Evaluación mediante competencias digitales: una experiencia con Mathematica

Ángel F. Tenorio Villalón, Concepción Paralera Morales y Ana M. Martín Caraballo

Resumen: *A continuación presentamos una experiencia de evaluación de las competencias digitales y electrónicas del alumnado en la asignatura de Fundamentos Matemáticos de la Informática II haciendo uso del programa de cálculo simbólico Matemática 7.0. Con ello se pretendía además de la evaluación de las competencias citadas, que los alumnos fuesen capaces de resolver de forma razonada una serie de problemas propuestos en las aulas de informática habilitadas para ello. Como ejemplo de trabajo, se ha descrito el tema de la Factorización LU.*

INTRODUCCIÓN

La Universidad Pablo de Olavide desarrolla desde hace seis años su actividad en el Espacio Europeo de Educación Superior. Desde entonces, los profesores y alumnos vienen hablando y trabajando en competencias. El proceso de adaptación al mismo no ha sido fácil, pero los resultados han sido buenos. La Universidad ha hecho posible que el profesorado pueda formarse mediante diferentes cursos orientados a los nuevos conceptos y métodos de la Educación Superior en el Marco Europeo.

Fruto de estos años de innovación, se ha desarrollado un Nuevo Modelo Docente. El objetivo es que profesores y estudiantes constituyan un equipo con el fin de llegar a una buena transmisión de conocimientos, adquisición de competencias y el éxito de la formación.

Los alumnos se encontrarán agrupados en tres niveles de organización docente, con grupos de 60, 20 y 10 alumnos, en los que se desarrollarán actividades diferentes (clases magistrales, actividades prácticas, seminarios, etc.).

La Universidad Pablo de Olavide ha venido trabajando para transformar el 90% de sus títulos actuales de Licenciatura y Diplomatura en Grados Universitarios para el presente curso académico, así los estudiantes podrán estudiar Programas Formativos integrados en el Espacio Europeo de Educación Superior.

El Grado es un Título Universitario Superior que sustituye a las Licenciaturas y a las Ingenierías (BOE, 2005, 2007). En nuestra universidad se formarán los nuevos graduados en Administración y Dirección de Empresas, Biotecnología, Ciencias Ambientales, Ciencias de la Actividad Física y del Deporte, Ciencias Políticas y de la Administración, Derecho, Finanzas y Contabilidad, Humanidades, Nutrición Humana y Dietética, Relaciones Laborales y Recursos Humanos, Sociología, Trabajo Social y Traducción e Interpretación. Al finalizar los estudios los estudiantes obtendrán el Suplemento Europeo al Título (SET) que especificará todas las materias y asignaturas cursadas, con su equivalencia en Créditos Europeos (ECTS), y su versión inglesa (BOE, 2003).

En el caso de nuestra Ingeniería ITIG, el Grado en Informática se pondrá en marcha para el próximo curso 2010/2011.

Sabiendo la relevancia del uso de las nuevas tecnologías y de la fuerte apuesta que ha realizado la Universidad Pablo de Olavide en ellas, se impone en las nuevas titulaciones el desarrollo de la competencia digital. Un claro ejemplo de ello es la virtualización de asignaturas, creando los campus virtuales, haciendo uso por defecto de las plataformas en las asignaturas o implantando modalidades semivirtuales de algunas titulaciones (Aquino, Fedriani, Melgar, Paralera y Tenorio, 2006).

En este trabajo, planteamos cómo se trabaja y evalúa una asignatura de contenido matemático, con la ayuda de un programa de cálculo simbólico.

MODELO DE TRABAJO CON EL ALUMNADO

La asignatura de Fundamentos Matemáticos de la Informática II forma un bloque de materias junto con la asignatura Estadística (también Asignatura Troncal de 2º curso) y Fundamentos Matemáticos de la Informática I (Asignatura Troncal de 1er curso) que proveen a los alumnos de un conocimiento introductorio de las técnicas y herramientas matemáticas y estadísticas necesarias en su futuro académico y profesional (ANECA, 2005).

El carácter de la asignatura es esencialmente instrumental, destacando la utilización de software matemático como apoyo en la resolución de problemas, además los contenidos explicados han de ayudar al estudiante en su formación técnico-científica, aportando un lenguaje y metodologías propias de las disciplinas científicas.

