

CARACTERÍSTICAS DO PENSAMENTO ALGÉBRICO EVIDENCIADAS POR ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL

Marcelo Silva de Jesus – Mariany Layne de Souza - Angela Marta Pereira das Dores Savioli

marcelosilvadejesus@hotmail.com – mariany.souza@unopar.br - angelamarta@uel.br

Universidade Norte do Paraná - Brasil

Universidade Norte do Paraná - Brasil

Universidade Estadual de Londrina – Brasil

Núcleo temático: Ensino e aprendizagem da matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Modalidade: CB

Nível educativo: Primário (6 a 11 anos)

Palavras chave: Educação Matemática; Ensino Fundamental; Educação Algébrica; Pensamento Algébrico.

Resumo

No presente artigo, identificamos e discutimos características do Pensamento Algébrico, segundo Blanton e Kaput (2005), evidenciadas por estudantes do Ensino Fundamental II, de um colégio particular localizado no norte do Paraná, na resolução de tarefas. Para tanto, realizamos uma pesquisa de abordagem qualitativa de cunho interpretativo. A coleta de dados foi realizada por meio de duas tarefas aplicadas a 4 estudantes do 6º ano (11 anos) do referido colégio. Fundamentamo-nos nos estudos desenvolvidos por Blanton e Kaput a respeito do Pensamento Algébrico e o seu desenvolvimento para interpretar os registros escritos dos estudantes de modo a identificar características do Pensamento Algébrico. Percebe-se que os alunos, mesmo em anos iniciais do Ensino Fundamental II já manifestam diversos tipos de Pensamento Algébrico, entre eles aritmética generalizada, o Pensamento Funcional e a Modelação, mas que ainda se faz necessário a realização de atividades que desenvolvam este tipo de Pensamento.

Introdução

A álgebra é um importante campo da matemática, pois nos permite compreender os mais diversos assuntos e por isso o apelo à utilização do pensamento algébrico é frequente e fundamental na resolução de problemas de muitas áreas do conhecimento.

A maioria das pesquisas a respeito de pensamento algébrico evidenciam que crianças de 9 e 10 já o apresentam características deste tipo de pensamento, uma vez que

[...] a criança estabelece relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos; percebe e tenta expressar as estruturas aritméticas de uma situação problema; produz mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema; ou, reciprocamente, produz vários significados para uma mesma expressão numérica; interpreta uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas; transforma uma expressão aritmética em outra mais simples; desenvolve algum tipo de processo de generalização; percebe e tenta expressar regularidades ou invariâncias; desenvolve/cria uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente [...] (FIORENTINI, FERNANDES e CRISTÓVÃO, 2005, p. 5).

No presente artigo propõe-se investigar características do pensamento algébrico mobilizados por três alunos do sexto ano do Ensino Fundamental II na realização de um mesmo conjunto de tarefas matemáticas. Para tanto, assumimos as características do pensamento algébrico apresentadas por Blanton e Kaput (2005).

Pensamento algébrico

A importância do estudo do pensamento algébrico é evidenciada por vários pesquisadores em Educação Matemática como Lins e Gimenez (1997), Fiorentini, Miguel e Miorin (1993), Blanton e Kaput (2005), dentre outros. Entretanto, mesmo sendo abordado por diversos autores, “não existe um consenso sobre o que é pensar algebricamente” (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 89).

Blanton e Kaput (2005), comentam que o raciocínio algébrico, tomado como sinônimo de pensamento algébrico, é caracterizado como um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem generalizações por meio do discurso argumentativo, e expressam-nas de formas progressivamente mais formais e adequadas à sua idade. Estes autores afirmam que o raciocínio algébrico pode ter várias formas, destacando quatro tipos principais:

[...] (a) o uso da aritmética como um domínio para expressar e formalizar generalizações (aritmética generalizada); (b) generalização de padrões

numéricos para descrever relações funcionais (pensamento funcional); (c) modelação como um domínio para expressar e formalizar generalizações; e (d) generalização sobre sistemas matemáticos abstratos de cálculos e relações. (BLANTON; KAPUT, 2005).

Para estes autores, a primeira forma apresentada refere-se ao raciocínio sobre as operações e as propriedades associadas aos números, como as generalizações sobre as propriedades comutativas da adição e da multiplicação. O pensamento funcional aborda a exploração e a expressão de regularidades numéricas, como ao observar um padrão numérico, determinar a lei de formação que relaciona a posição do termo com o termo. A modelação envolve a generalização a partir de situações matematizadas ou de fenômenos, como por exemplo a generalização de regularidades em situações do dia-a-dia. E a generalização sobre sistemas matemáticos abstratos de cálculos e relações, uma forma de raciocínio algébrico que envolve a generalização utilizando objetos abstratos e operações sobre classes de objetos.

