociales. Un asunto particular consiste en considerar la relación entre el crecimiento, por una parte, de las funciones $f_i(t) = (1 + i)^t$, $f_e(t) = (1 + e)^t$ y $f_r(t) = (1 + r)^t$ y, por la otra, el crecimiento de la función $f_n(t) = (1 + n)^t$, donde n, e, i, r están conectadas por la fórmula $n = (1 + i)(1 + e)(1 + r) - 1$. Al estudiar estas funciones, somos testigos de algunos elementos de la lógica del sistema UPAC. Experimentamos el drama de las "acciones a través de las matemáticas". El sistema de pago de un préstamo está determinado por esta lógica. En particular, llega a ser pertinente clarificar en qué medida se sale de control el crecimiento de $f_n(t)$ (hablando económicamente), incluso aunque el crecimiento de $f_i(t)$, $f_e(t)$ y $f_r(t)$ parece "razonable". Así que el proyecto puede ilustrar de qué manera los cálculos matemáticos usados para la toma de decisiones sociales pueden provocar nuevas estructuras de riesgo para ciertos grupos de personas.

El proyecto Números Pequeños y Terribles muestra también la relación entre los riesgos y las matemáticas. En este proyecto, los estudiantes llegaron a una situación en la cual se confrontaban los intereses económicos con los epistémicos. Esta contradicción proporciona un buen ejemplo para muchos procesos tecnológicos de diseño. ¿Cuánta investigación adicional es necesaria para tomar una decisión informada? ¿Qué tan grande debe ser una muestra de huevos que se van a investigar para decidir si se ponen tales huevos en el mercado? En muchos casos, la modelación matemática hace tentador —y posible— saltar a conclusiones acerca de qué hacer. Tales conclusiones pueden generar nuevas estructuras de riesgo para nuestro futuro.

Hasta ahora en nuestro análisis, hemos tratado de mostrar diferentes interpretaciones de la expresión "ideas matemáticas poderosas". Cada una de ellas se puede relacionar con nociones centrales, como el grado de abstracción en la arquitectura matemática, la significatividad de las nociones matemáticas adquiridas, la manera en que los aprendices pueden experimentar un empoderamiento como ciudadanos y la preocupación crítica acerca de cómo operan las matemáticas como un recurso para la acción en un ambiente tecnológico. Cada una de estas interpretaciones puede sugerir una respuesta a las paradojas de la inclusión y de la ciudadanía. De modo que si dominan las interpretaciones lógica y psicológica, las paradojas parecen desaparecer. ¿Qué podría ser más importante en la clase de matemáticas que lograr que los estudiantes dominen el más alto grado de abstracción de manera significativa? Considerando las interpretaciones sociológica y cultural del adjetivo "poderoso", reaparecen ambas paradojas en una versión fuerte. La educación matemática no puede pasarlas por alto. Sin embargo, la discusión acerca de proporcionar acceso democrático a las ideas matemáticas poderosas llega a ser más compleja cuando consideramos también la noción de democracia. Discutimos este asunto en la sección siguiente.

Acceso democrático

Todos los estudiantes, en cualquier parte del mundo, tienen derecho a la educación. Podemos ir más lejos y decir que todos los estudiantes del mundo deberían tener la posibilidad de aprender matemáticas. El acceso democrático, en este sentido, se refiere a la posibilidad real de proporcionar "matemáticas para todos". Sin embargo, la idea de *acceso democrático*, entendida como el derecho a participar en la educación matemática, es más compleja. Aquí discutimos con mayor detalle lo que la expresión puede representar.

Acceso democrático designa la posibilidad de ingresar a un tipo de educación matemática que favorezca la consolidación de las relaciones sociales democráticas. Como lo hemos afirmado en otro lugar (Skovsmose y Valero, 2000), una visión crítica de la conexión entre la educación matemática y la democracia sitúa la noción de democracia en la esfera de las interacciones sociales cotidianas y la redefine como una acción política abierta, con un propósito, emprendida por un grupo de personas. Esta acción es colectiva, tiene el propósito de transformar las condiciones de vida de quienes están involucrados, permite a la gente comprometerse en un proceso de comunicación deliberativa para resolver problemas y promueve la coflexión —esto es, la reflexión colectiva o proceso de pensamiento mediante el cual la gente "dirige su atención" hacia los pensamientos y las acciones de cada uno de los otros de una manera consciente (Valero, 1999)—.