Por tanto, se espera que esta asignatura sirva para que el alumno desarrolle sus habilidades en el razonamiento lógico y en la comprensión del lenguaje formal. Por otro lado, en esta asignatura se intenta transmitir además la necesidad de resolver problemas, proporcionando a los alumnos procesos eficaces de pensamiento que no se vuelven obsoletos o antiguos.

Para conseguir los objetivos propuestos la metodología docente se realiza de la siguiente forma:

- **Clases presenciales:** Se trabajará, por lo general, desde la perspectiva del aprendizaje significativo, por tanto, se hace imprescindible la asistencia a clase por los alumnos, así, el alumno irá construyendo su conocimiento a partir de la documentación e información ofrecida por el profesorado de la asignatura.

Las clases presenciales serán de tres tipos:

- Enseñanzas Básicas (clases teóricas de 1 hora por semana): En estas clases se desarrollarán los contenidos teóricos del programa mediante lecciones magistrales. La participación activa del alumno mediante preguntas y sugerencias se considera fundamental para una mejor asimilación de los contenidos impartidos. Los cuatro subgrupos de la asignatura formarán un único grupo para estas sesiones.
- Actividades Prácticas y de Desarrollo o APD (una clase de 2 horas cada dos semanas): Estas sesiones se realizarán en aulas de informática y en ellas se resolverán en la pizarra ejercicios relacionados con los contenidos teóricos explicados en las Enseñanzas Básicas y se darán procedimientos para su resolución con el paquete de cálculo simbólico *Mathematica 7.0* y el programa *Grin 4.0*.
- Actividades académicas dirigidas (se darán 12 horas al año, repartidas en tres sesiones cada cuatrimestre): Se realizarán actividades individuales y/o grupales que se harán a lo largo del curso en 6 seminarios de 2 horas de duración cada uno. En estos seminarios los alumnos tendrán que presentar a sus compañeros y al profesor trabajos que se han realizado de forma individual o grupal y que habrán sido tutorizados por el profesor. Estos trabajos persiguen, además del perfeccionamiento de los conocimientos propios de la materia, impulsar entre el alumnado la búsqueda de información, su análisis y síntesis; plantear problemas reales para que el alumno aprenda a enfrentarse a ellos a través del método más adecuado; fomentar el trabajo en grupo y desarrollar la capacidad de exponer públicamente de forma cuidada y efectiva, a la vez que concisa, los objetivos del trabajo y los resultados obtenidos, utilizando el vocabulario específico de la materia.

- **Tutorías personalizadas:** Serán opcionales para los alumnos. En ellas, el profesor debe tratar de orientar el estudio personal del alumno que lo necesite, aclarar las dudas que le puedan surgir en relación con los contenidos de la asignatura, corregir hábitos y conceptos mal adquiridos, recuperar los niveles de conocimiento de los alumnos con escasa formación previa y facilitar bibliografía adicional.
- **Trabajo personal autónomo del alumno:** El alumno debe asimilar los conocimientos transmitidos y construidos en las clases presenciales.
- **Realización de exámenes:** Los exámenes constarán de preguntas teóricas y prácticas, en ellos, el alumno deberá demostrar los conocimientos adquiridos sobre la asignatura y la utilización del software matemático que se em-

plea en ella. Aunque no toda la asignatura se evaluará mediante exámenes escritos, para una mejor descripción de la evaluación de la asignatura ver lo referente a las técnicas de evaluación.

UN EJEMPLO DE TRABAJO CON EL ALUMNADO

A continuación se muestra cómo trabajamos con el paquete de cálculo simbólico Mathematica los conceptos en una APD del cuatrimestre de Cálculo Numérico que se imparte en la ITIG. Debe tenerse en cuenta que el planteamiento de la APD y de los problemas de la misma está basado en el sistema de evaluación de los conocimientos que tendrá que afrontar el alumnado. Concretamente, nos centramos en un tratamiento computacional de problemas asistido con la ayuda del software anteriormente indicado. Por tanto, estaríamos hablando de que de este modo, el alumnado tendrá que resolver una serie de problemas (con dificultades similares a las vistas en clase) empleando los conocimientos, procedimientos y técnicas tratados en los tres tipos de sesiones presenciales.

