

EL CORAZÓN DE LA MATEMÁTICA EN LA FORMACIÓN DE FUTUROS PROFESORES DE MATEMÁTICA

Fredy González

fredygonzalez1950@gmail.com

Núcleo de Investigación en Educación Matemática “Dr. Emilio Medina” (NIEM)

UPEL, Núcleo Maracay, Aragua; Venezuela

Tema: II.2 Resolución de Problemas como Vehículo del Aprendizaje Matemático.

Modalidad: CB

Nivel educativo: 5. Formación y actualización docente

Palabras Clave: Formación de Profesores; Resolución de Problemas; Metacognición

Resumen.

Una competencia característica de profesores Matemática es resolver problemas; su relación con éstos es dual deben ser buenos resolutores de problemas; y, también desarrollar pericia para lograr que sus estudiantes aprendan a resolverlos ¿Cómo se aprende a resolver problemas matemáticos? Se sostiene aquí que “a resolver problema, se aprende sólo resolviendo problemas” haciéndose vivencialmente consciente de los pormenores cognitivos, metacognitivos y afectivos asociados con la actividad resolutoria.; para verificarlo, se llevó a cabo una experiencia con estudiantes para profesor de Matemática, en una universidad pública venezolana de formación docente; se les pidió que resolvieran problemas de Matemática y escribieran relatos narrativos de lo que habían hecho para encontrar las soluciones. Posteriormente, elaboraron un análisis comparativo del esfuerzo realizado para resolver cada problema, así identificaron las herramientas heurísticas utilizadas y construyeron su perfil personal como resolutor de problemas matemáticos.

Desarrollo del Trabajo

De los problemas se ha dicho que constituyen el corazón de la matemática (Halmos, 1980); a lo largo de la ya dilatada historia, los problemas en la Matemática han ejercido una fascinante atracción, semejante a la que provocan los misterios de escurridiza explicación.

Varias son las ramas de la Matemática cuya génesis es ubicable en los esfuerzos llevados a cabo, a veces por varias generaciones de matemáticos, tratando de resolver algún problema; célebres son, entre otros muchos, el de los Puentes de Königsberg el cual dio origen a la Teoría de Grafos y a la Topología; Otro de los problemas considerados clásicos es el del 5º Postulado de Euclides, que sirvió de base a la creación de las Geometrías No Euclidianas, como la de Nikolai Ivanovich Lobachevsky. También es importante resaltar que el célebre matemático David Hilbert, para resaltar el advenimiento del Siglo XX y proyectar el desarrollo prospectivo de la Matemática durante ese siglo, formuló sus célebre listado de problemas, los cuales definieron el desarrollo de la matemática hasta

bien adentrada la vigésima centuria; aún varios de los problemas planteados en la lista permanecen rebeldes a los denodados esfuerzos que matemáticos de varios países hace para encontrar su solución (Corry, 1998).

Es así como la habilidad, capacidad, competencia, destreza, para resolver problemas se asume como uno de los rasgos más característicos de quienes trabajan profesionalmente con la Matemática, sean los encargados de crearla (matemáticos profesionales), aplicarla (ingenieros, químicos, físicos, biólogos, administradores, economistas, entre muchos otros profesionales que hacen uso de ella en sus respectivos campos), o enseñarla (educadores matemáticos); en relación con el papel que desempeña la resolución de problemas en la formación de los profesores que enseñan Matemática, véase (Hernández, 2007).