El acceso democrático en la educación matemática, en el sentido que hemos indicado, se lleva a cabo en muchas arenas diferentes en las que tiene lugar la práctica de la educación matemática. Hacemos referencia a tres de tales arenas que creemos son fundamentales: el salón de clase, la organización escolar y la sociedad local y global.

En el salón de clase

El salón de clase de matemáticas es una microsociedad en la que deben estar presentes las relaciones democráticas entre los estudiantes y el profesor y entre los mismos estudiantes si la educación ha de proporcionar alguna forma de acceso democrático. Las relaciones democráticas que permiten la colaboración, la transformación, la deliberación y la coflexión son centrales para abrir posibilidades de una crítica acerca de los contenidos matemáticos en la clase y de su importancia en las acciones sociales basadas en ellos.

La comunicación en el aula puede seguir muchos patrones, pero para establecer un espíritu de democracia son componentes indispensables el diálogo y la crítica. Así que, un aula de matemáticas gobernada por un absolutismo burocrático o por una comunicación que no incorpora posibilidades para politizar la experiencia en educación matemática no representa democracia. En Alrø y Skovsmose (1996a) se proporcionó un ejemplo de un modelo comunicativo con una preocupación democrática en educación matemática. El modelo de indagación cooperativa refiere a una variedad de actos comunicativos que apoyan un proceso de indagación. Tal proceso no puede estar guiado simplemente por el profesor; más bien son los estudiantes quienes actúan en el proceso de investigación en cooperación con el profesor. Los elementos del modelo de investigación cooperativa son: iniciar la comunicación, descubrir, identificar, pensar en voz alta, cuestionar, reformular, negociar y evaluar.

La naturaleza de algunos de estos actos se puede clarificar con referencia al proyecto Números Pequeños y Terribles. Cuando los estudiantes llevan a cabo el experimento relacionado con el control de calidad de los huevos, el proceso no se reduce a un conjunto de ejercicios organizados en una cierta secuencia. La apertura permite a los estudiantes "poseer" el proceso de aprendizaje y experimentar lo que podría significar ser responsable de tomar decisiones. Cuando los estudiantes trabajan por su cuenta y el profesor quiere intervenir, los estudiantes no deberían sentir amenazada su calidad de dueños del proceso de investigación. El profesor tiene que *establecer comunicación* con los estudiantes y luego puede *cuestionarlos*: ¿cómo podría ocurrir que en alguna de las muestras hubiera más de un huevo con salmonela? Los estudiantes pueden tratar de *identificar* fuentes para la explicación: ¿puede ser que el profesor no haya mezclado los huevos suficientemente? Se pueden hacer *descubrimientos*: ¿podría ser que las muestras no siempre "dijeran la verdad" acerca de toda la población? Durante el proceso de *negociación* en el cual se consideran varias explicaciones, es posible *pensar en voz alta*. El pensar en voz alta es una manera de proporcionar acceso público a una línea de pensamiento y se puede abrir para las negociaciones y *reformulaciones*. Se puede *evaluar* cualquier resultado de tal proceso.[17]

En la sección "Desde un punto de vista sociológico" esbozamos tres aspectos de acciones mediadas por las matemáticas: las matemáticas ayudan a abrir posibilidades proporcionando la razón para una imaginación tecnológica; las matemáticas apoyan la investigación de aspectos particulares de construcciones no realizadas aún, y cuando se han realizado, las matemáticas operan como parte integrante del aparato tecnológico. Si se abordan críticamente tales aspectos de las matemáticas en acción en el salón de clase, entonces el contenido matemático tiene que ser contextualizado, no solamente en términos de la provisión de un "contexto de la tarea", sino principalmente en términos de un "contexto de la situación" (Wedege, 1999). En el proyecto Números Pequeños y Terribles no sería posible introducir una discusión acerca de la confiabilidad y hacer que los estudiantes experimenten lo que significa tomar decisiones si las cifras no estuvieran fuertemente relacionadas con las situaciones reales que ocurren en el entorno social, político, económico o cultural en los que tiene lugar el aprendizaje. En general, encontramos que la contextualización es una precondición para problematizar la confianza en los números. Tal problematización es esencial para establecer una ciudadanía crítica.

