

## El efecto del uso de la calculadora CAS en el nivel de álgebra alcanzado por los estudiantes con bajo rendimiento en matemáticas

Kim In Kyung  
Lew, Hee-Chan

*Universidad Nacional de Educación de Korea*

**Resumen:** *En este artículo se observa el efecto del uso de la calculadora CAS en el estudio de álgebra por estudiantes con bajo rendimiento en matemáticas, llamados aquí alumnos de bajo rendimiento. Los participantes eran 70 estudiantes de décimo grado con bajo rendimiento de un instituto situado en el área metropolitana, que nunca habían usado una calculadora matemática educativa.*

*Se dividió a los participantes objeto a estudio en dos grupos: un grupo experimental que contaba con la ayuda de una calculadora CAS para resolver los ejercicios, y un grupo control que sólo contaba con lápiz y papel para la resolución de los mismos ejercicios.*

*Para los dos grupos el contenido de los ejercicios era el mismo, pero la estructura era distinta.*

*El contenido consistía en números y operaciones, ecuaciones e inecuaciones y funciones. Las actividades del grupo control se resolvían sólo con el lápiz y papel y se comparaban las soluciones con las del profesor. El grupo experimental primero resolvía las actividades usando lápiz y papel y luego de nuevo, usando la calculadora CAS. Se les dijo que compararan los dos procesos de resolución de problemas, que compararan el procedimiento del lápiz y el papel con el de la calculadora CAS. El grupo experimental mostró aprendizaje metacognitivo usando el método de la calculadora CAS. Las actividades se llevaron a cabo una vez al día durante un mes. Los dos grupos realizaron tests de matemáticas antes y después de las actividades. Las calificaciones medias del grupo control y del experimental fueron muy distintas. Los resultados del análisis mostraron que, comparados con los resultados del test previo, los resultados del grupo experimental mejoraron considerablemente más que los del grupo control.*

## INTRODUCCIÓN

Actualmente, la enseñanza de matemáticas está influenciada por la tecnología. La tecnología mejora la capacidad del alumno para aprender, e influye en el estudio de las áreas consideradas fundamentales en matemáticas, es decir, en la enseñanza y el aprendizaje de las áreas que se tratan de forma sistemática. Muchos profesores de matemáticas apoyan el uso de la tecnología en la enseñanza de matemáticas. Algunos creen que la calculadora tiene un efecto mayor que el ordenador en la enseñanza de matemáticas ([2]) ya que la calculadora es más portátil y económica para sus alumnos que el ordenador.

TIMSS (Trenes in Internacional Math. And Science Study), encontró que el uso de la calculadora se relaciona en todos los países con la enseñanza de matemáticas.

De hecho, el uso de la calculadora ha llegado a ser una herramienta importante para hacer el test de TIMSS y para el aula ([1]). La calculadora se usa actualmente en el aprendizaje y la enseñanza de matemáticas en muchos países. El objetivo del uso de la tecnología es la mejora del entendimiento conceptual de los estudiantes a través de la exploración de otros métodos de resolución de problemas. Es decir, en lugar de restringir las formas de aprendizaje de los estudiantes, la tecnología ofrece una oportunidad exploratoria para los estudiantes ([2]).

Este artículo se centra en los estudiantes de bajo rendimiento que están cada vez más desatendidos en las clases de matemáticas. Después de que los estudiantes de bajo rendimiento recibieran 14 clases de aprendizaje experimental con la calculadora CAS, se observaron cambios en los logros matemáticos. Así pues, este estudio tiene como objetivo que los estudiantes de bajo rendimiento disfruten en clase de matemáticas, sin dejar de lado los requerimientos curriculares actuales. El uso de la calculadora CAS en el aprendizaje permite a los alumnos explorar nuevos métodos de resolución de problemas, los cuales pueden mejorar la comprensión de conceptos. Lo más importante es que una calculadora CAS puede ayudar a los estudiantes de bajo rendimiento no sólo a hacer cálculos, sino a desarrollar el conocimiento matemático.

En consecuencia, este trabajo ha intentado desarrollar el pensamiento algebraico y el nivel matemático en general de los estudiantes de bajo rendimiento.

## MÉTODO

Cada día los estudiantes participaban en actividades diseñadas para el estudio de 50 minutos de duración desde las 5 pm a las 5:50 pm. Los sujetos eran 70 estudiantes de bajo rendimiento elegidos entre 495 estudiantes de décimo grado de un instituto del área metropolitana de una ciudad. Nunca habían usado una calculadora para aprender matemáticas.