En cuanto a los educadores matemáticos, es decir, quienes profesionalmente se dedican a gestionar los fenómenos didácticos que tienen lugar durante la realización de Encuentros Educativos, o sea, situaciones sociales donde la matemática entre en juego en procesos de Enseñanza y Aprendizaje de esta disciplina, la relación con los problemas es dual; en efecto, por una parte ellos mismos han de ser buenos resolutores de problemas; y, por la otra, han de desarrollar pericia suficiente como para lograr que otros (sus respectivos estudiantes) aprendan a resolverlos

Surge entonces la siguiente interrogante ¿Cómo se aprende a resolver problemas matemáticos? Esta cuestión ha dado lugar a una multitud de respuestas y a un monto, igualmente elevado, de literatura. Entre los libros que más atractivo han tenido en relación con la resolución de problemas matemáticos, destaca el de George Polya intitulado *Cómo plantear y resolver problemas* (título original en inglés *How to Solve It*) (Polya, 1965). El trabajo de Polya y de otros pioneros ha sido continuado por Alan Schoenfeld (1985) quien amplió el modelo polyano inicial incorporando la consideración de la dimensión metacognitiva del resolutor. De acuerdo con Schoenfeld, la competencia para resolver problemas requiere no sólo de los conocimientos matemáticos y de las estrategias heurísticas que han de ponerse en juego durante el proceso resolutor (como así lo considera Polya) sino que, además, se han de tener en cuenta aspectos de naturaleza afectiva y metacognitiva, propios de la personalidad del resolutor.

Entre los asuntos afectivos se ubican cuestiones relativas a creencias, actitudes y concepciones que el resolutor tiene acerca de: la Matemática y lo que implica el dominio de ésta; los problemas y las exigencias del proceso resolutor; las vivencias con las cuales asocia las experiencias personales que haya tenido con la Matemática a lo largo de su

trayectoria escolar previa al instante en que se ve en la necesidad de procurar la solución de algún problema en particular.

Las cuestiones de carácter metacognitivo señaladas por Schoenfeld (1985) remiten al carácter de Tarea Intelectualmente Exigente (González, 1998) que tiene la procura de la solución de algún problema; en efecto, la resolución de un problema matemático exige la activación de procesos de pensamiento tanto de los niveles bajo e intermedio, como de los de orden superior (Hidalgo y González, 2009); es entre estos últimos donde se ubican los procesos metacognitivos, los cuales se relacionan con el monitoreo, regulación, supervisión y control que el resolutor ejercita sobre su propia actividad cognitiva resolutoria.

La búsqueda de solución a un problema matemático requiere de conocimientos relativos a los conceptos y procesos asociados con los objetos matemáticos participantes (o “emergentes”, como dicen Font, Godino & Gallardo (2012) de la actividad resolutoria (esta es la Dimensión Disciplinaria); disposición de un repertorio de estrategias generales susceptibles de ser utilizadas en el abordaje de variadas situaciones problemáticas (Dimensión Procedimental); habilidades de pensamiento, es decir, posibilidades de hacer inferencias, formular conjeturas, construir deducciones, elaborar síntesis y análisis, efectuar comparaciones, identificar analogías, recordar, reconocer semejanzas, establecer diferencias, hacer generalizaciones, reconocer patrones (dimensión Cognitiva); capacidad para darse cuenta de la actividad cognitiva propia, desplegada tanto durante ejecución misma del proceso de procura de la solución del problema, como antes y después, es decir, posibilidad de dar respuesta a las siguientes interrogantes relativas al proceso de resolución: antes (¿qué puedo hacer? ¿Qué debo hacer? ¿Cómo puedo hacerlo? ¿cómo lo haré?; durante (¿qué estoy haciendo? ¿Cómo lo estoy haciendo? ¿Cómo me estoy sintiendo?), después (¿qué hice? ¿Cómo lo hice? ¿De qué otra forma podría hacerlo? (Dimensión Metacognitiva).