La contextualización no es simplemente un aparato motivacional —aunque podría ser motivante—. Es una condición para establecer una discusión sobre cómo las matemáticas pueden operar como fuente de poder en un sentido sociológico, porque invita a un examen crítico sobre cómo las matemáticas, en efecto, entran a operar. Una contextualización rica podría ayudar a que un modelo de investigación cooperativa entrara al salón de clase, y de esta manera influir en la estructura y en el contenido de la discusión.

Somos conscientes de que el proyecto Números Pequeños y Terribles tuvo lugar en una situación escolar y de que este contexto particular proporciona un marco para interpretar las actividades. Los estudiantes trabajaron con huevos que no eran reales y sus cálculos no tenían consecuencias reales. Aunque calcularon el riesgo implicado en elaborar un helado usando seis huevos, no había elaboración real del helado en el salón de clase. Incluso hay una diferencia importante respecto al contexto de un ejercicio tradicional en el que un problema se puede referir a precios, mercancías y cantidades que

[17] Para mayores detalles sobre estos procesos, véase el capítulo "Aprendizaje dialógico en la investigación colaborativa" de este libro.

deben comprarse, pero en el cual estos precios, mercancías y cantidades operan de una manera completamente diferente a como lo hacen los precios, las mercancías y las cantidades reales.

El ejercicio de las matemáticas escolares tradicionales va acompañado de un conjunto de supuestos metafísicos, como el muy notable de que la descripción proporcionada por el texto es exacta, verdadera e incontrovertible. Si un problema nos pone a comprar manzanas y su precio está establecido en 3,10 pesos por kilo, no tendrá importancia que un estudiante sepa que las mismas manzanas se pueden comprar a la vuelta de la esquina por 2,30 pesos. Si se nos pide comprar tres kilogramos de manzanas, no tiene caso cuestionar si esperamos que la pesa muestre exactamente tres kilogramos —aunque todos sabemos que las manzanas son unidades grandes y que es difícil que tengan un peso *exacto* de tres kilogramos—. La información proporcionada por el texto del ejercicio es lo que necesitamos para resolver el problema, y el problema tiene una —y sólo una— respuesta correcta (Mukhopadhyay, 1998; Skovsmose, 2000b).

Una tarea esencial de la contextualización es romper los supuestos metafísicos del paradigma del ejercicio. Esta metafísica fue desafiada por el proyecto Números Pequeños y Terribles, y es esencial para que la crítica tenga sentido. Abrir el salón de clase a reflexiones detalladas es una condición para que la educación matemática forme parte de un esfuerzo democrático.

En la organización escolar

Aunque en el aula se dan muchas oportunidades para establecer el acceso democrático a las ideas matemáticas poderosas, no es la única ni la principal arena donde ello ocurre. De hecho, investigaciones recientes han reconocido la importancia y la necesidad de comprender las prácticas del salón de clase conectadas con el contexto total de la organización escolar y, más generalmente, con la institución educativa (Krainer, 1999; Perry, Valero, Castro, Gómez y Agudelo, 1998; Stein y Brown, 1997; Valero, 2000). En el salón de clase, profesores y estudiantes no están aislados de la manera en que trabajan los profesores de matemáticas y los directivos escolares para moldear la educación matemática, mediante la planeación del currículo y del desarrollo profesional de los profesores. Así que cuando analizamos el acceso democrático, tenemos que considerar también de qué manera las prácticas de educación matemática de la escuela operan como un todo y crean oportunidades u obstáculos hacia este empeño.

En el contexto de la organización escolar, hemos llamado la atención hacia la importancia de *quién* organiza el currículo y *cómo* se organiza. Supongamos que nosotros, como formuladores de políticas bienintencionados, queremos proporcionar un currículo que asegure que los estudiantes tendrán acceso democrático a las ideas matemáticas poderosas —independientemente de qué interpretación de "poderosas" tengamos en mente— y que, como resultado, ofrecemos un plan detallado que incluye temas y maneras de trabajar en el salón de clase. Supongamos, además, que este currículo se pone en operación. La planeación detallada misma obstruirá la realización de nuestras intenciones democráticas, porque un modelo impuesto desde arriba cierra las posibilidades para que la gente involucrada en el desarrollo del currículo real se apropie del proceso.