Desarrollaremos mediante un ejemplo el tratamiento hecho con problemas relativos a la resolución de sistemas de ecuaciones lineales y, más concretamente, usando la factorización LU. Dichos sistemas se supondrán compatibles determinados ya que si es compatible indeterminado se pasaría una o varias de las incógnitas como parámetro a los términos independientes (dependiendo del grado de libertad del sistema) y podríamos trabajar el sistema como si fuese compatible determinado.

Por tanto, previamente a ver cómo tratamos este tipo de problemas en clase, recordaremos estos métodos y algunos resultados esenciales relativos a ellos. Esta parte teórica se les impartiría a los alumnos previamente en sesiones de EB.

Factorización Lu

Empezamos recordando la factorización LU de una matriz cuadrada $A \in M_n(\Re)$. Dada la matriz A se dice que la matriz es LU-factorizable si existen dos matrices L y $U \in M_n(\Re)$ tales que: $A=L \cdot U$, siendo L una matriz triangular inferior con diagonal principal de 1 y U una matriz triangular superior.

Si tenemos un sistema de n ecuaciones con n incógnitas tal que su matriz de coeficientes es A, dicho sistema se expresaría como sigue, siendo $\vec{x}$ el vector de incógnitas y $\vec{b}$ el vector de términos independientes:

$$A \cdot \vec{x} = \vec{b} \tag{1}$$

En caso de existir la factorización LU de la matriz A, el sistema anterior podría escribirse de la siguiente forma:

$$L \cdot (U \cdot \vec{x}) = \vec{b} \tag{2}$$

Obsérvese que el sistema de ecuaciones (2) podría resolverse en las siguientes dos etapas:

- ***Etapa 1:*** Se resuelve el sistema $L \cdot \vec{y} = \vec{b}$, consistente en un sistema cuya matriz de coeficiente asociada es triangular inferior (y por tanto escalonada) y con pivotes iguales a 1. Con lo cual, estamos en la matriz correspondiente al último estadio del método de Gauss considerando que empezamos a tomar los pivotes por la última columna y por la última incógnita. Obviamente resolver un sistema del tipo $L \cdot \vec{y} = \vec{b}$ es sumamente sencillo, pues solo hay que despejar la incógnita de la primera ecuación, sustituirla en la segunda, despejar la incógnita que queda en dicha ecuación, sustituir las incógnitas calculadas en la tercera ecuación y seguir con el proceso hasta despejar todas las incógnitas. Obtenemos de este modo el valor del vector de incógnitas auxiliares $\vec{y}$.
- ***Etapa 2:*** Se resuelve el sistema $U \cdot \vec{x} = \vec{y}$. Obsérvese que el vector de incógnitas $\vec{y}$ que aparecía en la etapa anterior correspondía al producto $U \cdot \vec{x}$ en la expresión (2). Por tanto, una vez conocido el valor del vector $\vec{y}$, podemos calcular el valor del vector $\vec{x}$ con la resolución del sistema $U \cdot \vec{x} = \vec{y}$. Nótese que la matriz de coeficientes U de este sistema es triangular superior (y, por tanto, nuevamente escalonada) por lo que estamos otra vez en el último estadio del método de Gauss (esta vez en la manera habitual aunque los pivotes no serán necesariamente iguales a 1). Por tanto, nuevamente estamos ante un sistema bastante sencillo de resolver. Obtenemos de este modo el valor del vector de incógnitas $\vec{x}$ del sistema.

Obsérvese que una vez obtenida la factorización LU de la matriz A (si esta existe), podemos emplearla para cualquier sistema que la tenga como matriz de coeficientes. Por tanto, el problema de resolver el sistema que tiene a la matriz A como matriz de coeficientes se reduciría a resolver dos sistemas cuyas respectivas matrices de coeficientes ya están escalonadas. Y estos sistemas son mucho más sencillos de resolver. Además, cuando ya se tiene calculada la factorización LU y el sistema a resolver es muy grande, el número de operaciones disminuye considerablemente usando dicha factorización con respecto al uso de método de Gauss o de Gauss-Jordan.

Cuando uno trabaja con factorizaciones LU para resolver un sistema de ecuaciones lineales, debe tenerse en cuenta que no todas las matrices admiten dicha factorización. No obstante, esto no es un problema para usar la factorización LU en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales debido al siguiente resultado:

Teorema: Si el sistema (1) puede resolverse con el método de Gauss sin intercambiar filas, entonces puede obtenerse una factorización LU de la matriz de coeficientes A.

