

# EL PAPEL DE LA INVESTIGACION EN EDUCACION MATEMATICA EN UN CONTEXTO LATINOAMERICANO

PROFESOR EDUARDO A. LUNA,  
DE LA UNIVERSIDAD DE SANTIAGO (REP. DOMINICANA)

## 1. Introducción

En los últimos años el autor junto a un grupo de profesores dominicanos de la Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra (PUCMM), Santiago, República Dominicana, y de profesores canadienses de la University of British Columbia (UBC), Vancouver, Canadá, y del Ontario Institute for Studies (OISE), Toronto, Canadá, han realizado una serie de estudios cuyo objetivo es el mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en la República Dominicana. Los estudios iniciales revelaron que el rendimiento en matemática de los estudiantes eran muy bajos, aún cuando se les comparaba con los niveles de rendimiento en otros países subdesarrollados. Las observaciones de clases realizadas sugirieron varias causas posibles de estos rendimientos tan bajos. Con el fin de enfrentar los problemas señalados se inició un programa de desarrollo curricular y de entrenamiento de profesores en servicio. El propósito de este trabajo es describir el modelo de investigación y desarrollo que hemos utilizado y algunos de los resultados básicos obtenidos en las diferentes etapas de nuestro proyecto.

## 2. Antecedentes y programa de investigación

### 2.1. Informaciones generales sobre la República Dominicana

La República Dominicana comparte la isla de Santo Domingo, localizada en el mar Caribe, con Haití. La extensión territorial de la República Dominicana es de 48,400 kilómetros cuadrados. Su población es de unos seis millones de habitantes, teniendo en consecuencia una de las mayores densidades poblacionales de América Latina (116 habitantes por kilómetro cuadrado). De acuerdo al censo de 1970 su crecimiento poblacional es de 3.6% por año, uno de los mayores en América Latina. Este crecimiento poblacional ha sido acompañado por un rápido crecimiento de la población urbana lo que ha provocado un dramático cambio en la distribución urbano/rural de la población: 40%/60% de acuerdo al censo de 1970. Aproximadamente el 63% de la población tiene menos de 25 años de edad de acuerdo con los datos del último censo nacional de 1981. Los principales productos de exportación son azúcar, oro, plata, hierro-niquel, bauxita, cacao y café. Sin embargo, el principal sostén de la economía es la agricultura y últimamente el turismo y las zonas francas industriales. La disminución en el mercado internacional de los precios de sus principales productos de exportación y al mismo tiempo el aumento de los precios de los productos importados han provocado un fuerte déficit en la balanza comercial del país. Según datos del Banco Mundial el ingreso anual per cápita fue de US\$954 en el año 1989. En breve, la República Dominicana es un país subdesarrollado con todos los problemas que caracterizan a estos países: altas tasas de nacimiento y mortalidad, población con nutrición deficiente, riqueza concentrada en una o dos grandes ciudades, bajo ingreso anual per cápita. Además de los problemas señalados la República Dominicana tiene una deuda internacional de más de 3,200 millones de dólares

que amenaza la salud de su economía nacional y el camino hacia el desarrollo.

## 2.2. Estructura del sistema educativo de la República Dominicana

En la República Dominicana, la administración del sistema educativo es centralizada y está bajo la dirección del Consejo Nacional de Educación y del Secretario de Educación. Los programas de estudio y los libros de texto son aprobados por el Consejo Nacional de Educación. La Secretaría de Educación, Bellas Artes y Cultos (SEEBAC) supervisa y evalúa todas las escuelas. La SEEBAC posee nueve oficinas regionales, unas 76 oficinas distritales y unos 403 centros llamados núcleos escolares a través de los cuales dirige y administra los servicios educativos en diferentes zonas geográficas del país. Los núcleos escolares constituyen las unidades básicas del sistema educativo en las zonas rurales. Cada núcleo escolar está formado por una escuela central que ofrece los primeros ocho grados del sistema escolar, y algunas otras escuelas que ofrecen algunos o todos los cursos del nivel primario. Existen tres tipos de escuelas en el sistema educativo dominicano: escuelas públicas, financiadas totalmente por el gobierno dominicano; escuelas semi-oficiales, financiadas parcialmente por el gobierno dominicano; y escuelas privadas, que no reciben ayuda económica del gobierno dominicano.

De hecho, dos tipos de programas de estudios de matemáticas están vigentes en las escuelas intermedias y secundarias de la República Dominicana: el Programa Tradicional y el Programa de la Reforma. La matemática enseñada en el Programa Tradicional corresponde a la matemática que se enseñaba en los Estados Unidos en los años 1950-1960 a la cual se le agregaron temas sobre conjuntos y estadística al comienzo de la década 1970-1979 como una forma de actualizar los programas vigentes desde 1950. El contenido del Programa de la Reforma sigue los lineamientos del programa de estudios desarrollado por el Second Mathematics Study Group (SMSG). Aproximadamente el 15% de los estudiantes inscritos en los niveles intermedio y secundario reciben clases en escuelas donde se enseñan los contenidos especificados en el Programa de la Reforma.

## 2.3. La deserción escolar en la República Dominicana

Como sucede en muchos países subdesarrollados el nivel de retención del sistema escolar dominicano es bajo. Shiefelbein (1976) señala que:

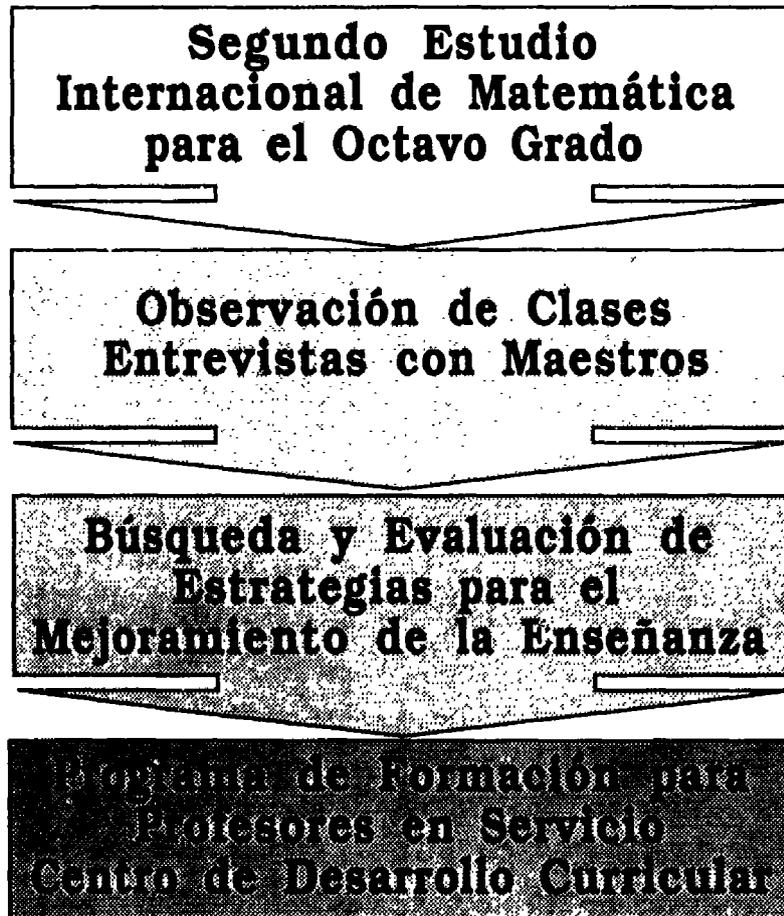
Por cada 1000 estudiantes que ingresan al primer grado 160 emergen del nivel primario 6 años más tarde. De los 160 que emergen, 120 ingresan a la intermedia y 30 emergen del nivel secundario.