Considera-se que na perspectiva de Lins e Kaput (2004) não há ênfase na linguagem formal (manipulação de símbolos), mas nas formas de pensamento. Da mesma forma Kieran (2004) afirma que o pensamento algébrico pode não apresentar necessariamente ferramentas de uma linguagem simbólica. Esse fato é importante para nossa pesquisa, pois os participantes ainda não haviam tido contato até momento com a álgebra formal, com manipulação de símbolos e propriedades algébricas.

Procedimentos metodológicos

O presente estudo é de natureza qualitativa e de cunho interpretativo, pois pretende-se coletar informações a respeito das estratégias e modos de resolução dos estudantes nas tarefas matemáticas propostas, com objetivo de compreendê-las e identificar características do Pensamento Algébrico.

A coleta de informações foi realizada em um colégio no norte do Paraná, com três alunos do 6º ano do Ensino Fundamental II. Os estudantes participantes da pesquisa foram escolhidos pelo professor de Matemática regente, por apresentarem facilidade em se comunicar por escrito e bom desempenho no desenvolvimento de tarefas matemáticas. As tarefas foram escolhidas de modo que pudéssemos identificar características do Pensamento Algébrico. A

realização das tarefas pelos alunos teve uma duração média de 50 minutos. Solicitou-se aos estudantes que, durante a resolução de cada tarefa, apresentassem todas etapas do seu processo de resolução, justificativas e argumentos.

Após a coleta iniciou-se a análise, na qual procurou-se valorizar mais as estratégias de resolução do que o resultado final obtido. Para identificar as características do Pensamento Algébrico evidenciadas pelos estudantes realizou-se uma análise descritiva da produção escrita de cada um, por meio das características definidas por Blanton e Kaput (2005) apresentadas na seção anterior.


Análise e Discussão das tarefas



Nesse tópico será apresentada a análise e a discussão da aplicação das questões de nosso instrumento em uma turma do 6º ano de um colégio localizado no norte do Paraná.

Para compor o *corpus* da análise foram utilizadas quatro atividades desenvolvidas por esses estudantes. Com a finalidade de facilitar a análise e manter o anonimato dos participantes foi adotado o seguinte código: A1, A2, A3, A4 que indicam os quatro estudantes participantes da pesquisa.

A seguir serão apresentadas as análises e as discussões de cada questão que foi aplicada aos estudantes.

1) (Adaptado de CYRINO; OLIVEIRA, 2011) Pelo que devemos substituir

 de modo a ter-se:

 x  = $2 \times 2 \times 3 \times 3$?

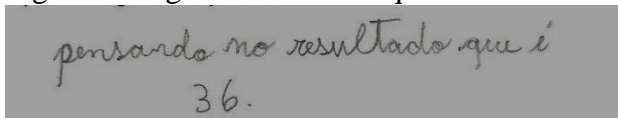
a) 2 b) 3 c) 2×3 d) 2×2 e) 3×3

Explique como você pensou para chegar à resposta.

Nessa primeira questão o estudante A1 a resolveu utilizando a seguinte estratégia: calculou o valor da expressão numérica $2 \times 2 \times 3 \times 3$ e estabeleceu uma relação de equivalência entre o valor obtido (36) e o termo desconhecido, buscando um resultado que multiplicado por ele mesmo dá 36, como é possível ver em sua justificativa na Figura 1, comparando em seguida o resultado encontrado (6) com as alternativas apresentadas. Esse estudante efetuou

corretamente a multiplicação e encontrou o valor desconhecido, verificando entre as alternativas apresentadas qual resultaria o valor encontrado:

Figura 1: Registro escrito A1 questão 1



pensando no resultado que é
36.

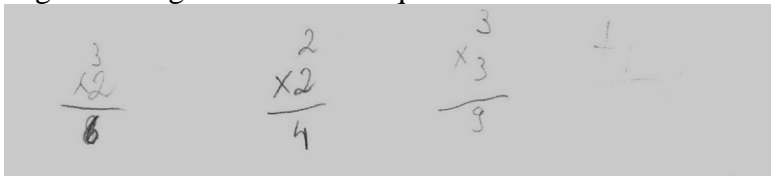
Fonte: Aluno A1

Por meio de sua resolução, pode-se inferir que esse estudante manifestou o pensamento da aritmética generalizada.

Com relação ao estudante A2, esse não resolveu a tarefa 1, porque não compreendeu o uso de figuras em operações aritméticas.