Los sujetos se dividieron en dos grupos: un grupo experimental que estudió con ayuda del CAS (Classpad300), y un grupo control que estudió sólo con la

ayuda de lápiz y papel. Había dos profesores por clase para enseñar a los dos grupos.

Para obtener los datos iniciales, se realizó un test previo en ambos grupos, en dos aulas al mismo tiempo donde utilizaron exclusivamente lápiz y papel. También se hizo un test posterior con los participantes. El diseño de los dos test tenía por objetivo comparar la mejora en el rendimiento de matemáticas, de esta manera en ambos test sólo se permitió el lápiz y el papel para la resolución de los problemas. Los dos tests consistían en 25 problemas de dificultad variada, desde nivel de octavo (colegio) hasta nivel de décimo grado (instituto). Asimismo, los contenidos eran números y operaciones, ecuaciones e inecuaciones, y funciones de álgebra.

El grupo experimental participó en 14 sesiones diseñadas para el estudio; sin embargo, hubo tres sesiones adicionales: una para el test previo, otra para el test posterior, y otra clase adicional sobre el uso de la calculadora CAS. Hubo 16 sesiones para el grupo control: 14 fueron idénticas a las del grupo experimental excepto por la metodología de la clase, y dos sesiones fueron para los tests previo y posterior. El grupo experimental primero realizó el test previo y la clase sobre el uso de la calculadora CAS y después tuvieron las 14 clases usando documentos desarrollados para la actividad. Después de las clases experimentales, los estudiantes realizaron un test posterior. Durante las clases, los profesores explicaron los contenidos matemáticos y los métodos de resolución posibles con las calculadoras CAS durante aproximadamente 15 minutos. Los 35 minutos restantes los estudiantes se concentraron en los ejercicios de la actividad. Los documentos diseñados para la actividad hacían participar a los dos grupos en actividades metacognitivas mientras estudiaban, y los documentos constaban de los mismos contenidos y problemas.

La única diferencia era el proceso de resolución. Al grupo control se les encargó resolver los problemas en 25 minutos, a continuación comparar sus respuestas con las del profesor y reflexionar sobre las respuestas. Al grupo experimental se les encargó primero resolver los problemas con lápiz y papel y luego con la calculadora CAS. Después tenían que comparar y reflexionar sobre los dos procesos de resolución y sobre las soluciones obtenidas. Por ejemplo, para resolver  $x=2x-4$ , los estudiantes no podían simplemente usar el comando **solve**, sino que tenían que proceder paso a paso. Además, el profesor deliberadamente no les enseñaba comandos como **solve** a los estudiantes. De ahí que los estudiantes tenían que resolver este tipo de ecuaciones de la manera siguiente usando una calculadora CAS. Entonces los estudiantes necesitaban comparar y reflexionar sobre sus dos repuestas y procesos de resolución.

$$\begin{aligned}x &= 2x-4 \\(x = 2x-4) - 2x & \\-x &= -4 \\(-x = -4)* -1 & \\x &= 4\end{aligned}$$

Se recogieron los datos de los documentos de los ejercicios de los estudiantes, del test previo y del test posterior. Para analizar el rendimiento en matemáticas, especialmente la mejora en álgebra, se compararon las notas obtenidas en los test previo y posterior del grupo experimental y del grupo control y se analizaron los resultados.

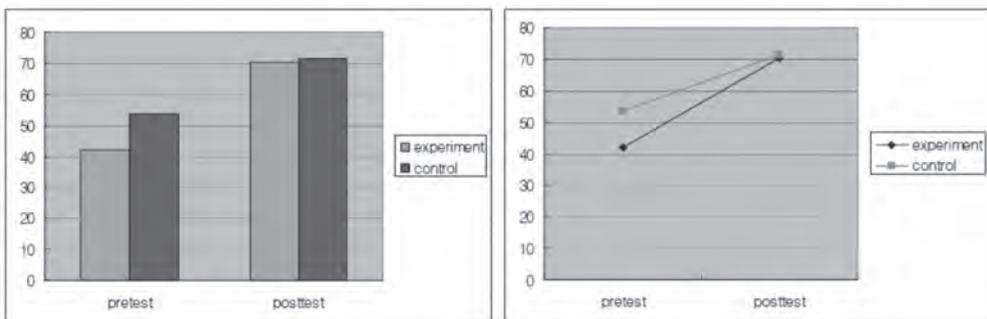
## RESULTADOS Y ANÁLISIS

Los participantes se dividieron originalmente en 32 estudiantes en el grupo experimental y 35 en el grupo control. Sin embargo sólo se pudo hacer el análisis final de 26 estudiantes del grupo experimental y 30 del grupo control. El descenso en el número de estudiantes no estuvo relacionado con la no asistencia a las clases, sino por no haber realizado el test previo o posterior o alguno de los ejercicios de la actividad. Los datos de estos estudiantes se excluyeron deliberadamente de este estudio.