Aún cuando el informe de Shiefelbein fue escrito hace varios años, la realidad descrita todavía sigue vigente en República Dominicana ya que una buena proporción de niños dominicanos aún no reciben instrucción escolar básica.

## 2.4. Modelo de investigación y desarrollo

La figura 1 esquematiza los trabajos de investigación y desarrollo que hemos llevado a cabo desde 1978 en la República Dominicana acerca de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. El objetivo de estos trabajos ha sido la obtención de datos empíricos confiables que fundamentarán posibles acciones

**Figura 1** Modelo de Investigación y Desarrollo



para mejorar la calidad de la educación matemática en nuestro país. Los cambios necesarios para mejorar la calidad del producto de un sistema educativo no pueden hacerse de manera aleatoria, fortuita o casual, sino que deben basarse en datos confiables y tomar en cuenta el contexto social y económico en el que el sistema está inmerso.

Durante el año escolar 1982-83 llevamos a cabo una réplica del Segundo Estudio Internacional de Matemática (SEIM) para el octavo grado de la escuela primaria utilizando una muestra aleatoria estratificada de escuelas. Este trabajo fue llevado a cabo por tres profesores de la PUCMM contando con el apoyo técnico brindado por personal del Ontario Institute for Studies in Education (OISE), Toronto, y de la University of Illinois. Esta fue la primera encuesta de esta naturaleza realizada en República Dominicana y fue una réplica completa de la versión longitudinal del SEIM. Este trabajo fue bautizado con el nombre "Estudio sobre la Enseñanza y el Aprendizaje de la Matemática en la República Dominicana" (EAMRD).

En el año escolar 1985-86, se realizó un programa de observación de clases de matemática a nivel de octavo grado, filmación en video de algunas de dichas clases, entrevistas con profesores de matemática en dicho grado y con directores de escuelas en la ciudad de Santiago y zonas rurales circundantes. El propósito de estas observaciones de clases y entrevistas era delinear un cuadro de la enseñanza de la matemática en el octavo grado en la República Dominicana completando y ampliando las informaciones recolectadas en el EAMRD.

Los datos recolectados en las dos etapas descritas más arriba nos hicieron decidir atacar los problemas detectados en dos frentes. En primer lugar, era evidente que muchos profesores dominicanos necesitaban ayuda para mejorar sus métodos de enseñanza. Por este motivo se diseñó y se realizó un programa de formación de profesores en servicio. En segundo lugar, se necesitaba crear un centro para el desarrollo de materiales curriculares de matemática de alta calidad. Estos materiales tenían que ser apropiados para el contexto dominicano y de bajo costo para que llegaran a las manos de todos los estudiantes y profesores. Estas actividades comenzaron en el año escolar 1986-87.

### **3. Réplica del Segundo Estudio Internacional de Matemática**

#### **3.1. Breve descripción del Segundo Estudio Internacional de Matemática**

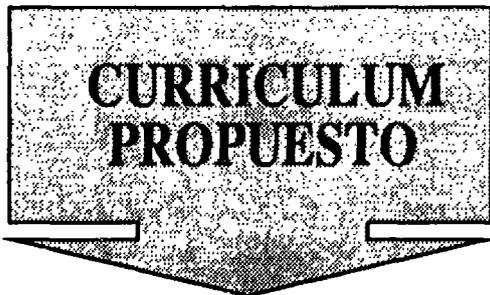
En el EAMRD adoptamos el marco de referencia del Segundo Estudio Internacinal de Matemática (ver fig. 2). Como en el SEIM el objetivo de nuestro estudio fue la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

Estábamos interesados en describir y comprender el curriculum de matemática en tres dimensiones: como es propuesto en los programas oficiales y en los libros de texto aprobados por los organismo oficiales; como es implementado por los profesores en sus clases; y como es logrado por los estudiantes. Además de las tres dimensiones mencionadas del curriculum de matemática, estábamos interesados también en analizar el efecto sobre el aprendizaje de varios factores no escolares como el nivel socio-económico de la familia de los estudiantes.

**Figura 2** Marco de Referencia del Segundo Estudio Internacional de Matemática

**Area de Investigación**

**Ejemplo de Metodología de Investigación**



Equipo de investigación determina si el contenido de los items es apropiado de acuerdo a los programas de estudio y los libros de texto



Profesores indican la oportunidad de aprendizaje (ODA) que han tenido sus estudiantes para contestar correctamente los items



Los estudiantes responden a los items organizados en pruebas. Las pruebas se administran al principio y al final del año escolar

### 3.2. Estructura de la muestra utilizada en el EAMRD

La población del EAMRD estaba formada "por todos los estudiantes inscritos en el octavo grado del Programa Tradicional o en el segundo año del nivel medio del Programa de la Reforma". No podíamos en República Dominicana adoptar la definición de la Población A del SEIM "todos los estudiantes inscritos en el grado cuya edad modal era de 13 años", ya que la edad modal de los estudiantes inscritos en el octavo grado en las escuelas públicas era de 15 años.

El diseño muestral tenía como objetivo facilitar el análisis de los currícula implementado y logrado en las diferentes realidades educativas existentes en el país. Por este motivo se utilizó una muestra estratificada compleja tomando en cuenta los diversos tipos de regiones y escuelas existentes en el país. Las escuelas urbanas fueron clasificadas tomando en cuenta características demográficas y pedagógicas.

La clasificación de escuelas en la zona urbana en base a características pedagógicas fue la siguiente:

Tipo P: Escuelas públicas del nivel primario e intermedio;

Tipo T: Liceos tradicionales;

Tipo R: Liceos de la Reforma;

Tipo F: Escuelas privadas y semi-oficiales con autorización de la Secretaría de Educación para administrar exámenes a sus estudiantes;

Tipo O: Escuelas privadas y semi-oficiales que no tienen autorización de la Secretaría de Educación para administrar exámenes.