Este conflicto apunta hacia la complementariedad[18] básica en el pensamiento referente al currículo. El mismo proceso de planear, cuidadosamente y con detalle, el acceso a cualquier clase de ideas obstruye la posibilidad de hacer que este acceso sea democrático. Esto último presupone que profesores, estudiantes y directivos escolares son sujetos actuantes en la identificación, planeación e implementación del currículo. (Naturalmente, se podrían considerar también otros grupos, como el de los padres.) Este punto de vista implica que ciertas decisiones curriculares se deben tomar en la comunidad de participantes en las prácticas matemáticas escolares. La manera en que se organiza el currículo depende entonces de las relaciones que están dentro de una red de prácticas matemáticas escolares (Valero, 2000), en las que los profesores como individuos, los profesores de matemáticas como grupo y los estudiantes y los directivos escolares pueden compartir sus expectativas acerca de la significancia de una experiencia educativa en matemáticas. Quién participa en la formulación de un currículo y cómo se implementa tal formulación son asuntos que están completamente implicados en una tensión necesaria e insoluble entre la especificidad y la libertad.

La planeación del proyecto Macrocifras que Llegan a Ser Macropeligros es un proceso de diseño de un microcurrículo en el cual se identifican componentes básicos y se desarrollan en conexión cercana al salón de clase. Los profesores en ejercicio, como una respuesta a sus experiencias y a las de los estudiantes, identificaron la idea del proyecto. No fue una sugerencia de un libro

[18] Vithal (2000a) elaboró la noción de complementariedad en educación matemática como la posibilidad de "acercar posiciones o teorías conflictivas irreconciliables pero necesarias" (p. 307) para proporcionar comprensiones mejores y más completas de lo que estudiamos en educación matemática.

de texto o de una autoridad externa, sino que surgió a partir de una situación que requería ser comprendida porque afectaba la vida de la comunidad escolar. El potencial para la colaboración entre los profesores y los estudiantes en el desarrollo del proyecto, lo mismo que para la transformación de sus comprensiones, y en últimas de su situación en relación con los abonos a un préstamo, son elementos clave en el proyecto. Si estuviera predeterminado que los proyectos sirvieran como una introducción para, digamos, cálculos algebraicos, entonces se podría perder fácilmente la importancia de los proyectos. Sería entonces imposible para los estudiantes, o para los profesores, mantener su calidad de propietarios del proyecto. El carácter experimental del proceso de diseño del currículo ejemplificado por el proyecto Macrocifras que Llegan a Ser Macropeligros destaca la importancia de crear un "laboratorio para desarrollo del currículo" (Vithal, 2000a). Esta noción refiere a la cooperación entre diferentes participantes en la red de prácticas escolares en matemáticas para construir un proceso de planeación de currículo abierto que reconozca las preocupaciones democráticas.

En la sociedad local y global

Hay una contradicción entre establecer la educación matemática en términos del acceso democrático a ideas poderosas y, al mismo tiempo, permitir que la educación sirva a la diferenciación de funciones en la sociedad, por ejemplo, cuando clasifica a los estudiantes de una manera que influye significativamente en sus posibilidades de una carrera futura. El énfasis en evaluaciones nacionales o en evaluación en el aula en la mayor parte de los países puede contribuir claramente a las paradojas de la inclusión y de la ciudadanía (Morgan, 2000). Además, la educación matemática —por lo menos en ciertas formas— genera diferentes situaciones de exclusión respecto a género, raza, lengua, clase social y capacidad (e. g., Grevholm y Hanna, 1995; Keitel, 1998; Khuzwayo, 1998; Rogers y Kaiser, 1995; Secada, Fennema y Adajian, 1996; Zevenbergen, 2000a). Si queremos terminar con esta exclusión, debemos permitir a todos acceder al aprendizaje de las matemáticas.

La dificultad de establecer la educación matemática como un recurso democrático se puede ilustrar claramente mediante el siguiente dilema. Las etnomatemáticas (D'Ambrosio, 1996; Powell y Frankenstein, 1997) han representado un reto al eurocentrismo, al demostrar, en primer lugar, que en todas las culturas, incluso en las indígenas, se da una comprensión matemática profunda, y, en segundo lugar, que construir sobre este conocimiento hace posible reconstruir una educación matemática que no recapitula las priorida-desde la colonización. Esto ha llevado a la formulación de currículos etnomatemáticos para poblaciones de pocos recursos como, por ejemplo, la gente sin tierra del Brasil (Knijknik, 1997) o los campesinos de Mozambique (Gerdes, 1997). Sin embargo, ¿podría ocurrir que ofrecer educación etnomatemática a ciertos grupos de escasos recursos les impidiera llegar a ser miembros activos de la sociedad informacional y, por consiguiente, los condenara a una vida en el Cuarto Mundo?