### *Efecto en el rendimiento matemático entre los grupos*

Se investigó, por comparación, los cambios en el rendimiento matemático de los dos grupos. La nota media en el test previo de los 26 estudiantes en el grupo experimental fue de 41,94 y la nota media de los 30 estudiantes en el grupo control fue de 53,46. Las medias sugieren que al principio, los dos grupos se separaron a partes iguales por su rendimiento en matemáticas según los resultados de dos exámenes de mitad de periodo, dos exámenes finales y varios tests durante el curso anterior. Sin embargo, el objetivo principal de este artículo es el rendimiento en álgebra, y los resultados del test previo para el álgebra difieren entre los dos grupos.

**GRÁFICO 3.1**  
**CAMBIOS EN LAS NOTAS MEDIAS DE MATEMÁTICAS DEL GRUPO CONTROL Y EXPERIMENTAL**



Antes de empezar con un mes de clases experimentales usando actividades diseñadas, la nota media del grupo experimental en el test previo fue de 41.94 y la nota media del grupo control fue de 53.46. En el test posterior, la nota media del grupo experimental aumentó en 28.53 es decir, un 68.03%, y la nota media del grupo control aumentó en 17.83 es decir un 33.35%. Esto implica que el grupo experimental mejoró más que el grupo control.

La tabla 3.1 muestra los resultados del test previo y posterior para los dos grupos. Como se menciona anteriormente, los dos grupos mejoraron como muestran las notas medias y modificaron sus desviaciones standard.

**TABLA 3.1  
RESULTADOS DE LOS TESTS PREVIO Y POSTERIOR**

| Group      | Participants | Pretest |                    | Posttest |                   |
|------------|--------------|---------|--------------------|----------|-------------------|
|            |              | Mean    | Standard Deviation | Mean     | Standar Deviation |
| Experiment | 26           | 41.9423 | 22.11566           | 70.4654  | 13.70133          |
| Control    | 30           | 53.4633 | 25.12392           | 71.2933  | 22.10264          |
| Total      | 56           | 48.1143 | 24.26426           | 70.9089  | 18.52271          |

Para determinar estadísticamente cualquier diferencia significativa entre los dos grupos en el rendimiento matemático, se realizó un análisis de covarianza (ANCOVA) tomando el rendimiento matemático del test previo como la covariable y el rendimiento matemático del test posterior como la variable dependiente.

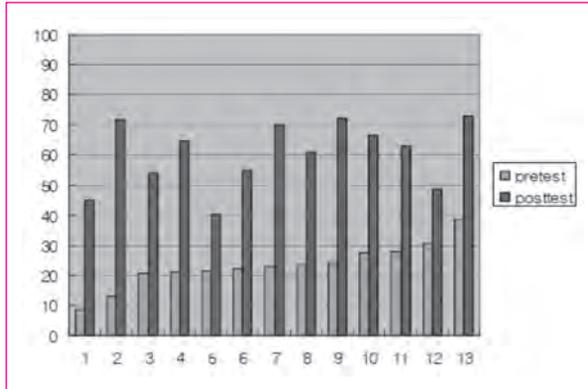
**TABLA 3.2  
RESULTADOS DEL ANCOVA**

| Variation           | Sum of Squares | Degree of Freedom | Mean Square | F        |
|---------------------|----------------|-------------------|-------------|----------|
| Covariate (pretest) | 12373.956      | 1                 | 12373.956   | 101.106* |
| Group               | 20139.845      | 2                 | 10069.922   | 82.280*  |
| Error               | 6486.481       | 53                | 122.386     |          |

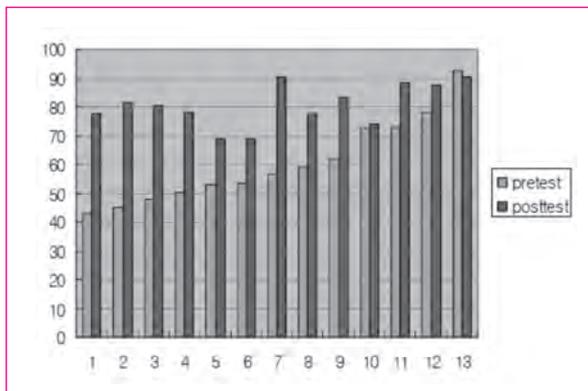
\* :  $p < .001$

En la tabla 3.2, se ve que estadísticamente hay diferencias significativas en los resultados de acuerdo al análisis ANCOVA cuando se usa el rendimiento matemático del test previo como covariable y el rendimiento matemático del test posterior como la variable dependiente ( $F=82.280$ ,  $p<.001$ ). De ahí que el grupo experimental que usó las calculadoras CAS parece haber mejorado más que el grupo control en el rendimiento matemático global.