Por tanto, si la matriz A no es LU-factorizable, solo se requerirá intercambiar filas de la matriz A para obtener una matriz que sí será factorizable. Estos cambios de fila se traducen en el sistema como cambios en el orden de las ecuaciones.

En consecuencia, siempre podremos resolver un sistema de ecuaciones lineales dado por la factorización LU. En el peor de los casos, lo único que tendremos que hacer es reordenar previamente las ecuaciones.

Ejemplo del tratamiento de este tipo de problemas

A continuación, pasamos a explicar cómo trabajamos este tipo de problemas con los alumnos haciendo uso del paquete de cálculo simbólico Mathematica. Para ello, creemos que lo más oportuno es hacerlo con algunos de los problemas que trabajamos en clase.

Consideremos el sistema de ecuaciones dado de la siguiente forma:

$$\begin{cases} 2.01x + y + 2z = 5.01 \\ 2x + 3y + 2z = 7 \\ 4x + 16y + 4z = 24 \end{cases}$$

y veamos el tipo más completo de enunciados que podemos plantearles a nuestros estudiantes al respecto de la factorización LU, indicando la resolución del ejemplo propuesto y cómo se usaría Mathematica en dicha resolución:

Problema: Obtén la factorización LU para la matriz de coeficientes del sistema anterior y resuelve el sistema con dicha descomposición.

Resolución: En un primer estadio, los alumnos tendrán que expresar el sistema de forma matricial:

$$\begin{pmatrix} 2.01 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 4 & 16 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5.01 \\ 7 \\ 24 \end{pmatrix} \tag{3}$$

Una vez hecho esto, factorizarán la matriz de coeficiente:

$$A = \begin{pmatrix} 2.01 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 4 & 16 & 4 \end{pmatrix}$$

haciendo uso del software Mathematica (del que emplearemos el código correspondiente a la versión 7). De este modo, lo primero que tendremos que hacer con Mathematica es definir la matriz A:

```
In[1]:= a := ( 2.01  1  2
               2     3  2
               4    16  4 )

In[2]:= {lu, p, cn} = LUDecomposition[a]

Out[2]= {{{4., 16., 4.}, {0.5025, -7.04, -0.01}, {0.5, 0.710227, 0.00710227}}, {3, 1, 2}, 6262.8}

In[3]:= MatrixForm[lu]

Out[3]//MatrixForm=
( 4.      16.       4.
  0.5025  -7.04     -0.01
  0.5     0.710227  0.00710227 )
```

Los estudiantes no tienen que calcular las matrices L y U de la factorización a mano, sino que pueden usar el comando **LUDecomposition** para dicho cálculo. Nótese que la salida del comando **LUDecomposition** está formada por tres datos que se guardan en tres variables (y que para el tipo de problemas que consideraremos solo se requieren los dos primeros datos obtenidos con el comando). La primera salida corresponde a la expresión abreviada de la factorización LU y se guarda en la variable **lu** del **Out[2]**. Dicha matriz aparece como la salida **Out[3]** escrita de forma matricial y representa que la factorización LU viene dada por las matrices:

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.5025 & 1 & 0 \\ 0.5 & 0.710227 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad U = \begin{pmatrix} 4. & 16. & 4. \\ 0 & -7.04 & -0.01 \\ 0 & 0 & 0{,}007 \end{pmatrix}$$

Por tanto, simplemente con el comando **LUDecomposition** se obtendría una factorización LU. Pero, y aquí es donde veremos si los alumnos han entendido el procedimiento LU aunque no factoricen manualmente la matriz y el cálculo lo haga el ordenador, tienen que ver si la factorización LU obtenida corresponde a la matriz A que tenían o si esta factorización corresponde a otra matriz obtenida mediante intercambio de filas. Este dato lo obtienen de la segunda salida del comando **LUDecomposition**. La salida que en el **Out[2]** se almacena en la variable **p**. En el ejemplo que hemos puesto, la salida es el vector **{3,1,2}**.

```
In[2]:= {lu, p, cn} = LUDecomposition[a]

Out[2]= {{{4., 16., 4.}, {0.5025, -7.04, -0.01}, {0.5, 0.710227, 0.00710227}}, {3, 1, 2}, 6262.8}
```