De manera similar, se ha propuesto la educación matemática crítica (Skovsmose, 1994a; Vithal, 2000a) como una filosofía educativa para abordar el riesgo de una educación matemática que contribuya a la creación de ciudadanos acríticos hacia los efectos devastadores de las matemáticas en la sociedad. No obstante, en un proyecto de investigación y desarrollo que trataba de abrir posibilidades para la educación matemática crítica con estudiantes inmigrantes en Cataluña (Gorgorió y Planas, 2000), los investigadores percibieron ciertas interpretaciones de ese tipo de educación como un programa "suave" que podría ser apropiado para este tipo particular de estudiantes. Este punto de vista contrasta con la posición —no explícita, pero fácil de ser expresada en acciones y propósitos— de las autoridades educativas que defienden la necesidad de programas "fuertes" de educación matemática para aquellos estudiantes que tuvieron la expectativa de tener éxito dentro del sistema educativo, en particular los estudiantes locales. Vemos que esta interpretación podría conducir a una situación en la que los llamados programas de educación matemática crítica sirven como currículo de segunda clase para los inmigrantes y refugiados políticos porque, después de todo, pueden no proporcionarles el conocimiento matemático "fuerte" requerido para ascender en la escala del prestigio social en esa comunidad. Aquí enfrentamos directamente la paradoja de la inclusión. De esta manera, un intento de inclusión podría resultar en una exclusión creciente, y una preocupación por la ciudadanía podría llegar a establecer la ciudadanía entre los excluidos.

En la creación del Cuarto Mundo en la actual sociedad informacional, como la describe Castells (1999), la barbarie de la paradoja de la inclusión está asociada con la educación matemática. Esta podría ayudar a asegurar el acceso a la sociedad informacional lo mismo que a establecer y legitimar la exclusión de ella. Para un profesor de un sistema de bajos recursos, es difícil proporcionar nuevas posibilidades de vida para los estudiantes más allá de lo que ya es bien conocido por ellos en relación con sus antecedentes. Así que una discusión fundamental acerca de la educación matemática en muchos países en desarrollo tiene que ver con la reubicación de los recursos como una estrategia para distribuir las posibilidades de maneras radicalmente nuevas. Si esto no ocurre, entonces, por ejemplo, las escuelas históricamente negras en Sudáfrica están condenadas a pertenecer al Cuarto Mundo. La situación en ese país ejemplifica el problema de cómo una distribución desigual de recursos obstruye los ideales democráticos.

Un aspecto particular que concierne a la educación matemática y a la sociedad informacional es el uso de la tecnología en la enseñanza y el aprendizaje. Debemos considerar cómo las matemáticas llegan a instalarse en más y más aparatos tecnológicos (Wedege, 2000) y cómo operan "detrás de la pantalla", haciendo posible el uso de herramientas matematizadas sin que ello presuponga una comprensión profunda de la estructura matemática subyacente o incluso, quizá, una conciencia de la gran complejidad matemática presente en la operación. La implicación de esto es que la competencia necesaria para operar con estas tecnologías ha dividido a la gente en dos categorías: quienes pueden operar en la superficie de la tecnología y quienes pueden construirla y reconstruirla. Ambas competencias son esenciales y, por consiguiente, es importante discutir cómo opera la educación matemática en relación con esta división. Además, debemos discutir cómo la educación matemática cumple su función global en un mundo en el que el acceso a los computadores está reservado todavía para unos pocos. Dada la naturaleza de la sociedad de la información, la educación matemática ocupa una posición sensible en la cual las posibilidades en la era de la información están distribuidas entre estudiantes, regiones y naciones. En la educación matemática, la barbarie de esta distribución es particularmente visible.

La globalización concierne también al contenido particular de lo que se aprende. El proyecto Macrocifras que Llegan a Ser Macropeligros aborda asuntos que representan aspectos generales de cómo se distribuyen los riesgos y las incertidumbres. Intenta ilustrar de qué manera las cifras económicas de gran escala y la toma de decisiones pueden tener efectos particulares y contribuir a la creación de macropeligros. Esta transformación de cifras en peligros es una característica básica de la globalización, en la que la toma de decisiones en gran escala distribuye el riesgo y las incertidumbres de maneras formidables. En este sentido, el proyecto Macrocifras que Llegan a Ser Macropeligros tiene un valor ejemplar particular.