**GRÁFICO 3.2**  
**EFFECTO EN EL RENDIMIENTO MATEMÁTICO EN CADA GRUPO**



**GRÁFICO 3.3**  
**EFFECTO EN EL RENDIMIENTO MATEMÁTICO ENTRE LOS GRUPOS DE ESTUDIANTES DEL EXPERIMENTO**



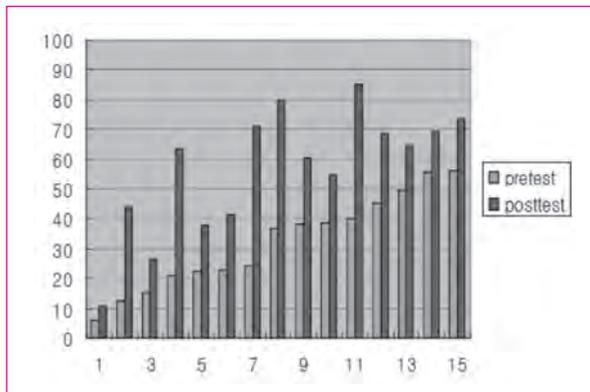
Los gráficos 3.2 y 3.3 muestran los resultados en el rendimiento matemático del grupo experimental en el test previo y posterior. El test previo se usó para separar los 26 estudiantes del grupo experimental en dos grupos (grupo inferior: 13 estudiantes; y grupo superior: 13 estudiantes). El gráfico 3.2 compara los resultados del test previo y posterior de los 13 estudiantes del grupo inferior, y el gráfico 3.3 compara los resultados del test previo y posterior de los 13 estudiantes del grupo superior. En el gráfico 3.2, los 13 estudiantes mejoraron como mínimo 18 puntos respecto al test previo, y la mejora más impresionante fue de 58.7. En el gráfico 3.3 casi todos los estudiantes mejoraron entre 1.6 y 36.4 puntos. Un estudiante descendió de un 92.7 en el test previo a un 90.3 en el test posterior. De ahí que, generalmente, los estudiantes de un nivel inicial más bajo mejoraron significativamente más que los estudiantes de nivel inicial más alto (ver Tabla 3.3). Aún más, la diferencia entre el grupo superior y el inferior en el grupo experimental disminuyó de 37.1 puntos en el test previo a 20.1 puntos en el posterior.

**TABLA 3.3**  
**EFFECTO EN EL RENDIMIENTO MATEMÁTICO DE LOS DOS GRUPOS**  
**DEL GRUPO EXPERIMENTAL**

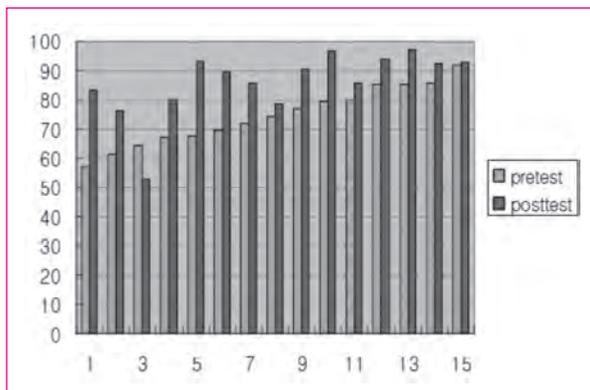
|                               | Mean of Pretest | Mean of Posttest | increased scores |
|-------------------------------|-----------------|------------------|------------------|
| Bottom Group<br>(13 students) | 23.4            | 60.4             | 37               |
| Top Group (13 students)       | 60.5            | 80.5             | 20               |

*Efecto en el rendimiento matemático entre los estudiantes del grupo control*

**GRÁFICO 3.4**  
**RENDIMIENTO MATEMÁTICO DE LOS 15 ESTUDIANTES DEL GRUPO**  
**INFERIOR DE CONTROL (PREDETERMINADOS POR EL TEST PREVIO)**



**GRÁFICO 3.5**  
**RENDIMIENTO MATEMÁTICO DE LOS 15 ESTUDIANTES DEL GRUPO**  
**SUPERIOR DE CONTROL (PREDETERMINADOS POR EL TEST PREVIO)**