La distinción de dos tipos de escuelas en el sector privado era sumamente importante. Las escuelas privadas del Tipo F gozan de un cierto grado de autonomía ya que satisfacen ciertos niveles de exigencia especificados por la Secretaría de Educación: calidad de las facilidades físicas de la escuela, número de años que la escuela ha estado operando, calidad del personal administrativo y profesoral, etc. Las escuelas privadas del Tipo O no gozan de dicha autonomía por no satisfacer todos los criterios exigidos por la SEEBAC.

La clasificación demográfica de las escuelas urbanas fue la siguiente:

Categoría 1: Ciudades con más de 100000 de habitantes (Santo Domingo);

Categoría 2: Ciudades que tenían una población entre 100000 y 1000000 de habitantes (Santiago);

Categoría 3: Ciudades que tenían una población entre 49000 y 100000 habitantes;

Categoría 4: Ciudades que tenían una población entre 15000 y 49000 habitantes;

Categoría 5: Ciudades cuya población era menor de 15000 habitantes.

La muestra de escuelas urbanas fue dividida cruzando las clasificaciones pedagógicas y demográficas, obteniéndose de esta manera  $5 \times 5 = 25$  estratos.

En la zona rural un solo tipo de escuela (Ru) fue considerado ya que estas escuelas son más homogéneas que las de la zona urbana. Para seleccionar la muestra rural las provincias del país fueron clasificadas en tres grupos utilizando criterios políticos y demográficos. Luego, dos provincias fueron seleccionadas aleatoriamente de cada grupo y en cada una de ellas se seleccionaron las escuelas utilizando una técnica de muestreo aleatorio estratificado.

La muestra utilizada estaba compuesta por 116 escuelas, 160 aulas y 5342 estudiantes agrupados en 31 estratos.

### 3.3. Instrumentos utilizados en el EAMRD

La figura 3 contiene un listado de los instrumentos utilizados en el EAMRD para evaluar la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Instrumentos similares fueron utilizados en la versión longitudinal del SEIM.

Se administraron los Cuestionarios sobre Procedimientos de Clase usados en la versión longitudinal del SEIM sobre algunos temas específicos. Estos temas fueron los siguientes: fracciones, geometría, mediciones, razones-proporciones-porcentaje. Estos cuestionarios recababan informaciones detalladas de cómo los profesores introdujeron en sus clases algunos conceptos matemáticos, qué métodos enseñaron para realizar ciertas operaciones matemáticas, los tipos de ejemplos utilizados, y la importancia relativa asignada a los subtemas, aplicaciones, teoría, etc. La figura 5 muestra un ejemplo del contenido de los mencionados cuestionarios. Estos cuestionarios proporcionaron una rica descripción de los métodos de enseñanza utilizados y de la forma en que tenía lugar la implementación de los contenidos de los programas de estudio.

Se administraron pruebas de matemática a los estudiantes al principio y al final del año escolar con el fin de obtener una medición empírica del aprovechamiento (aumento de rendimiento causado por un año de enseñanza).

Se trató de medir por medio de cuestionarios la oportunidad de aprendizaje (ODA) proporcionada por los maestros a sus estudiantes. Con estos instrumentos también se recolectó información sobre la matemática que en opinión de los maestros había sido enseñada a los estudiantes. En primer lugar, se solicitó a los profesores estimar la proporción de sus estudiantes que podrían contestar correctamente cada ítem utilizado en los cuestionarios cognoscitivos, y a continuación si el contenido del ítem había sido enseñado. La tercera pregunta tenía como objetivo obtener información sobre la causa por la que el contenido de un ítem específico no había sido enseñado, por ejemplo, fue enseñado en cursos anteriores, no se contempla en los programas de estudio, etc. (ver fig. 4).

## 4. Resultados básicos de la evaluación en gran escala

### 4.1. Datos sobre la oportunidad de aprendizaje

En la tabla 1 se sintetizan las informaciones recolectadas sobre ODA. De acuerdo a las opiniones vertidas por los maestros, la mayoría de los ítems de aritmética utilizados eran apropiados para los estudiantes del octavo grado. Niveles más bajos de cobertura fueron asignados por los profesores a los ítems sobre otros temas. Los profesores de las escuelas F proporcionaron a sus estudiantes más oportunidades de aprendizaje que los profesores de otros tipos de escuelas.

Tabla 1. Porcentaje de ítems cognoscitivos cubiertos por los profesores en sus clases.

**Figura 3 Instrumentos**

**Población: estudiantes inscritos en el octavo grado del Programa Tradicional o en el segundo año del Programa de la Reforma**

*Cuestionarios sobre Procedimientos de Clases*

<b>Fraciones</b>	<b>Geometría</b>
<b>Razones Proporciones Porcientos</b>	<b>Mediciones</b>

Núc.: 40 Items

R1: 35 Items

R2: 35 Items

R3: 35 Items

R4: 35 Items

Cuestionarios sobre los antecedentes y actitudes de los estudiantes

Profesor  
Preparación  
Actitudes

Cuestionario  
Organización  
Escuela

Cada profesor indicó ODA para cada uno de los 180 items

Pruebas de Matemática.

*Pre-test y Post-test*

Cada estudiante contestó el núcleo y una forma rotada al inicio del año escolar

Cada estudiante contestó el núcleo y una forma rotada al final del año escolar.

**Figura 4** Instrucciones a los Maestros para los Cuestionarios de Oportunidad de Aprendizaje.



**En una clase hay 35 estudiantes.  $\frac{1}{5}$  de ellos va a la escuela en autobús y  $\frac{2}{5}$  va en bicicleta. ¿Cuántos van a la escuela utilizando otros medios?**

- A 7
- B 14
- C 21
- D 28
- E 35



**¿Qué porcentaje de los estudiantes del curso evaluado estima usted que contestará esta pregunta correctamente?**

- A Casi ninguno  
6 - 40%
- C 41 - 60%
- D 61 - 94%
- E Casi todos



**Durante este año escolar, ¿enseñó o repasó usted la matemática necesaria para contestar esta pregunta correctamente?**

- A No
- B Sí



**Si en este año escolar usted no enseñó o repasó la matemática necesaria para contestar esta pregunta correctamente, fue porque:**

- A Ha sido enseñada en cursos anteriores.
- B Será enseñada en cursos posteriores.
- C No está contemplada en los programas de matemática vigentes.
- D Por otras razones.

## Figure 5 Métodos de Enseñanza

A continuación se presentan varias interpretaciones de los conceptos "razón" y "por ciento". Indique si en el curso evaluado cada una de estas interpretaciones fue:

- 1 = Enfatizada (explicación principal, usada amplia y frecuentemente).
- 2 = Usada, pero no enfatizada.
- 3 = No usada.
- 9 = No respuesta.