Hacer frente a las paradojas

Recapitulemos lo dicho sobre las paradojas de la sociedad informacional teniendo en cuenta nuestra descripción inicial. La paradoja de la inclusión refiere al hecho de que la globalización actual, que proclama acceso universal e inclusión como principio establecido, se puede también asociar con procesos de exclusión. Como parte del desarrollo de una estructura universal para las conexiones globales, están teniendo lugar simultáneamente procesos fuertes de exclusión y aislamiento. Entre otras cosas, esto conduce a un Cuarto Mundo, muchos de cuyos nuevos ciudadanos habitan actualmente en las aulas de matemáticas. La paradoja de la ciudadanía se refiere a la celebración de una sociedad del aprendizaje que subraya la necesidad de una educación pertinente y significativa para el desarrollo posterior de estructuras sociales, políticas y culturales, aunque en realidad esa educación puede tener solamente una pertinencia funcional para el sistema.

¿La educación matemática enfrenta realmente las paradojas? Hasta este momento nos hemos referido principalmente a la educación matemática como campo de práctica, pero ahora nos concentramos en la educación matemática como campo de investigación. En la figura 1, presentamos el espacio para investigar el acceso democrático a las ideas matemáticas poderosas.

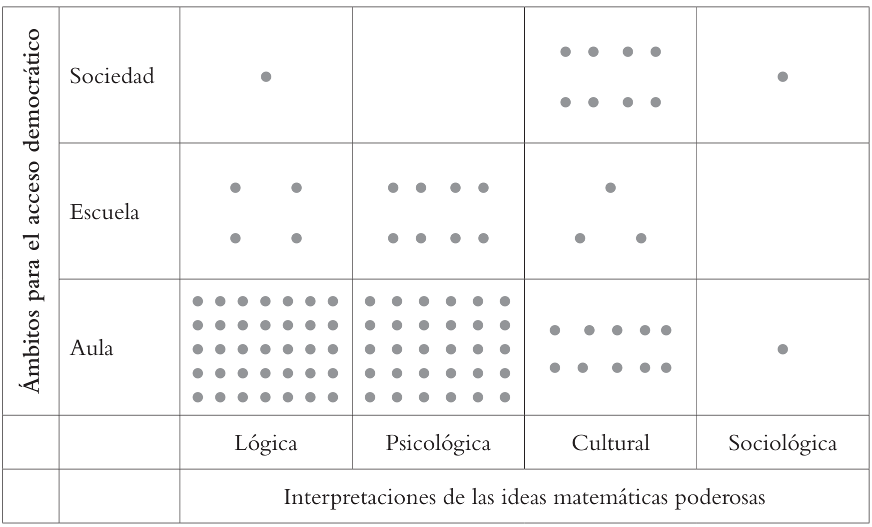

Figura 1. Distribución de artículos de investigación en el área de acceso democrático a ideas matemáticas poderosas

Al revisar la literatura de investigación en educación matemática, se observa que, infortunadamente, existen diferentes maneras en las que este campo pasa por alto las paradojas de la inclusión y de la ciudadanía. Una consiste en concentrarse en interpretaciones particulares de las ideas matemáticas poderosas, principalmente las lógicas y las psicológicas, en las cuales el relieve se pone en el desarrollo del pensamiento matemático independiente de cualquier contexto donde tenga lugar. La segunda consiste en pasar por alto que la educación matemática es parte de un esfuerzo democrático o, simplemente (y retóricamente), en suponer que la educación matemática, debido a la naturaleza misma del pensamiento matemático, constituye una empresa profundamente democrática. Desde este punto de vista, las ideas matemáticas poderosas tienen un valor democrático intrínseco (Skovsmose y Valero, 2000). Una tercera manera, más moderada, se configura al incluir solamente aspectos seleccionados de lo que puede involucrar la democracia. En particular, gran parte de la discusión se ha enfocado sobre la democracia en el aula, pero ha pasado por alto las otras arenas en las que se construye la participación significativa en la acción política mediante diferentes tipos de ideas matemáticas poderosas.

