

PANEL: INVESTIGACION EN EDUCACION MATEMATICA

COORDINADOR: JUAN DIAZ GODINO.
PANELISTAS: EUGENIO FILLOY.
 JOAO FILIPE MATOS.
 ANGEL GUTIERREZ.

El Panel de Investigación, celebrado durante las sesiones del I Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, contó con las exposiciones de destacados especialistas del campo de la Didáctica de la Matemática en las cuales se informó del estado de las investigaciones en áreas particulares y se suscitaron debates interesantes con los participantes. Actuó como coordinador el Dr. Juan Díaz Godino, Catedrático del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada y Director de dicho Departamento.

En la primera sesión, Martes 25, de 11:30 a 13:30 horas, el Coordinador realizó la presentación de los panelistas y de los temas de las distintas ponencias, anunciando que se procedería a exponer dos ponencias en cada una de las sesiones previstas, seguidas del correspondiente debate.

Intervino, en primer lugar el Dr. Eugenio Filloy Yagüe, Director del Centro de Investigación y Estudios Avanzados del I.P.N. de México y profesor de Didáctica de la Matemática en los cursos de Maestría y Doctorado de la Sección de Matemática Educativa de dicho Centro. El contenido de su ponencia versó sobre el tema "Didáctica del Algebra y formación de profesores". Seguidamente expuso su ponencia el Dr. Angel Gutierrez Rodríguez, Catedrático del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Valencia y Director de dicho Departamento. El tema de su intervención trató sobre "Metodologías de investigación en Educación Matemática".

En la segunda sesión del Panel, Viernes 28 de 11:30 a 13:30 horas presentó su ponencia D. João F. Matos, profesor del Departamento de Educación de la Facultad de Ciencias de Lisboa, con el título "A importância das concepções e atitudes dos alunos em relação à Matemática", y finalmente el Coordinador del Panel, Dr. Juan Díaz Godino expuso la ponencia "Concepciones, problemas y paradigmas de investigación en Didáctica de la Matemática". Los textos de las cuatro ponencias se adjuntan a este resumen.

Entre las cuestiones planteadas por los asistentes, destacan las referidas a las conexiones entre la investigación teórica realizada en la universidad o en centros especializados y la realidad de la actuación del profesor en el aula.

¿Qué propuestas tienen ustedes para conciliar la tarea del investigador y la del profesor? ¿Cómo debe ser la investigación para que se lleve a cabo con la vista puesta en la labor del profesor?

El trabajo del profesor como "investigador" fue otro tema de interés:

¿Qué investigación es para ustedes más real: la del investigador que no tiene contacto con los alumnos o la realizada por el profesor cuando éste se lo propone?

Entre los asistentes al panel se destacó la necesidad de potenciar la investigación-acción en el campo de las Ciencias de la Educación, como procedimiento de mejorar sistemáticamente los procesos de enseñanza-aprendizaje, asumido por los propios protagonistas: el profesor y los alumnos.

La investigación sobre los niveles superiores de enseñanza, especialmente la dirigida a "no matemáticos" suscitó interés:

¿Se están realizando investigaciones didácticas sobre cuáles deben ser los contenidos matemáticos necesarios en el campo de la técnica (ingeniería, arquitectura, etc)? ¿Cómo debe realizarse la enseñanza teniendo en cuenta los nuevos recursos didácticos (vídeo, ordenador, etc)?

El conocimiento del proceso de investigación llevó a uno de los asistentes a solicitar de los panelistas la descripción de un ejemplo de investigación, indicando los distintos pasos seguidos.

Las distintas cuestiones fueron atendidas en animado coloquio por los panelistas y asistentes. Llamó la atención el hecho de que el controvertido tema de la investigación-acción fuera contemplado desde una óptica sintetizadora, como medio de formación y cambio social, pero no contrapuesta a la investigación "académica", la cual en la mayoría de los casos presenta características experimentales y está conectada con la realidad escolar.