Hay quienes afirman que el nivel de actividad metacognitiva es lo que establece la diferencia entre un buen resolutor de problemas matemáticos y alguien que no lo es (Doménech, 2004). No obstante, resolver un problema matemático es un asunto que involucra, no sólo conocimiento (Dimensión Disciplinar), pensamiento (Dimensiones Cognitiva y Metacognitiva) sino que además moviliza emociones, actitudes y creencias (Gómez Chacón, 2000; Martínez Padrón, 2008). En efecto, en el esfuerzo por resolver un problema de Matemática entran en juego un conjunto de Dicotomías Actitudinales

(González & Martínez, 2010) de signo dialécticamente opuesto y que matizan todo el proceso de resolución. En ocasiones, una inadecuada gestión de dichas anomalías por parte del resolutor, le impide alcanzar la solución del problema; existen al menos dos situaciones de manejo inadecuado de la relación de las dimensiones cognitiva y afectiva en el proceso de resolución de problemas matemáticos; se trata de la “Cognición Nublada” (Moraima Torres) y del “Secuestro Cognitivo” (Oswaldo Martínez y Fredy González); en ambos casos, se trata de estados emocionales que bloquean u obstaculizan el funcionamiento cognitivo del resolutor.

Como puede inferirse, la Dimensión Afectiva es muy importante en la resolución de problemas; uno de los aspectos del resolutor que se ubica en esta dimensión es el Autoconcepto Matemático (Báez Henríquez, 2009), éste tiene que ver con la percepción que el resolutor tiene de sí mismo en relación con la Matemática y todo lo que con ésta se relaciona; este aspecto de la personalidad del resolutor se construye con base en las experiencias y vivencias personales que él haya tenido con la Matemática; si han sido placenteras, agradables, lúdicas y, además exitosas, es probable que su Autoconcepto Matemático sea positivo; es decir, que se sienta con competencia suficiente para abordar situaciones en las que ha de poner en juego conocimientos matemáticos, y que tales situaciones no le intimiden, sino que le atraigan y entusiasmen; en caso contrario, se estaría en presencia de un Autoconcepto Matemático de sentido negativo; quien esté en esta situación, difícilmente abordará de buena gana problemas matemáticos; éstos constituirán estímulos aversivos y, cuando menos, generarán comportamientos de evitación con lo cual se protegen de las situaciones estresantes o emocionalmente perturbadoras en las que se vería inmerso en caso de que tuviera que hacer frente a tales problemas.

Con base en lo anteriormente dicho, resulta plausible concluir que quienes aspiran a dedicarse profesionalmente a gestionar procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, deben poseer habilidad, destreza, capacidad y competencia, para resolver problemas; el asunto crucial que persiste aquí es ¿cómo desarrollar la competencia para resolver problemas? La posición asumida por quien esto escribe es una según la cual a resolver problemas se aprende resolviendo problemas.

Sin embargo, no se trata de una práctica ciega, sino iluminada, consciente, informada. ¿Qué quiere decir esto? Para aclararlo se hará uso de una situación análoga: si se hacemos algo, sin darnos cuenta de cómo lo hemos hecho, probablemente otra realización de ese

mismo algo, lucirá como una cuestión inédita, que se hace por vez primera, como si no se hubiese hecho nunca antes. Para que esta situación no ocurra, es preciso que cuando se esté llevando a cabo alguna actividad, concurrentemente con su realización, se ha de estar consciente de las acciones (tanto las ostensibles como las no ostensibles) que se ponen en juego en la ejecución de la tarea; a este nivel de conciencia es a lo que se denomina metacognición (González, 1998).

Teniendo como referencia lo aquí expuesto, se puede decir entonces que: a resolver problemas se aprende resolviendo problemas conscientemente, es decir, dándose cuenta de los procesos cognitivos, procedimientos, y conocimientos disciplinares que son puestos en juego a lo largo de toda la trayectoria descrita por el proceso resolutor.

Así que el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos implica, por una parte, la actividad resolutoria misma; y, por la otra, una toma de conciencia de todos sus pormenores, tanto de los de naturaleza cognitiva como de los de índole actuativa y afectiva, predominando entre esto últimos los referidos a las emociones, cuya amplitud, variedad y trascendencia han dado lugar a un importante ámbito de indagación que ha sido designado como Matemática Emocional (Gómez Chacón, 2000).