Los gráficos 3.4 y 3.5 muestran los resultados del grupo control en el test previo y posterior. El test previo se usó para separar a los 30 estudiantes del grupo control en dos grupos (grupo inferior: 15 estudiantes, y grupo superior: 15 estudiantes). El gráfico 3.4, muestra que todos los estudiantes del grupo inferior mejoraron. El incremento de las notas varió entre 4.8 y 46.8 puntos. El gráfico 3.5 muestra que los estudiantes del grupo superior mejoraron sus notas de test entre 0.7 y 26.1 desde el test previo al posterior. Sólo uno de los estudiantes disminuyó desde un 64.1 en el test previo a un 52.8 en el posterior. En consecuencia, de forma similar a los resultados del grupo experimental, los estudiantes del grupo inferior mostraron una mayor mejora en el test posterior que el grupo de estudiantes del grupo superior (ver Tabla 3.4). Más aún, la diferencia entre el grupo superior y el inferior del grupo control disminuyó de 42.2 puntos en el test previo a 29.2 puntos en el test posterior.

**TABLA 3.4**  
**EFFECTO EN EL RENDIMIENTO MATEMÁTICO DE LOS DOS GRUPOS**  
**DEL GRUPO CONTROL**

|                               | Mean of Pretest | Mean of Posttest | Increased scores |
|-------------------------------|-----------------|------------------|------------------|
| Bottom Group<br>(15 students) | 32.4            | 56.7             | 24.4             |
| Top Group (15 studens)        | 74.6            | 85.9             | 11.3             |

*Efecto en el rendimiento matemático de los estudiantes del grupo experimental y del grupo control*

En las secciones 1 y 2, los resultados experimentales muestran que la nota media del test posterior del grupo inferior del grupo experimental es significativamente similar a la nota media del test previo del grupo superior del grupo experimental. Sin embargo, la nota media del test posterior del grupo inferior del grupo control no alcanza la nota media del test previo del grupo superior del grupo control. La investigación de los grupos inferiores de los grupos experimental y de control en las gráficas 3.2 y 3.4 dio como resultado que la nota del test posterior del grupo inferior del grupo experimental mejoraron entre 40 y 70 puntos entre todos los estudiantes, una media de 50 puntos. Además la nota del test posterior del grupo inferior del grupo control mejoró entre 10 y 80 puntos, así que no parece haber diferencia. También la nota media del test posterior del grupo inferior del grupo experimental (60.4 puntos) fue mayor que la nota del test posterior del grupo inferior del grupo control (56.7 puntos).

La investigación de los grupos superiores de los grupos experimental y de control en los gráficos 3.3 y 3.5 encontró que las notas del test posterior del grupo superior del grupo experimental mejoraron de 68.8 a 90.3 puntos entre todos los estudiantes. De forma similar, las notas del test posterior del grupo superior del grupo control mejoraron de 70 a 80 puntos, excepto por un estudiante que dismi-

nuyó en su nota. La mejora entre los grupos inferiores de los dos grupos principales fue de entre 37 y 24.4 puntos. El grupo inferior del grupo control fue 9 puntos superior al grupo inferior del grupo experimental en el test previo, pero el grupo inferior del grupo experimental fue 3.7 puntos superior que el grupo inferior del grupo control en el test posterior. Más aún, la nota del test posterior (60.4 puntos) del grupo inferior del grupo experimental era mayor que la nota del test posterior (56.7 puntos) del grupo inferior del grupo control. El grupo superior del grupo control fue 14.1 puntos mayor que el grupo superior del grupo experimental en el test previo, pero el grupo superior del grupo control fue 5.4 puntos superior que el grupo superior del grupo experimental del test posterior.

#### **4. CONCLUSIÓN**

Como resultado del estudio se encontró que los estudiantes del grupo experimental lograron resultados estadísticamente superiores que los del grupo control. Esto es, los estudiantes con bajo rendimiento matemático tuvieron una influencia positiva en el aprendizaje al usar una calculadora CAS en vez de sólo lápiz y papel. En consecuencia, pensamos que si los estudiantes de rendimiento normal usaran la calculadora CAS, mostrarían una mejora en el aprendizaje respecto al uso exclusivo de lápiz y papel.

#### **REFERENCIAS**

1. Schmidt, W. H., Mcknight, C. C., et al. (1999). Facing the Consequences: Using TIMSS for a closer look at U.S. mathematics and science education. Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
2. Stewart, S. (2005). Concerns Relating to the CAS Use at University Level. Proceedings of the Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia. Held at RMIT, Melbourne, 7-9 July, 2005.