CONCEPCIONES, PROBLEMAS Y PARADIGMAS DE INVESTIGACION EN DIDACTICA DE LAS MATEMATICAS

Juan Díaz Godino

Universidad de Granada. España.

Las cuestiones que he considerado de interés debatir en el seno de este panel, dedicado a la investigación en Didáctica de las Matemáticas, pueden parecer excesivamente generales y filosóficas, pero son determinantes de otros problemas concretos y directamente vinculados con la práctica. Particularmente, deseo llamar la atención sobre la existencia de distintos puntos de vista o concepciones acerca de la naturaleza de la Didáctica de la Matemática y a que estos puntos de vista, en algunos aspectos contrapuestos, condicionan la formulación y significación de las cuestiones de investigación y de los métodos de llevarla a cabo. Estos temas constituyen el objeto de estudio de lo que comienza a denominarse Teoría de la Educación Matemática, promovida especialmente por el grupo de trabajo internacional (TME) que acaba de celebrar en México su IV congreso específico sobre el tema.

Perspectiva sistemática

Una cuestión previa al debate de la cuestión expuesta, en la que posiblemente no habrá discrepancia, es en el reconocimiento de la complejidad de los fenómenos didácticos, esto es, de los procesos de enseñanza/aprendizaje de las matemáticas.

Esta complejidad aconseja, al igual que está ocurriendo con otros tipos de fenómenos sociales, su descripción en términos de la Teoría de Sistemas. Una primera definición de la Didáctica de las Matemáticas, bajo esta perspectiva, es la disciplina que trata de construir una teoría de los sistemas didácticos, constituidos por el saber matemático, profesores, los alumnos y el medio en que tiene lugar el aprendizaje.

El funcionamiento de este sistema depende, además, de la influencia que sobre él ejerce la acción de todas las personas que directa o indirectamente determinan lo que se enseña y cómo se enseña: formadores de profesores, escritores de textos y materiales curriculares, investigadores, asociaciones de profesores, padres de alumnos, diseñadores del currículum, ... Este conjunto de personas es denominado por Chevallard (1982) la noosfera del sistema didáctico. Asimismo, el sistema didáctico está inmerso en un entorno social, cultural, tecnológico y

científico que influye y condiciona sus funciones.

Todos estos componentes y las interrelaciones entre los mismos deben ser tenidas en cuenta en la construcción de una teoría explicativa y predictiva del funcionamiento global de los fenómenos didácticos: La Didáctica, como disciplina en elaboración por un colectivo de miembros de la noosfera, forma también parte del sistema didáctico y asume un papel reflexivo sobre sí misma y sobre la globalidad de la Educación Matemática.

Concepciones de didáctica

En la actualidad se aprecian dos concepciones básicas acerca de la Didáctica de las Matemáticas como disciplina académica:

- como un área de estudio pluridisciplinar;
- como disciplina autónoma.

Brousseau (1989) destaca también una concepción como arte de enseñar -conjunto de medios y procedimientos que tienden a hacer conocer, en nuestro caso la ciencia matemática- y otra que podríamos denominar tecnicista, para la que la Didáctica tendría como objeto la elaboración de materiales, y técnicas de enseñanza.

Como disciplina científica, la concepción pluridisciplinar concibe la Didáctica esencialmente como un campo aplicado dentro de otras ciencias (Psicología, Pedagogía, Sociología, ...) y dependiente en su desarrollo del progreso de ellas.

La consideración de la Didáctica como una disciplina autónoma está surgiendo en la actualidad, principalmente de los trabajos de autores como Brousseau, Chevallard, Douady, Artigue, ... y sus colaboradores. Tratan de configurar un dominio de estudio teórico específico con su correspondiente polo de desarrollo y práctica.