Se tiene entonces que son cuatro las dimensiones del resolutor que éste activa cuando pretende resolver un problema matemático, las mismas son: Emocional, Cognitiva, Metacognitiva y, por supuesto, Disciplinaria

Una situación emocional frecuente, sobre todo en estudiantes de educación secundaria o de los primeros niveles de la educación universitaria, es el síndrome “no sé cómo entrarle”; este es un momento inicial de perplejidad durante el cual el resolutor “no encuentra qué hacer” ni “por dónde empezar” el proceso de búsqueda de la solución.

Para superar la parálisis inicial antes aludida, resulta conveniente disponer de algunas “opciones de arranque”; entre éstas se pueden mencionar las siguientes: particularización (considerar un caso particular de la cuestión general que el problema plantea); y la representación gráfica (diseñar algún ideograma que permita visualizar relaciones entre las variables implicadas en el problema).

Otra de las opciones viables para la superación de los bloqueos emocionales es cambiar de actividad, es decir, suspender momentáneamente la actividad resolutoria y dedicarse a otra cosa: “salir a regar las matas”, ejecutar algún instrumento musical, o simplemente ir a caminar; estas acciones ameritan la activación de zonas cerebrales diferentes de aquellas

que se requieren para resolver el problema, las cuales al verse liberadas de presión comienzan a funcionar más fluidamente y, por tanto, hacen más viable el encuentro de la solución del problema que se está abordando; esto es así porque luego de un esfuerzo cognitivo intenso, las áreas correspondientes del cerebro siguen activas, esto es lo que se conoce como el fenómeno de “plancha caliente”, el cerebro sigue por un rato ocupado en aquello en lo que tenía puesta toda su atención; este momento es crucial y, si se tiene un nivel suficiente de conciencia metacognitiva, es posible percibir alguna pista que antes, durante el esfuerzo anterior, no haya sido percibida. Una vez restablecido el equilibrio entre emoción y cognición, se puede reanudar el trabajo resolutor.

Otro aspecto que tiene que ver con el dominio afectivo está relacionado con las creencias, percepciones y representaciones que se tienen acerca de los problemas matemáticos y su presencia en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática en contextos escolares; algunas de estas visiones son las siguientes: (a) todo problema matemático tiene solución matemática; (b) para resolver un problema matemático es imprescindible plantear ecuaciones; (c) para llegar a la solución del problema es absolutamente necesario transitar lógica y deductivamente de las condiciones dadas a los resultados esperados; (d) si el profesor plantea un problema, es porque él sabe resolverlo; (e) el proceso de resolver un problema matemático habitualmente es complicado; (f) para poder resolver un problema de Matemática, es suficiente poseer conocimientos asociados con los objetos matemáticos implicados en el problema; (g) lo más importante de un problema es su solución.

Lo dicho anteriormente alude a las ya mencionadas dimensiones que se activan en quien resuelve el problema; la información relativa a lo que pasa a una persona cuando intenta resolver un problema de Matemática en un contexto escolar forma parte del conocimiento didáctico de quienes se dedican profesionalmente a la enseñanza de la Matemática, es decir, los profesores de Matemática (Godino, 2009); pero ¿Qué puede hacerse para que estos profesionales se apropien de tal información? La respuesta a esta interrogante amerita de ciertas consideraciones previas.

Primeramente se ha de tener en cuenta el momento de la formación en el cual se encuentre, permanente o inicial, que respectivamente se refieren a quienes ya han obtenido su grado académico de profesor (o licenciado) y a quienes se están preparando para serlo, es decir, a quienes son Estudiantes para Profesor de Matemática (EPPM) o son Futuros Profesores de Matemática (FPM). Una de las premisas que se asumen en relación con la formación de un profesor es que éste tiende a enseñar en modo análogo a como él fue

enseñado; por tanto, durante su formación inicial han de crearse situaciones sociales de aprendizaje que les permitan tener experiencias y vivencias semejantes a aquellas en las que ellos deben colocar a quienes serán sus estudiantes en el futuro.