### ▶ RAZON

- a b c** Razón como tasa de cambio. Ej. 13 km/h  
72 latidos/min
- a b c** Razón como una comparación. Ej. 1 parte de leche por 3 partes de harina  
Tres lápices por estudiante.
- a b c** Razón como una fracción común. Ej. 3:5 significa 3/5 (tres quintos)
- a b c** Razón como cociente de dos números enteros positivos. Ej. 3:5 significa  $3 \div 5$

### ▶ PORCIENTO

- a b c** Por ciento como una fracción (e. d, es sinónimo de centésimas). Ex. 83% significa 83/100 ó 0.83
- a b c** Por ciento como una razón cuyo segundo término es 100. Ex. 83% significa 83:100

Tema	Tipo de escuela		
	Pública	Tipo F	Tipo O
Aritmética	86	92	83
Algebra	76	88	74
Geometría	63	75	50
Estadística	61	65	50
Mediciones	73	82	69
Total	77	85	70

El equipo de investigadores determinó si cada ítem utilizado era apropiado o no de acuerdo con los programas de estudio y los libros de texto aprobados por el Consejo Nacional de Educación. Este análisis nos indicó que la mayoría de los ítems utilizados eran apropiados de acuerdo con el currículum propuesto para la enseñanza de matemática a nivel del octavo grado en la República Dominicana. Los ítems sobre estadística eran los menos apropiados de acuerdo con el currículum propuesto (ver tabla 2).

Tabla 2. Porcentaje de ítems cognoscitivos apropiados según del Currículum Propuesto

Tema	Programa	
	Tradicional	Reformado
Aritmética	95	91
Algebra	100	100
Geometría	90	97
Estadística	56	75
Mediciones	100	100
Total	92	93

#### 4.2. Rendimientos en el post-test por tema y por tipo de escuela

Los porcentajes en la tabla 3 fueron calculados tomando como base 93 ítems utilizados en el EAMRD y en los 20 países que participaron en el SEIM.

Como se observa en la tabla, los rendimientos en el post-test fueron muy bajos en todas las áreas de matemática evaluadas y en casi todos los sectores del sistema escolar. Solamente en un pequeño número de escuelas privadas los rendimientos fueron semejantes a los obtenidos en países desarrollados.

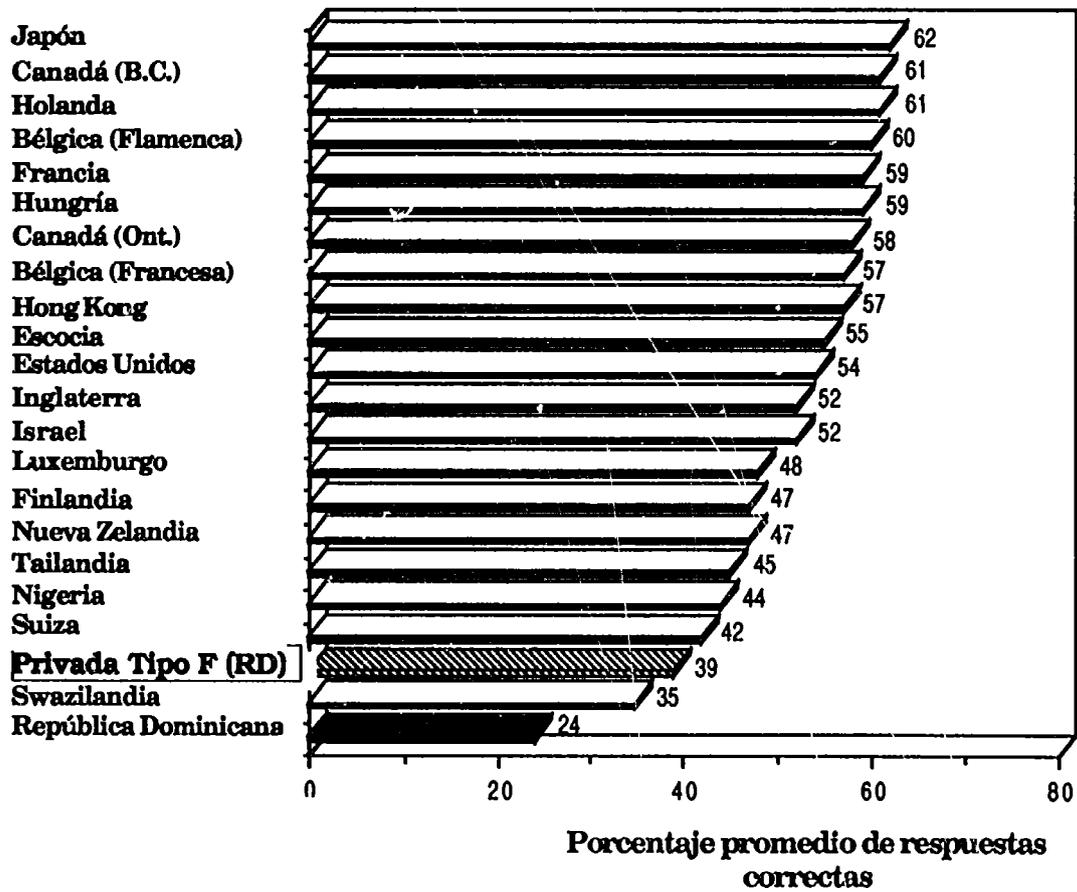
Tabla 3. Rendimientos en el post-test por tema en cada tipo de escuela y total para la República Dominicana con una comparación internacional.

	República Dominicana			Total Nacional	Internacional (SEIM) 20 países
	Tipo de escuela				
	Pública	Tipo F	Tipo O		
Aritmética	23	39	27	24	53
Algebra	21	28	21	21	47
Geometría	24	40	26	25	53
Estadística	20	38	27	22	54
Mediciones	20	32	22	21	53

La figura 6 muestra los rendimientos en aritmética en el post-test en veintiún países. El rendimiento de la República Dominicana fue el más bajo de todos los países en el grupo considerado. Aún el rendimiento promedio de las escuelas privadas del tipo F se encuentra dentro del grupo de rendimientos más

Figura 6

### Rendimientos en Artimética de Octavo Curso en 21 Países



bajos.

#### 4.3. Características de los profesores

Muy pocos maestros poseen el grado académico requerido para enseñar matemática en el octavo grado (al menos dos años del nivel post-secundario en educación matemática). La carga académica de los profesores es fuerte (alrededor de 34 períodos semanales de 45 minutos) y enseñan matemática u otras asignaturas en el octavo grado y/o en otros grados. Los maestros utilizan principalmente el libro de texto para preparar sus clases y usan muy poco otras fuentes para dicho fin. En el sector público, menos de la mitad de los profesores asignaban tareas a sus estudiantes en forma regular (ver tabla 4).

Tabla 4. Algunas características de los profesores.