Já o estudante A3 realizou todas as operações indicadas nas alternativas, buscando encontrar alguma relação, como é possível ver na Figura 2, entretanto assinalou aleatoriamente a alternativa e) sem nenhuma relação a com a tarefa.

Figura 2: Registro escrito A3 questão 1



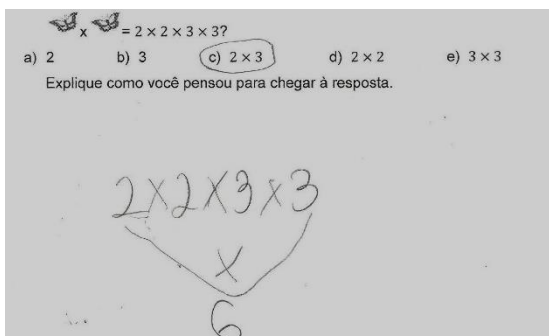
$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 2 \\ \hline 6 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 2 \\ \hline 4 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 3 \\ \hline 9 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline \end{array}$$

Fonte: Aluno A3

Com isso, não é possível inferir que tal estudante utilizou o pensamento algébrico como aritmética generalizada.

O estudante A4 buscou por meio da expressão, pares que dessem o mesmo resultado, demonstrando utilizar a propriedade associativa da multiplicação. Explorando assim, as propriedades de operações com números:

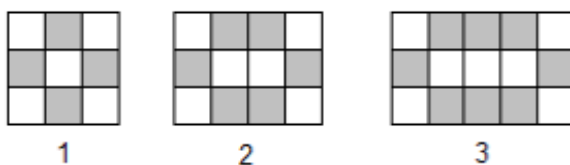
Figura 3: Registro escrito A3 questão 1



Fonte: Aluno A3

O estudante A4 demonstra manifestar a aritmética generalizada para resolver essa tarefa.

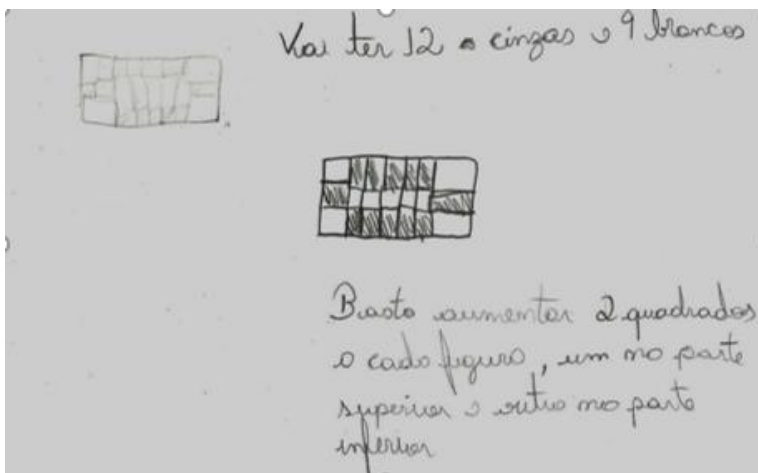
- 4) (Adaptado de PONTE; MATOS; BRANCO, 2008) Sara construiu uma sequência de figuras utilizando pequenos azulejos brancos e cinzas, dispostos do seguinte modo:



- a) Quantos azulejos brancos e quantos cinzas a 5ª figura tem? Explique como você pensou.
- b) Quantos azulejos, no total, tem a 20ª figura? Explique como você pensou.

O aluno A2 para responder o item a, utilizou a contagem, apoiado na construção de esquemas, deixando explícito como se obtém a próxima figura por meio da anterior (raciocínio recursivo), como é possível ver na Figura abaixo:

Figura 4: Registro escrito A2 questão 4 item a)



Fonte: Aluno A2

Para responder o item b, A2 não precisou recorrer a esquemas, chegou a uma relação entre a posição e a quantidade de azulejos, mesmo não apresentando uma relação funcional, como é possível perceber na figura a seguir:

Figura 5: Registro escrito A2 questão 4 item b)

20 + 2 tanto de quadrados
na parte superior e inferior
 $\times 2$
40
 $+ 2$ ← tanto que tem nos laterais
42. (1 em cada)