Gómez (2000) clasificó los artículos publicados en 1997 en tres revistas de educación matemática, que gozan de gran reconocimiento en el ámbito internacional, a saber: *Journal for Research in Mathematics Education* (*jrme*), *Educational Studies in Mathematics* (*esm*) y *Recherches en Didactique des Mathématiques* (*rdm*), y en las actas del vigésimo primer encuentro del *International Group for the Psychology of Mathematics Education* (*pme*). Aunque él reconoció que esta muestra no es representativa de toda la investigación publicada internacionalmente en el área, la consideró indicadora del tipo de investigación que se ha adelantado. Concluyó que:

> […] la producción de la investigación en educación matemática está centrada principalmente en problemas y fenómenos cognitivos; que tiene otras áreas menores de interés, y que muestra muy poca producción sobre los temas relacionados con las prácticas que influyen de alguna manera en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas desde el punto de vista institucional o nacional. (p. 95)

Traducidos a nuestro espacio de investigación, los resultados obtenidos por Gómez indican que hay una fuerte concentración de trabajo en la porción inferior izquierda de la figura 1. Para verificar estos resultados, hemos clasificado los artículos que se publicaron entre enero de 1999 y octubre del 2000 en jrme, rdm, esm, *For the Learning of Mathematics* (*flm*), *Suma* y el

International Journal of Mathematics Education in Science and Technology (IJMEST), en los diferentes sectores de nuestra área de investigación. Los resultados están indicados en la figura 1.

Esta distribución muestra que la mayoría de los artículos están relacionados con interpretaciones de ideas matemáticas poderosas en un sentido lógico y psicológico y en la arena de las interacciones del salón de clase. Sin embargo, también hay un número considerable de artículos que destacan interpretaciones culturales. Hay áreas como la sociedad y la escuela que son arenas para el acceso democrático y la interpretación sociológica de ideas matemáticas poderosas que, o bien no han sido exploradas en gran medida o tienen una baja prioridad para su publicación en las revistas de investigación. Naturalmente no estamos afirmando que todos y cada uno de los proyectos de investigación en educación matemática debieran tener en cuenta el abanico completo de los asuntos[19] mencionados; sin embargo, es sumamente problemático que las tendencias dominantes de investigación en educación matemática operen dentro de un alcance limitado del espacio de investigación del acceso democrático a ideas matemáticas poderosas. Tal limitación paradigmática obstruye eficazmente las posibilidades para que la educación matemática enfrente las paradojas de la sociedad informacional.

¿Qué podría significar, entonces, para la investigación en educación matemática enfrentar las paradojas de la inclusión y de la ciudadanía? Tratamos de ofrecer respuestas posibles formulando grupos de preguntas que apuntan a los asuntos que han sido poco investigados o no investigados.

1. La democracia, entendida como una acción política colectiva para el propósito de transformación, se vive en el curso de la experiencia cotidiana, que incluye las matemáticas del salón de clase. ¿Cómo formas particulares de educación matemática, entre las que se incluyen la interacción y la comunicación que ellas generan en el aula, pueden reconocer valores democráticos? ¿Cuáles son las formas de interacción en el aula que abren posibilidades para la politización y la crítica tanto del contenido matemático como de la interacción misma? ¿Cómo reconoce la educación matemática que la microsociedad de la clase está relacionada con la so-

[19] En este punto, podríamos entrar también en la discusión de lo que significa investigar una situación que "no existe", porque hay también una conexión entre las deficiencias en el área de investigación y las deficiencias en las prácticas reales de las matemáticas escolares. Debido a que esta discusión es amplia y que no es nuestra intención exponerla aquí, simplemente mencionamos los trabajos de Skovsmose y Borba (2004) y Vithal (2000a, 2000b), que han tratado de enfocar este asunto.

ciedad local y global en donde los estudiantes viven? ¿Están relacionadas las formas de aprendizaje en la escuela con las formas de aprendizaje en los sitios de trabajo, en las organizaciones y en las situaciones cotidianas?