	Tipo de escuela		
	Públicas	Tipo F	tipo O
Sexo (%) Masculino	56	48	63
Femenino	44	52	37
Edad (años)	33	39	29
Años de experiencia docente	11	14	8
Años enseñando matemática de octavo grado	6	10	8
Maestros con la preparación académica requerida por SEEBAC (%)	21	52	33
Carga académica:			
Períodos de clase por semana	34	35	34
Períodos de matemática por semana	20	27	19
Maestros que dependen principalmente del libro de texto para prepararsus clases (%)	89	73	80
Maestros que regularmente asignan tareas (%)	42	80	63

#### 4.4. Estudiantes con libro de texto

La tabla 5 indica el porcentaje de estudiantes por tipo de escuela que poseía un libro de texto de matemática. En las escuelas públicas un porcentaje muy bajo de estudiantes poseía un libro de texto de matemática. Los estudiantes en las escuelas públicas no pueden comprar un libro de texto para cada asignatura. En algunas escuelas privadas los profesores no exigen a sus estudiantes la compra de un libro de texto de los que existen en el mercado local ya que opinan que los mismos son de muy pobre calidad.

Tabla 5. Estudiantes de octavo grado, por tipo de escuela, con libro de texto.

	Tipo de escuela			
	Pública		Privada	
	Urbana	Rural	Tipo F	Tipo O
Porcentaje de estudiantes con libro de texto	18	16	63	56

#### 5. Observaciones de clases

##### 5.1. Objetivo de las observaciones de clases

Los rendimientos de los estudiantes en las pruebas

cognoscitivas de que hemos hablado causaron mucha preocupación y por este motivo un grupo de educadores matemáticos de la University of British Columbia, Canadá, fue invitado a colaborar con el equipo de investigadores dominicanos para identificar las causas de los bajos rendimientos observados y para hacer recomendaciones acerca de posibles acciones remediales. Con este fin se inició en Santiago y zonas circundantes un programa de observación de clases, filmación de lecciones, y de entrevistas con profesores y directores de escuelas. Una muestra intencional formada por doce escuelas fue seleccionada. Durante un período de dos semanas todas las lecciones de matemática de octavo grado que tuvieron lugar en un aula de cada una de las doce escuelas escogidas fueron observadas. El propósito de estas observaciones y las subsiguientes entrevistas con los profesores de dichas clases fue el de obtener una descripción más completa de la enseñanza de la matemática en el octavo grado en la República Dominicana, completando y ampliando las informaciones recolectadas en el EAMRD por medio de los Cuestionarios sobre Procedimientos de Clase y de Oportunidad de Aprendizaje. El objetivo era tipificar el proceso enseñanza-aprendizaje, las circunstancias dentro de las cuales el mismo tiene lugar y la variabilidad de los procedimientos empleados en la enseñanza de la matemática. Se acordó utilizar varias escalas inferenciales, altas y bajas, que servirían de lentes en la recolección de datos acerca de los procedimientos de clase utilizados y en la caracterización de los mismos.

Los trabajos de Evertson, Emmer and Brophy (1978), Good, Grouws y Ebmeier (1983) jugaron un papel importante en la selección del tipo de observaciones realizadas, las variables observadas, y los métodos de recolección empleados. El trabajo de Hines, Cruickshank y Kennedy (1985) fue también muy útil para definir aspectos específicos de las lecciones relacionadas con la "claridad del contenido" de la misma.

Un resumen de las escalas inferenciales utilizadas se presenta a continuación:

Datos de inferencia baja:

a) Segmentos identificables de la lección.

\* Corrección de tareas.

\* Repaso.

\* Avisos sobre procedimientos administrativos y organizativos

\* Desarrollo de la lección.

\* Transición de la explicación del tema a la realización de ejercicios.

\* Realización de ejercicios de matemática.

\* Asignación de tareas.

b) Interacciones maestros-estudiantes:

\* Número de preguntas hechas por el maestro clasificadas en preguntas de producto o de proceso. Respuestas de los estudiantes a dichas preguntas clasificadas en correctas, incorrectas, no respuestas o en respuestas "no sé".

\* Número de preguntas hechas por los estudiantes, clasificadas por la naturaleza de la respuesta del maestro, ya sea de producto o proceso.

\* Número de interacciones relacionadas con la administración de la clase.

\* Interacciones privadas maestro-estudiante: breves (menos de un minuto), o largas.

Datos de inferencia alta:

a) Claridad de la instrucción.

\* Énfasis en aspectos importantes del contenido.

\* Utilización de ejemplos explicativos.

\* Evaluación para percibir las deficiencias de comprensión de los estudiantes y respuestas del maestro a las deficiencias detectadas.

- b) Entusiasmo del maestro.
- c) Actitud del maestro en la clase: actitud de negocio orientada a la realización de tareas.
- d) Presentación del contenido de la lección: libre de errores de concepto y de manera precisa.
- e) Opinión del maestro sobre la importancia del repaso y el tiempo que dedicaba al mismo. (Esta información se obtuvo en una entrevista que se sostuvo con cada maestro).

## 5.2. Resultados básicos de las observaciones de clases

En la República Dominicana los estudiantes asisten a la escuela en una de tres sesiones: matutina, vespertina, nocturna. Aunque los estudiantes sólo van a la escuela en una de estas sesiones, los profesores pueden trabajar en una, dos o tres de estas sesiones para la misma o diferentes administraciones escolares. Durante este período de observación de clases se constató que la carga docente promedio de los profesores era de 48 períodos semanales de 45 minutos, teniendo bajo su responsabilidad en promedio 433 estudiantes. El material de enseñanza usado por los profesores se limitaba al libro de texto.

El único medio con que contaba la gran mayoría de los estudiantes para el aprendizaje de la matemática era un cuaderno en el cual ellos copiaban apuntes de clase y ejercicios que el profesor dictaba o copiaba en la pizarra. Esta forma de enseñanza limitaba grandemente el tiempo de clase que podía dedicarse a otras actividades de aprendizaje. En consecuencia, durante el tiempo de clase solamente se podían resolver algunos problemas; no había tiempo alguno dedicado a "práctica guiada" o a "la resolución de ejercicios de manera individual" por los estudiantes. La dependencia de notas de clase provocaba que el estudiante dependiera de la precisión de los apuntes presentados por el profesor originalmente y de su habilidad para copiar los mismos correctamente. En ninguna de las clases se observó que los apuntes de los estudiantes fueran revisados de manera alguna por los profesores. Como los ejercicios de tarea también tenían que ser copiados, su número era generalmente pequeño y se limitaban a preguntas de cálculos directos, ya que este tipo de ejercicio requiere muy poca elaboración escrita. La carga académica excesiva de los profesores explica, posiblemente, la falta de atención individual o de revisión de trabajos o apuntes durante el tiempo de clases.