Esa salida representa el orden en el que se han tenido que considerar las filas de la matriz A para obtener la factorización LU anteriormente indicada. Por tanto, la matriz que se ha factorizado no es A sino la que se obtiene poniendo como primera fila a la fila 3 de A, como segunda fila a la fila 1 de A y como tercera fila a la fila 2 de A:

$$\begin{pmatrix} 4 & 16 & 4 \\ 2.01 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 9 \\ 0.5025 & 1 & 0 \\ 0.5 & 0.710227 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4. & 16. & 4. \\ 0 & -7.04 & -0.01 \\ 0 & 0 & 0{,}007 \end{pmatrix}$$

Nos interesará que Mathematica guarde la información en dos matrices (llamadas **l** y **u**) a las matrices L y U así calculadas. Para ello, debe programarse un comando denominado **LUMatrices**, cuyo código viene indicado en el *Documentation Center* del programa y al que los alumnos tienen acceso durante las sesiones de problemas y el examen. A continuación, indicamos cómo obtendrían las matrices L y U con el software:

```
In[4]:= LUMatrices[m_?MatrixQ] :=
          {m - # + IdentityMatrix[Length@m], #} &[
            m * Array[Boole[# ≤ #2] &, Dimensions@m]]
        {l, u} = LUMatrices[lu]

Out[5]= {{{1., 0., 0.}, {0.5025, 1., 0.}, {0.5, 0.710227, 1.}}, {{4., 16., 4.}, {0, -7.04, -0.01}, {0, 0, 0.00710227}}}

In[6]:= MatrixForm[l]

Out[6]//MatrixForm=
  1.       0.        0.
  0.5025   1.        0.
  0.5      0.710227  1.

In[7]:= MatrixForm[u]

Out[7]//MatrixForm=
  4.   16.     4.
  0    -7.04   -0.01
  0    0       0.00710227
```

Indicar antes de continuar que no es necesario definir el comando **LUMatrices** para introducir las matrices L y U en el software, sino que también se podrían haber definido directamente tales matrices directamente interpretando correctamente la forma abreviada **lu** de las matrices L y U que devuelve el comando **LUDecomposition**.

Una vez obtenida la factorización LU de una matriz obtenida reordenando las filas de A, podemos usar dicha factorización para resolver el sistema. Debe tenerse en cuenta que el sistema (3) es equivalente al que se obtendría al reordenar las ecuaciones como se indica en el vector **{3,1,2}**, devuelto por el comando **LUDecomposition**. En concreto, el sistema resultante sería el que indicamos a continuación donde se han reordenado tanto las filas de la matriz de coeficientes como la matriz de términos independientes, para mantener las ecuaciones originales:

$$\begin{pmatrix} 4 & 6 & 4 \\ 2.01 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ 5.01 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Usando la factorización LU, el sistema se escribiría como:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.5025 & 1 & 0 \\ 0.5 & 0.710227 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4. & 16. & 4. \\ 0 & -7.04 & -0.01 \\ 0 & 0 & 0{,}007 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathrm{x} \\ \mathrm{y} \\ \mathrm{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ 5.01 \\ 7 \end{pmatrix} \tag{4}$$

Ahora emplearíamos nuevamente el paquete Mathematica para resolver dos sistemas:

1) ***Primer sistema:*** resolvemos el sistema determinado por la matriz de coeficientes

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.5025 & 1 & 0 \\ 0.5 & 0.710227 & 1 \end{pmatrix}$$

el vector auxiliar de incógnitas

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4. & 16. & 4. \\ 0 & -7.04 & -0.01 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

y el vector de términos independientes

$$\begin{pmatrix} 24 \\ 5.01 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Obsérvese que lo que se hace es considerar un primer sistema cuya matriz de coeficiente es la matriz L y obtener la solución para el vector de incógnitas auxiliares $(x', y', z')^t$. Para ello, podemos bien resolver el problema despejando manualmente las incógnitas (lo cual hemos descartado en nuestra asignatura) o usando la matriz inversa y realizando los cálculos con ayuda del paquete Mathematica:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \mathrm{L}^{-1} . \begin{pmatrix} 24 \\ 5.01 \\ 7 \end{pmatrix}$$

De este modo, obtenemos que el vector de incógnita auxiliar (salvado como **incogAuxiliar**) es el siguiente:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ -7.05 \\ 0.00710227 \end{pmatrix}$$

2) ***Segundo sistema:*** Ahora resolvemos el sistema determinado por la matriz de coeficientes:

$$U = \begin{pmatrix} 4. & 16. & 4. \\ 0 & -7.04 & -0.01 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

el vector de incógnitas:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

y el vector de términos independientes:

$$\begin{pmatrix} 24 \\ -7.05 \\ 0.00710227 \end{pmatrix}$$

obtenido como solución en el sistema anterior.