La razón para esta postura está en la consideración de que los procesos de enseñanza/aprendizaje del saber matemático, la determinación y el control del sentido de los conocimientos adquiridos por los alumnos, depende esencialmente del propio saber y de las situaciones didácticas propuestas a los alumnos. En consecuencia, las teorías generales de naturaleza psicopedagógica no son apropiadas para la Didáctica Especial de las Matemáticas. Se precisa la elaboración de teorías de rango intermedio, específicas del contenido y de las situaciones escolares.

En estas distintas concepciones acerca de la Didáctica de las Matemáticas se aprecia el debate dialéctico entre las tendencias hacia la producción de conocimientos teóricos y conocimientos prácticos, bien patente, también, en otras ciencias actuales como la medicina, economía, etc.

En la postura del teórico, lo esencial es conocer cómo funciona el sistema y describir leyes de carácter general que expliquen su dinámica. El descubrimiento de estos principios debe ser prioritario, ya que su aplicación llevaría casi de modo inmediato a la solución de los problemas; tratar de resolver los problemas concretos desconociendo cómo funciona el sistema puede ser un esfuerzo vano condenado al fracaso.

El punto de vista del práctico, del ingeniero, del investigador aplicado, pensamos que es bien distinto. Hay un problema que resolver aquí y ahora y no es posible esperar a que la ciencia teórica descubra los principios generales que explique esta clase de fenómenos.

En el caso de la Didáctica de las Matemáticas, tanto la concepción tecnicista como la concepción pluridisciplinar (tradicional y dominante) adoptan un punto de vista práctico de "ciencia aplicada"; los principios teóricos generales vienen dados, como se ha dicho, por otras ciencias básicas, especialmente

la psicología, pedagogía, sociología, ... La didáctica especial de las matemáticas debe aplicar estos principios al caso particular de las nociones y destrezas matemáticas y dar solución al problema de la enseñanza de las matemáticas.

Por el contrario, la concepción autónoma de la Didáctica de las Matemáticas se revela contra este reduccionismo atacando, precisamente, el punto esencial: las teorías generales psico-pedagógicas como el conductismo, constructivismo, teorías del desarrollo (Piaget, Bruner, ...) no funcionan adecuadamente cuando se aplican a los contenidos matemáticos. El papel jugado por el saber que se quiere transmitir es fundamental, hasta el punto que invalida dichos principios. Por tanto, es preciso tratar de construir una teoría propia, específica del contenido matemático, que explique el funcionamiento del sistema desde la perspectiva del saber.

En una primera etapa de desarrollo de esta teoría, en la que se encuentra actualmente, reclama una atención preferente hacia las cuestiones teóricas relegando a un papel secundario las cuestiones técnicas, entre otros motivos porque no se disponen de puntos de referencia seguros para realizar propuestas fundamentadas.

Cuestiones centrales en las diversas perspectivas

Cada uno de los puntos de vista posibles sobre la Didáctica condiciona la formulación de los problemas de investigación. Desde una perspectiva tecnicista el objeto de esta disciplina sería la invención, descripción, estudio, producción y el control de medios nuevos para la enseñanza: curricula, objetivos, medios de evaluación, materiales, manuales, logiciales, obras para la formación, etc.

En el enfoque pluridisciplinar, la identificación de los problemas fundamentales viene determinada, con frecuencia, por la ciencia desde la que se contempla el proceso didáctico. "Entre los que piensan que la educación matemática existe como ciencia, encontramos una variedad de definiciones diferentes, por ejemplo, el estudio de las relaciones entre matemática, individuo y sociedad, el desarrollo y evaluación de cursos matemáticos, el estudio del conocimiento matemático, sus tipos, representación y crecimiento, el estudio del aprendizaje matemático de los niños, el estudio y desarrollo de las competencias de los profesores, el estudio de la comunicación e interacción en las clases, etc" (Steiner, 1985; pag. 11).