Las escalas de inferencias altas revelaron la existencia de áreas débiles en el proceso de enseñanza. Los observadores le asignaron la calificación "media" en una escala de tres: baja, media, alta, a dos facetas del contenido de las lecciones. Estas facetas fueron: precisión y corrección del contenido, y el uso de ejemplos específicos para ampliar y aclarar algunos aspectos del contenido. Otros dos aspectos del estilo de enseñanza también recibieron la calificación "media": actitud de negocio/orientación hacia tareas específicas, y el entusiasmo del profesor.

Finalmente, los profesores indicaron a través de entrevistas personales que no consideraban el repaso como un elemento básico del proceso de aprendizaje.

## **6. Programa de desarrollo curricular y de entrenamiento de profesores en servicio**

### **6.1. Modelo de Good, Grouws y Ebmeier**

Una revisión de la literatura contemporánea sobre enseñanza efectiva de la matemática condujo a la decisión de adoptar el modelo de enseñanza desarrollado por Good, Grouws y Ebmeier (1983) utilizado en el Missouri Mathematics Project. El trabajo de investigación que motivó el desarrollo de dicho modelo se basó en la observación de más de 100 aulas de matemática, lo que le permitió a los investigadores identificar un cierto número de estrategias de enseñanza que estaban asociadas de manera consistente con niveles altos de rendimiento de los estudiantes. La metodología de enseñanza que estos investigadores recomendaban basándose en los hallazgos de sus trabajos se fundamenta en los siguientes principios:

1. La actividad instruccional se inicia y se repasa enfatizándose "el significado y comprensión de los conceptos".
2. Se prepara a los estudiantes para cada etapa sucesiva de la lección con el fin de incrementar la participación de los mismos y minimizar los errores.
3. La práctica de los estudiantes debe ser distribuida y exitosa.
4. La enseñanza debe ser activa.

### **6.2. Producción y estructura de las lecciones**

Las observaciones de clases que realizamos nos mostraron que los maestros utilizaban el tiempo de clases muy ineficientemente. El modelo de Good, Grouws y Ebmeier sugiere una manera eficiente de distribuir dicho tiempo de clases. Esta distribución fue utilizada para estructurar las lecciones.

Para el aspecto de desarrollo curricular del proyecto se utilizó un sistema de autoedición que incluía originalmente un microcomputador Macintosh Plus equipado con un disco duro de 20 MB, una impresora Apple Laserwriter, y varios softwares. Estos equipos fueron adquiridos utilizando fondos aportados por el International Development and Research Centre (IDRC), agencia canadiense radicada en Ottawa. Estos equipos proporcionaron al proyecto con una serie de instrumentos de precio moderado y de fácil manejo cuyo mantenimiento podría hacerse localmente. Utilizando estos equipos se crearon materiales de enseñanza que podrían ser reproducidos en grandes cantidades a un costo muy bajo.

Dos unidades de los contenidos programáticos del octavo grado fueron seleccionadas para probar el modelo: enteros y mediciones. Ambos temas son considerados como importantes en el curriculum para este nivel, y los rendimientos de los estudiantes dominicanos en los items sobre estos temas utilizados en el estudio internacional fueron muy bajos (Luna, González, Wolfw, 1990). Una versión preliminar de la unidad sobre enteros fue preparada en el centro dominicano del proyecto y probada en varias clases. Una versión preliminar de la unidad de mediciones fue desarrollada en la University of British Columbia y probada en varias clases canadienses. La versión final de ambas unidades fue preparada en la FUCMM.

Ambas unidades estaban compuestas por trece lecciones, cada una de las cuales estaba impresa en cuatro hojas 8.5 x 11 pulgadas. Los materiales fueron preparados de tal manera que los estudiantes pudieran escribir sus respuestas directamente en

dichas hojas, si ellos y sus maestros así lo deseaban.

La primera parte de la lección: Repaso, mostrada en la figura 7, es un breve repaso del tema de la lección anterior o de un prerrequisito o un conjunto de ejercicios de computación. La siguiente sección, Desarrollo, contiene el desarrollo del contenido de la lección y en la misma se introducen y discuten nuevos conceptos y técnicas. La tercera sección, Práctica Guiada, es un conjunto de ejercicios o problemas para práctica guiada de los estudiantes y a través de la misma los estudiantes, bajo la supervisión y asistencia del profesor, tienen la oportunidad de practicar con los nuevos conceptos y técnicas introducidos en el Desarrollo. La tercera sección: Ejercicios, contiene una serie de ejercicios que deben ser resueltos de manera individual e independiente por los estudiantes durante la lección. La última sección, Tarea, contiene los ejercicios que los estudiantes resolverían en sus casas.

### 6.3. Programa de entrenamiento de profesores en servicio

Cuarenta y ocho profesores de matemática de octavo grado que laboraban en cuarenta y ocho escuelas de la ciudad de Santiago y zonas aledañas fueron invitados a participar en un programa de entrenamiento para profesores en servicio en el verano de 1987, y a utilizar las dos unidades durante el año académico 1987-88. Los maestros no fueron seleccionados al azar, sino de manera intencionada garantizando la representación de los diferentes tipos de escuelas considerados en el EAMRD. Es decir, que la muestra incluía escuelas públicas y privadas de los tipos F y O de la zona urbana y escuelas rurales. Los maestros fueron agrupados en veinticuatro pares. Se trató que cada par fuera homogéneo en términos de las siguientes variables: sexo, preparación académica, tipo de escuela en que laboraba el profesor. Un maestro de cada par fue seleccionado aleatoriamente asignándole participar en un entrenamiento de tres semanas de duración, que de ahora en adelante llamaremos "entrenamiento largo", mientras que el restante miembro del par participaría en un programa de entrenamiento de sólo tres días, y que llamaremos "entrenamiento corto".

Previo a la realización de los entrenamientos se filmó un video de una clase que el profesor condujo con el estilo de enseñanza que él utilizaba. Los programas de entrenamiento se llevaron a cabo en la PUCMM, siendo dirigidos por los investigadores dominicanos con la asistencia de dos profesores de la University of British Columbia, Canadá.

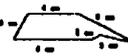
En el entrenamiento largo los maestros fueron introducidos al modelo de enseñanza de Good, Grouws y Ebmeier. Ellos observaron una clase modelo de una lección diseñada de acuerdo con los lineamientos del método propuesto, y se observaron mutuamente enseñando las demás lecciones de la unidad de enteros y mediciones. Además una gran parte del tiempo durante el entrenamiento se utilizó para discutir el contenido matemático de las lecciones ya que la mayoría de los maestros tenían una preparación limitada en matemática. Esta última actividad fue solicitada por los profesores participantes en el programa de entrenamiento. Todas las actividades de los entrenamientos fueron filmadas en video.

Los maestros en el programa de entrenamiento corto constituyeron un grupo control para evaluar los efectos del programa de entrenamiento largo. Durante este entrenamiento de tres días los maestros fueron introducidos al modelo de enseñanza

Figura 7 Estructura de las lecciones.