Es decir, hacer:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = U^{-1}. \begin{pmatrix} 24 \\ -7.05 \\ 0.00710227 \end{pmatrix}$$

```
In[9]:= Inverse[u].incogAuxiliar

Out[9]= {1., 1., 1.}
```

Por tanto, obtenemos la solución del sistema que buscamos y que viene dada por el vector:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Con todo lo anterior, tendríamos completamente finalizado el problema planteado al alumnado. Obsérvese que no nos centramos en preocuparnos si el alumnado ha realizado bien los cálculos (eso lo hace el software) sino en que el alumnado aplique correctamente el método de factorización LU para la resolución de un sistema de ecuaciones lineales. Deben saber interpretar las salidas del comando **LUDecomposition**. En primer lugar (y esto es optativo dependiendo de que uno les indique que pueden implementar el comando **LUMatrices** al resolver el problema), deben saber interpretar la salida **lu** que recoge la forma abreviada de las matrices L y U y escribirlas por separado; en segundo lugar, deben determinar si el vector **p** que devuelve el comando **LUDecomposition** indica que deben considerarse cambios de filas y en caso de ser necesarias, indicar dichos cambios; tercero, escribir correctamente el sistema factorizado a resolver, intercambiando los términos independientes de la manera adecuada si se tuvieron que realizar cambios de filas para obtener la factorización LU; y finalmente resolver los dos sistemas de ecuaciones dados por las matrices L y U respectivamente.

TÉCNICAS DE EVALUACIÓN

La evaluación de la asignatura se basará en una serie de actividades realizadas durante el curso y no solo en la realización de un examen final escrito. Cada una de estas actividades tendrá un peso distinto en la calificación final de la asignatura, fijado en función de la complejidad de la actividad, así como del esfuerzo y dedicación necesarios por parte del alumno a ésta.

En cada cuatrimestre se evaluarán tanto las enseñanzas teóricas como las prácticas, al igual que las actividades académicas dirigidas. Concretamente, se llevarán a cabo las actividades siguientes:

- Evaluación de las enseñanzas teóricas y prácticas: Se realizará un examen escrito al final de cada cuatrimestre que constará de preguntas teóricas y prácticas, pretendiéndose con ello que el alumno demuestre los conocimientos adquiridos en las clases presenciales y la utilización del software matemático empleado.

  Adicionalmente, al finalizar cada una de las APD, se les envía una serie de problemas complementarios para que profundicen de manera autónoma los problemas tratados en la sesión.

- Evaluación de las actividades académicas dirigidas: En cada cuatrimestre, los alumnos deberán entregar resueltos en los seminarios una serie de ejercicios propuestos por el profesor, de los cuales el profesor designará uno por cada alumno para que lo exponga ante sus compañeros. Por tanto, se valorará tanto la realización como la exposición de dicho trabajo.

  Se evaluará asimismo la capacidad de trabajo en grupo y de exposición oral y pública del alumno, además de la comprensión de la Asignatura, mediante la resolución de problemas, de forma colectiva, propuestos por el profesor y de la respuesta a las cuestiones teóricas que sean planteadas por el profesor a cualquier miembro del grupo.

En cuanto al cuatrimestre tratado en este trabajo, comentar que al alumnado se les cuelga todo el material teórico que se explicarán en las sesiones de teoría, en el que se ejemplificarán los conceptos tratados y las aplicaciones de los resultados explicados. En ocasiones y dependiendo de la dificultad de los conceptos, se cuelgan algunos problemas resueltos para que dispongan de más material a la hora de afrontar el trabajo autónomo y que pueden leer y consultar con detenimiento.