2. La contextualización de las matemáticas escolares constituye una salida importante hacia las interpretaciones sociológicas y culturales de ideas matemáticas poderosas. ¿Debemos trabajar con una contextualización que observe, ante todo, la metafísica del paradigma del ejercicio o debemos tratar con referencias más profundas de la vida real? ¿Toca la contextualización de las matemáticas escolares tanto los antecedentes de los estudiantes como su porvenir, de maneras significativas? ¿Intentamos iluminar asuntos en los cuales el contenido de la educación matemática prepara a los estudiantes para operar como ciudadanos críticos en un contexto en el que las matemáticas y la toma de decisiones basada en ellas están en operación?
3. La dinámica de las prácticas de las matemáticas escolares, entendida como la interacción compleja entre profesores, directivos escolares y estudiantes de la organización escolar, requiere exploración. Un asunto particular está relacionado con quién participa en las decisiones curriculares y dónde tienen lugar. ¿La planeación del currículo y su implementación abren posibilidades para traer al salón de clase interpretaciones diferentes de lo que significan las ideas matemáticas poderosas? ¿El grupo de profesores y los directivos escolares, qué valoran como educación matemática apropiada, dados los antecedentes y el porvenir de sus estudiantes? En particular, es importante considerar de qué manera los currículos locales pueden operar en la sociedad. ¿Podría un diseño curricular particular y su implementación constituir educación matemática de segunda clase, que condenara a los estudiantes a la exclusión o a la aceptación acrítica de la sociedad? ¿Cómo opera el proceso de exclusión de ciertos grupos sociales —definido en términos de género, raza, clase social y capacidad intelectual— en la organización como un todo?
4. Es pertinente considerar de qué manera las tecnologías de la información y de la comunicación (TIC) abren y reorganizan nuevas posibilidades de aprendizaje (Balacheff y Kaput, 1996; Borba, 1997 y 1999). ¿Qué papel desempeñan las TIC en la promoción cultural y sociológica de ideas matemáticas poderosas? Comprender esto tiene que ver, en parte, con la identificación del estado de la distribución global real de las posibilidades de aprendizaje de las TIC. Obviamente, tenemos que trabajar con una distribución desigual de las TIC alrededor del mundo. ¿Qué significa esto

para el papel de la educación matemática en aulas de clase y en escuelas de bajos recursos? En particular, ¿qué implica esto para la formación del Cuarto Mundo? ¿La reorganización de las posibilidades de aprendizaje incluye también una reorganización de la inclusión, lo mismo que de la exclusión, de la sociedad informacional? ¿Es frecuente disponer la investigación en educación matemática dando por sentado que existen ciertos recursos sociales y económicos, aunque tales garantías solamente se dan en ciertas partes (privilegiadas) del mundo?

5. Como hemos indicado, las matemáticas operan como recurso de poder en una variedad de acciones y tomas de decisiones en todas las áreas de la vida. ¿Abre la educación matemática posibilidades para que los estudiantes vean en operación este recurso? ¿Cómo se pueden ilustrar las "acciones a través de las matemáticas" en la educación matemática? ¿Qué tanto hacemos de la educación matemática una actividad crítica que tenga que ver tanto con las maravillas como con los horrores de las acciones producidas a través de las matemáticas? ¿Qué significa ofrecer una educación matemática que trate de ilustrar tales aspectos contrastantes de ideas matemáticas poderosas?
6. Finalmente, por medio de la educación matemática en todas sus arenas —aula, escuela y sociedad— ayudamos a construir imágenes públicas de las matemáticas y de la educación matemática. ¿Cómo ocurre este proceso de construir imágenes sociales e ideologías de las matemáticas y de la educación matemática en las diferentes prácticas de la educación matemática? ¿Cuáles son las características del discurso que construimos que le atribuyen realmente tanto poder y significancia democrática a nuestra materia? ¿Qué estamos haciendo en el aula, en las escuelas o en la sociedad para fortalecer las matemáticas como una forma poderosa de conocimiento? ¿Cuáles son las consecuencias sociales más amplias de nuestras prácticas? ¿Podría una de tales consecuencias ser la reproducción de un mundo en el cual las paradojas de la igualdad y de la ciudadanía puedan sobrevivir fácilmente?

Si como educadores matemáticos, en la investigación y en la práctica, estamos preocupados por las vidas y experiencias de estudiantes como Nicolai y Carlos, deberíamos considerar incluso muy seriamente la importancia de ampliar nuestras interpretaciones de lo que significa el acceso a ideas matemáticas poderosas. Además, deberíamos tener en mente la necesidad de lidiar con las paradojas de la inclusión y de la ciudadanía en nuestro empeño durante el siglo que comienza.

Agradecimientos

Agradecemos a Pedro Gómez, Brian Greer, Núria Gorgorió, Lena Lindenskov, Swapna Mukhopadhyay y Tina Wedege, por sus comentarios a versiones anteriores de este capítulo. Hace parte de la investigación iniciada por el Centre for Learning Mathematics, centro interinstitucional de la Danish University of Education, la Roskilde University y la Aalborg University, en Dinamarca.