**Repaso**

Halla el perímetro de las siguientes figuras

- 
- 

3. El lado de un cuadrado mide 4 cm. ¿Cuál es su perímetro?

**Desarrollo**

A. El área de una superficie es el número de unidades cuadradas que se necesitan para cubrirla. Estima el área de cada una de las siguientes figuras contando las unidades cuadradas.



El área de la figura A = \_\_\_ unidades cuadradas.  
 El área de la figura B = \_\_\_ unidades cuadradas.  
 El área de la figura C es aproximadamente \_\_\_ unidades cuadradas.  
 El área de la figura D es aproximadamente \_\_\_ unidades cuadradas.

B. El área se mide en unidades cuadradas como milímetros cuadrados (mm<sup>2</sup>), metros cuadrados (m<sup>2</sup>) o kilómetros cuadrados (km<sup>2</sup>).

¿Cuál es el área de este sobre si cada cuadradito representa 1 cm<sup>2</sup>?

El área del sobre es el número de centímetros cuadrados que éste cubre.

5 filas de 7 unidades      o      7 columnas de 5 unidades  
 $5 \times 7 = 35$                       o                       $7 \times 5 = 35$

El área del sobre es 35 cm<sup>2</sup>.

Para encontrar el área de otras figuras usamos fórmulas.

Para determinar el área de un rectángulo multiplicamos su base por su altura.

Área del rectángulo =  $b \times h$

**Práctica guiada**

Halla el área y el perímetro de los siguientes rectángulos

- 
- 
- 

Área = \_\_\_\_\_      Área = \_\_\_\_\_      Área = \_\_\_\_\_  
 Perímetro = \_\_\_\_\_      Perímetro = \_\_\_\_\_      Perímetro = \_\_\_\_\_

4. Un salón de clases de forma rectangular mide 8 m por 10 m. Halla su área y su perímetro.

5. Dibuja dos rectángulos diferentes con área de 18. ¿Cuál de los dos tiene mayor perímetro?

6. Con la ayuda de la regla dibuja un cuadrado cuya área es 1 cm<sup>2</sup>.

**Ejercicios**

En la figura de al lado cada cuadradito representa 1 dm<sup>2</sup>. Halla las áreas de:

- El sobre
- El sobre
- El sobre o etiqueta con el destinatario
- El sobre con el remitente



Halla el área y el perímetro de cada rectángulo

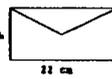
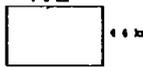
- 
- 

7. Halla el área de esta página (mide la base y la altura aproximando al centímetro más cercano).

8. El cuadro de las bases del terreno de juego de un estadio de béisbol tiene un perímetro de 110 m. Determina su área.

**Tarea**

Halla el área y el perímetro de cada rectángulo

- 
- 
- 

4. Las dimensiones de un campo de deportes de forma rectangular, son 61 m por 30 m. ¿Cuál es su área y su perímetro?

5. Un cuadro colgado en una pared tiene 25 cm de ancho y 35 cm de largo. ¿Cuál área de pared cubre el cuadro?

6. El Sr. Gómez cercó su jardín rectangular de 34 m de largo y 16 m de ancho. ¿Qué cantidad de tela cercó? ¿Cuál es la longitud de la cerca que él colocó?

7. Ana recortó un pedazo rectangular de tela de 80 cm un perímetro de 36 cm. ¿Cuál es el largo y el ancho del pedazo de tela?

Good, Grouws y Ebmeier y observaron varias lecciones enseñadas de acuerdo con dicho modelo. También se discutió con ellos las notas para el profesor que acompañaban cada una de las lecciones.

#### 6.4. Algunos resultados de los programas de entrenamiento

Los profesores en los dos programas de entrenamiento fueron observados mientras utilizaban en sus clases los materiales de enseñanza diseñados. Cada maestro fue observado por lo menos tres veces mientras enseñaba cada una de las dos unidades. Después de cada observación de clase el observador le asignaba al maestro una calificación en una escala de 1 (mínimo) a 5 (máximo) en cada uno de los siguientes aspectos: ajuste al modelo de enseñanza de Good, Grouws y Ebmeier, y dominio del contenido de la lección. De esta forma, se asignaron a cada maestro cuatro índices (promedio de las calificaciones asignadas por los observadores) correspondientes a los dos aspectos antes mencionados (ajuste al modelo de enteros, dominio del contenido de enteros, ajuste al modelo en mediciones, dominio del contenido en mediciones).

Se administró a los estudiantes de los profesores que participaban en el proyecto un pre-test y un post-test sobre enteros primeramente y luego sobre mediciones. Algunos de los items utilizados en estos exámenes pertenecen a la colección de items utilizados en el SEIM para la población A.

Los estudiantes mostraron un aprovechamiento sustancial tanto en enteros como en mediciones y en todos los tipos de escuelas. En la figura 8 se muestran los rendimientos de los estudiantes en los items sobre números enteros. El aprovechamiento promedio de los estudiantes en dicho tema fue de 23%.

La correlación entre el aprovechamiento de los estudiantes y "el ajuste del profesor al modelo de enseñanza" fue alta variando de 0.65 a 0.75, tanto para la unidad de enteros como para la de mediciones. Igualmente la correlación entre el "dominio del profesor del contenido de la lección" y el aprovechamiento de los estudiantes fue alta, variando entre 0.60 y 0.74.

Los maestros que participaron en el entrenamiento largo tuvieron índices significativamente más altos que los que participaron en el entrenamiento corto en ambas unidades en lo referente al "ajuste al modelo de enseñanza" y al "dominio del contenido de la lección". También la variabilidad de los índices en ambos aspectos fue mayor para los profesores que participaron en el entrenamiento corto. La correlación entre los cuatro índices asignados a los profesores fue alta variando entre 0.80 y 0.93.

Las siguientes tablas nos muestran algunos resultados básicos de este estudio experimental.

Tabla 6. Índices sobre el dominio del contenido y ajuste al modelo de enseñanza.