Nos centramos en crearles un hábito de trabajo al tratar un problema. En el caso de los sistemas de ecuaciones, primero se comprobaría si el sistema satisface las condiciones necesarias de los teoremas de convergencia correspondiente al método que se quiere aplicar. Si no lo satisface, comprobaríamos cómo el alumno manipula dicho sistema con transformaciones elementales (por filas y columnas) para obtener un sistema equivalente que sí satisfaga las hipótesis del teorema de convergencia del método y justificar que el método es aplicable. Una vez que el alumno ha justificado la aplicabilidad del método, deberá proceder a la resolución del sistema con ese método asistido por el programa *Mathematica*. Para ello, pueden programar una simple rutina que se encargue de realizar todas las operaciones pertinentes o simplemente escribir manualmente las sentencias que realizan los cálculos necesarios. Debe tenerse en cuenta que nuestro objetivo es evaluar la capacidad de nuestro alumnado para resolver un problema de manera razonada y justificada. También evaluamos los conceptos de precisión y de exactitud en este tipos de problemas, ya que pueden prepararse problemas de tal modo que para obtener una precisión en el resultado final del sistema, puede ser necesario imponer una mayor precisión en los datos de partida que la pedida para el dato final. Debe tenerse en cuenta que los cálculos involucrados en la aplicación del método pueden conllevar un aumento del error en los resultados intermedios y, por tanto, una pérdida de precisión.

En el caso de la factorización *LU*, el alumno debe estudiar previamente a su aplicación las condiciones iniciales del sistema y determinar si el sistema que tenemos es *LU*-factorizable o si hemos de considerar otro sistema de ecuaciones equivalente (transformaciones elementales por filas y columnas) que sí sea *LU*-factorizable. En caso de que sea necesario considerar un sistema equivalente, se debería indicar el nuevo sistema teniendo cuidado que los cambios realizados en la matriz de coeficiente factorizada también se realicen en el vector de términos independientes. Queremos recalcar que el cálculo de las matrices *L* y *U* involucradas en la factorización no son realizadas por los alumnos, sino que se calculan con la ayuda de los pertinentes comandos en *Mathematica*. El alumnado debe saber utilizar y aplicar correctamente las matrices resultantes de los cálculos en *Mathematica* al método de resolución trabajado.

CONCLUSIONES

Durante los últimos tres cursos académicos, esta metodología didáctica y evaluativa se ha llevado a la práctica teniendo como resultado que la inmensa mayoría de los alumnos matriculados no abandone la asignatura y supere la misma. Hablando en términos porcentuales, el cuatrimestre de Cálculo Numérico en el curso 2008/2009 presentó un porcentaje de aprobado del 77.4% y una tasa de abandono del 24.2%. La mayoría del alumnado, pese a protestar en principio de la carga de trabajo diario que conlleva este tipo de sistema evaluativo, se muestra receptivo al mismo ya que puede obtener hasta 4.5 puntos de una calificación sobre 10 antes de presentarse a la prueba escrita.

Para el curso próximo con la entrada del grado en Informática de Gestión cabría plantearse la posibilidad de eliminar la evaluación final escrita y pensar solamente en una evaluación mediante las tareas y actividades dirigidas a lo largo del cuatrimestre.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANECA (2005). *Libro Blanco del Título de Grado en Ingeniería Informática*. Obtenido el 19 de enero de 2008 desde: http://www.aneca.es/activin/docs/libroblanco_jun05_informatica.pdf.

Aquino, N.; Fedriani, E.M.; Melgar, M.C.; Paralera, C. y Tenorio, A.F. (2006). El sistema ECTS aplicado a la asignatura de matemáticas de la licenciatura en administración y dirección de empresas de la universidad Pablo de Olavide. En *actas de las I jornadas nacionales de intercambio de experiencias piloto de implantación de metodologías ECTS* (pp. 8). Badajoz: Universidad de Extremadura.

BOE (2003). Real Decreto 1125/2003 del 18 de septiembre de 2003, núm. 224, por el que se establece el sistema europeo de créditos y el sistema de calificaciones en las titulaciones universitarias de carácter oficial y validez en todo el territorio nacional.

BOE (2005). Real Decreto 55/2005 del 25 de enero de 2005, núm. 21, por el que se establece la estructura de las enseñanzas universitarias y se regulan los estudios universitarios oficiales de Grado.

BOE (2007). Real Decreto 1393/2007 del 30 de octubre de 2007, núm. 260, por el que se establece la ordenación de las enseñanzas universitarias oficiales.