Fonte: Aluno A2

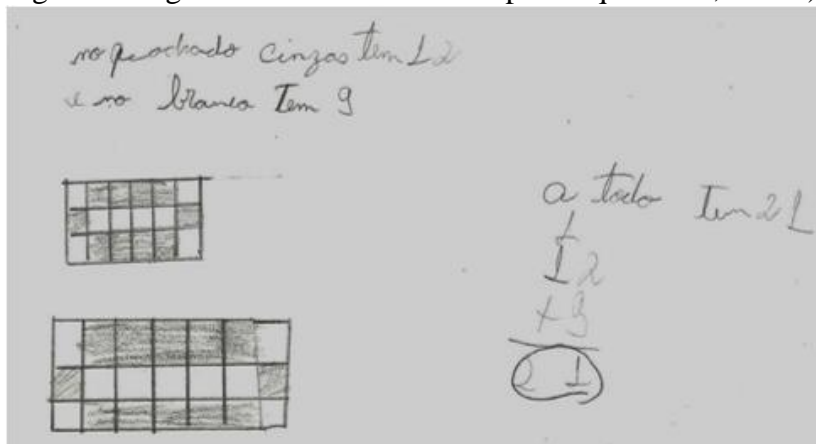
Por meio de sua resolução e justificativa é possível inferir que o estudante A2 manifestou características do pensamento funcional.

O estudante A3 utilizou para resolver os itens a) e b) a contagem, apoiada na construção de esquemas, como estratégia, assim como o estudante A2 utilizou no item a).

No item a) para determinar o número de azulejos brancos e cinzas da quinta figura, representou a quarta e a quinta figura, ou seja, tal aluno sentiu a necessidade de visualizar

como seriam as próximas figuras para dar sua resposta, como é possível ver na Figura 00. Esse aluno expressa inicialmente um raciocínio recursivo e depois um raciocínio aditivo:

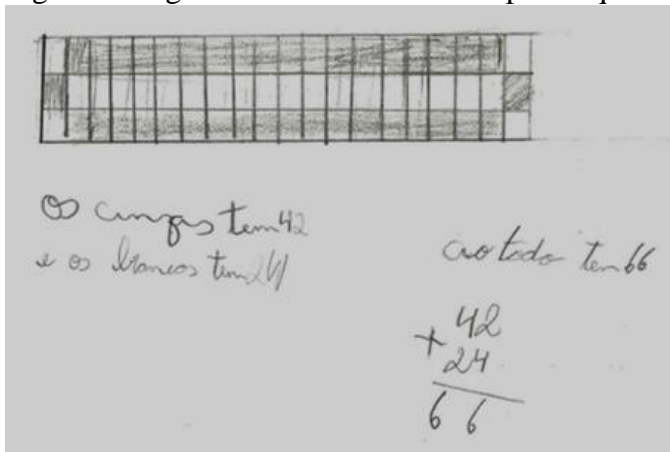
Figura 6: Registro escrito do aluno A3 para a questão 4, item a)



Fonte: Aluno A3

Para responder o item b o aluno A3 não precisou recorrer as figuras anteriores, demonstrando compreender alguma regularidade entre a construção de cada figura de acordo com sua posição, porém não explicitou a relação entre a posição e a quantidade de azulejos, como é possível ver em seu registro escrito:

Figura 6: Registro escrito do aluno A3 para a questão 4, item a)



Fonte: Aluno A3

Considerações Finais

O presente artigo teve por objetivo investigar características do pensamento algébrico mobilizados por três alunos do sexto ano do Ensino Fundamental II na realização de um mesmo conjunto de tarefas matemáticas. Para tanto, assumiu-se as características do pensamento algébrico apresentadas por Blanton e Kaput (2005).

A coleta de dados foi realizada por meio de duas tarefas aplicadas a 4 estudantes do 6º ano (11 anos) do referido colégio. Fundamentamo-nos nos estudos desenvolvidos por Blanton e Kaput a respeito do Pensamento Algébrico e o seu desenvolvimento para interpretar os registros escritos dos estudantes de modo a identificar características do Pensamento Algébrico. Percebe-se que os alunos, mesmo em anos iniciais do Ensino Fundamental II já manifestam diversos tipos de Pensamento Algébrico, entre eles aritmética generalizada, o Pensamento Funcional e a Modelação, mas que ainda se faz necessário a realização de atividades que desenvolvam este tipo de Pensamento.

Referências bibliográficas

Kaput, J. J. Teaching and learning a new algebra. In: Fennema, E.; Romberg, T. (Eds.), Mathematics classrooms that promote understanding Mahwah, NJ: Erlbaum, p. 133-155, 1999.

Ponte, J. P.; Branco, N.; Matos, A. Álgebra no Ensino Básico. Lisboa: ME - DGIDC, 2009.

Blanton, M. L.; Kaput, J. J. Characterizing a Classroom Practice That Promotes Algebraic Reasoning. Journal for Research in Mathematics Education, v.36, n.5, p.412 - 443, 2005.

Lins, R. C.; Gimenez, J. Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI. Campinas: Papirus, 1997.