	Media		Desviación estándar	
	Largo	Corto	Largo	Corto
<b>ENTEROS</b>				
Ajuste al modelo de enseñanza	3.48	2.72	0.86	1.24
Dominio del contenido	3.50	2.93	0.86	1.22
<b>MEDICIONES</b>				
Ajuste al modelo de enseñanza	3.10	2.38	0.98	1.33
Dominio del contenido	3.20	2.47	0.93	1.29

Figura 8

### Rendimiento de los Estudiantes en los Números Enteros

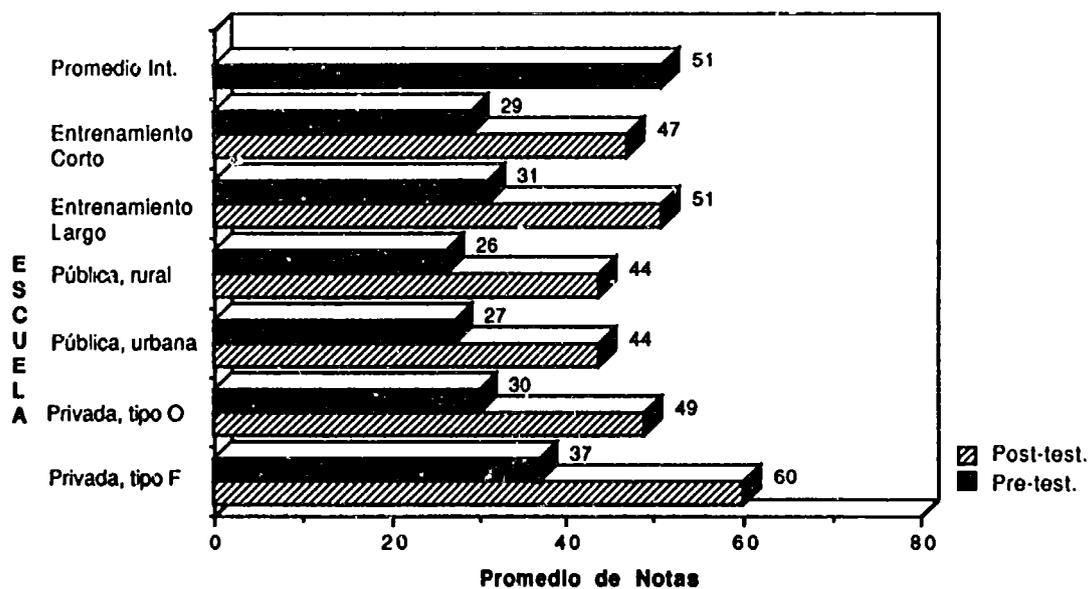


Tabla 7. Matriz de correlaciones entre índices asignados a los profesores y aprovechamiento de los estudiantes.

	Aprov. enteros	Aprov. medic.	Ajuste enteros	Contenido enteros	Ajuste medic.
Aprov. mediciones	0.62	-			
Ajuste enteros	0.67	0.66	-		
Contenido enteros	0.66	0.60	0.87	-	
Ajuste mediciones	0.75	0.69	0.80	0.80	-
Contenido mediciones	0.74	0.74	0.80	0.85	0.93

## 7. Conclusiones y recomendaciones

Las primeras etapas de nuestro trabajo mostraron la necesidad de desarrollar estrategias para mejorar la oportunidad de aprendizaje y la oportunidad de practicar de los estudiantes. Muchos profesores no utilizaban eficientemente su tiempo de clases; por esta razón era vital la introducción de un modelo de enseñanza que utilizara eficientemente dicho tiempo y que promoviera el desarrollo de conceptos y habilidades en las clases de matemática. Era importante también que el modelo de enseñanza propuesto fuese asimilado con cierta facilidad por los profesores.

También estaba claro que las condiciones de enseñanza eran inadecuadas, por ejemplo: la carga académica excesiva de los profesores en términos de períodos de clase por semana y al número de estudiantes por profesor, limitación de los materiales de enseñanza-aprendizaje a cuadernos para los estudiantes y a libros de texto para profesores, el entrenamiento de los profesores no era suficiente, ausencia de consultoría técnica para los profesores, ausencia de un sistema eficiente de evaluación de los estudiantes, bajísimos salarios de los profesores, etc. Con estas condiciones no era sorprendente que los niveles de rendimiento fueran tan bajos.

Obviamente, no podíamos influir directamente sobre algunas de las condiciones mencionadas; sin embargo, hay otras que sí podían ser mejoradas, lo cual podría reflejarse positivamente en el aprendizaje de los estudiantes.

Las estrategias que hemos utilizado hasta ahora nos han mostrado que:

1. Un mejor aprendizaje de la matemática puede obtenerse sin grandes inversiones en tecnología, libros de texto, reeducación de maestros; lo que se necesita es desarrollo basado en investigaciones, que sea de bajo costo, y significativo en sentido matemático y pedagógico.
2. La necesidad de considerar lo que se está aprendiendo, el cambio que se produce en los estudiantes como resultado de la enseñanza, y no solamente el conocimiento que ellos poseen en un punto particular del proceso acumulativo del aprendizaje.
3. Como puede suceder que los maestros no dominen el contenido matemático, es crucial que los estudiantes puedan leer y aprender directamente de los materiales.
4. Los materiales deben determinar la secuencia de las actividades de la clase y de las tareas.
5. Es necesario entrenar a los maestros en la utilización adecuada de los materiales. Además, la supervisión del maestro en clase es necesaria, al menos en las primeras etapas del programa, para

darle retroalimentación inmediata.

6. Las estrategias para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de la matemática deben estar basadas en la realidad dentro de la cual se realiza el proceso de enseñanza-aprendizaje, como fue observado por Bloom (1974):

"beautiful curriculum plans have little relevance for education unless they are translated into what happens in the classroom of the nation or the community".

Con el apoyo económico de la Agencia Internacional de Canadá para el Desarrollo y la cooperación de la University of British Columbia hemos establecido en la PUCMM el Centro Latinoamericano de Investigación y Desarrollo en Educación Matemática (CLIDEM). Uno de los objetivos de dicho centro es profundizar y extender a otros niveles escolares los trabajos que hemos realizado sobre el mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en la República Dominicana. Otro objetivo importante del CLIDEM es compartir nuestras experiencias con otros países de la región enriqueciendo nuestros proyectos con la colaboración e ideas de colegas americanos interesados en la búsqueda de soluciones viables a los problemas de educación matemática en nuestros países.

#### Referencias

- Bloom, B. (1974) Implications of the IEA-Studies for curriculum and instruction. *School Review*, vol. 82, 413-435.
- Evertson, C.M., Emmer, E.T. and Brophy, J.E. (1980) Predictors of effective teaching in junior high school mathematics classrooms. *Journal of Research in Mathematics Education*, vol. 10, 167-178.
- Evertson, C.M., Anderson, L.M. and Brophy, J.E. (1978) The Texas junior high school study: Final report of process-outcome relationships (R & D report No. 4061), Austin, Texas: The research and Developmente Center for Teacher Education.
- Good, T.L., Grouws, D.A. and Ebmeier, H. (1983): *Active Mathematics Teaching*. New York: Longman Inc.
- Hines, C.V., Cruikshank, D.R. and Kennedy, J.J. (1985) Teacher clarity and its relationship to student achievement and satisfaction. *American Educational Research Journal*, vol. 22, 87-99.
- Luna, E.A., González, S.I. y Wolfe, R.G. (1990) The underdevelopment of educational achievement in the Dominican Republic eight grade. *Journal of Curriculum Studies*, vol. 22, no. 4, 361-376.
- Schiefelbein, E. (1976) *Los recursos y el empleo en la República Dominicana: I. Santo Domingo, Dominican Republic: Editorial Educativa Dominicana.*