Lo anterior sirve de base para el siguiente planteamiento: si se quiere que los profesores que enseñan Matemática hagan uso de los problemas en sus clases, entonces ellos mismos, durante su proceso de formación inicial, han de participar, consciente y vivencialmente, en experiencia de resolución de problemas a los fines de que se hagan conscientes de los pormenores asociados con tales experiencias, particularmente aquellas que se corresponden con las dimensiones cognitiva y metacognitiva del resolutor.

Referencias bibliográficas

- Báez Henríquez, A. (2009). *El autoconcepto matemático y las creencias del alumnado un estudio exploratorio, descriptivo e interpretativo en la ESO*. Oviedo, Es.: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Oviedo. ISBN. 9788483177686
- Corry, L. (1998). Los 23 Problemas de Hilbert y su Trasfondo Histórico. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, V (2), 119 – 125.
- Doménech Auché, M. (2004). *Papel de la Inteligencia y de la Metacognición en la Resolución de Problemas*. Tesis Doctoral no Publicada. Universitat Rovira I Virgili, Departamento de Psicología, Tarragona, España. Documento em Línea. Disponible en:
<http://www.tesisenred.net/bitstream/handle/10803/8958/TesiintelimetacMontseDomenechp.pdf?sequence=1>. Consulta: 19 de junio de 2012. 09:25.
- Font, V., Godino, J. D. & Gallardo, J. (2012). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*. DOI: 10.1007/s10649-012-9411-0. (Accepted April 16, 2012). The final publication is available at :http://www.ugr.es/~jgodino/eos/emergence_mathematical_objects.pdf
- Godino, J. D. (2009). Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. *UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*; Diciembre de 2009, Número 20, páginas 13-31; SSN: 1815-0640
- Gómez Chacón, I. (2000). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. España: Narcea, S.A., Ediciones.
- Gómez Chacón, I. (2002). *Cuestiones afectivas en la enseñanza de las Matemáticas. Una perspectiva para el profesor* [Documento en línea]. Disponible:

- <http://www.mat.ucm.es/~imgomez/gomez-ghaconcaceres.pdf>. [Consulta: 19 de junio de 2012]
- Gómez Chacón, I. (2003). La tarea intelectual en Matemáticas. Afecto, meta-afecto y los sistemas de creencias [Documento en línea]. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, X (2), pp. 225-247. Disponible: <http://www.emis.de/journals/BAMV/content/vol10/igomez.pdf> [Consulta: 19 de junio de 2012]
- González, F. & Martínez, O. (2010). Dicotomías Actitudinales en la Resolución de Problemas Matemáticos. *RECHIEM, Revista Chilena de Educación Matemática*, 5(1), pp 60 - 84
- González, F. (1998). Metacognición y Tareas Intelectualmente Exigentes: el caso de la Resolución de Problemas Matemáticos. *ZETETIKÉ*, 6(9), 59- 88.
- Halmos, P. (1980). The heart of mathematics, *American Mathematical Monthly* 87, 519–524.
- Hernández, Y. (2007). *El papel de la resolución de problemas en la formación de profesores de Matemática*. Trabajo de Grado de Maestría en Educación, mención Enseñanza de la Matemática; UPEL Maracay. No Publicado.
- Hidalgo, Belkys Pastora & González, Fredy Enrique. (2009). Metabolización de información: un modelo dinámico para interpretar el proceso de producción de conocimiento. *Investigación y Postgrado*, 24 (1) Enero-Abril, 10-45.
- Martínez Padrón, O. J. (2008). Actitudes hacia la matemática. *Sapiens*, 9 (1); pp. 237-256. Disponible en: <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/410/41011135012.pdf>. Consulta: 19 de junio de 2012; 09:32
- Polya, G. (1965). *Cómo Plantear y Resolver Problemas*. México: Editorial Trillas (Título original: How to solve it; 1ª edición inglesa, 1945)
- Schoenfeld, A. H. (1985) *Mathematical Problem Solving*. Orlando, Fl: Academic Press.