En particular, se han desarrollado con frecuencia estudios bajo un enfoque cognitivista de la Didáctica de la Matemática, que llevan a considerar como cuestiones centrales el estudio de los procesos cognitivos puestos en juego en la resolución de cierta clase de problemas matemáticos por los alumnos. Se preocupa especialmente de saber cómo funciona la mente, cómo se estructura el conocimiento y cómo se aprende (teoría del aprendizaje).

Para una concepción de la Didáctica como disciplina autónoma es prioritario construir un marco teórico que tenga en cuenta el papel determinante del saber y del medio (situaciones didácticas) en la enseñanza/aprendizaje de las matemáticas. Precisamente, la determinación y el control del sentido y alcance del conocimiento adquirido por el alumno es un objetivo básico de la investigación didáctica. Considera que los fenómenos didácticos (de comunicación y adquisición del conocimiento) son dependientes del entorno escolar, por lo que los estudios cognitivistas, llevados a cabo en laboratorio, pueden contribuir al progreso de la Ciencia

Cognitiva, pero no son relevantes para optimizar el funcionamiento del sistema didáctico.

Paradigmas metodológicos

Una circunstancia que afecta profundamente a la validez y significación de los resultados de las investigaciones es la cuestión de la perspectiva bajo la cual se lleva a cabo, esto es, el problema del paradigma de investigación. En este sentido cabe diferenciar dos polos extremos:

- el enfoque positivista, que trata de encontrar leyes y confirmar hipótesis, especialmente acerca de las conductas y procedimientos que se asocian con ganancias en el rendimiento de los alumnos;

- el enfoque interpretativo, orientado a la búsqueda del significado personal de los sucesos, el estudio de las interacciones entre las personas y el entorno, así como de los pensamientos, actitudes y percepción de los participantes.

El programa positivista o proceso-producto utiliza preferentemente los métodos cuantitativos, generalmente asociados con las mediciones sistemáticas, diseños experimentales, modelos matemáticos, mientras que el programa interpretativo (ecológico, etnográfico, ...) está asociado con las observaciones naturalistas, el estudio de casos, la etnografía y los informes de tipo narrativo.

Estos programas tan dispares en sus planteamientos coexisten en el campo de la enseñanza y aprendizaje en general, y por tanto, también en las Matemáticas, especialmente en las investigaciones llevadas a cabo bajo la perspectiva que hemos denominado pluridisciplinar.

En las investigaciones llevadas a cabo bajo la perspectiva de disciplina autónoma (especialmente por la escuela francesa) apreciamos un esfuerzo por tratar de conseguir un equilibrio integrador entre los polos positivista-experimental e interpretativo-etnográfico. Para este enfoque el problema principal es el estudio de las condiciones bajo las cuales se constituye el saber con el fin de su optimización, de su control, y reproducción en situación escolar esencialmente. Esto le lleva a reconocer:

- la complejidad de los fenómenos bajo estudio, que hace necesario un estudio holístico y de casos, así como disponer de técnicas múltiples de recogida de datos;

- la especificidad respecto al saber matemático, que hace posible la generación de hipótesis previas, a partir del estudio de dicho saber y de su génesis epistemológica;

- la manipulación de ciertas variables con el fin de provocar los efectos esperados.

Estos componentes quedan articulados en la metodología de ingeniería didáctica (Artigue, 1989) que tratan de configurar como una aportación específica de la Didáctica.

Conexión Teoría-Práctica

La conexión teoría-práctica, el cambio social que en última instancia reclaman los conocimientos obtenidos por la investigación teórica, parece que precisa la creación de una "interface" que apenas está desarrollada. ¿Puede estar formada por un reconocimiento explícito del tipo de investigación-acción, hecha con una finalidad de cambio social y de formación? Las investigaciones llevadas a cabo con la participación de profesores

en los equipos de investigación pueden constituir esa "interface" del sistema didáctico.

Por otra parte, es preciso tener en cuenta que, el conocimiento proporcionado por la investigación sobre el funcionamiento de los sistemas didácticos, los recursos técnicos puestos a punto experimentalmente (en calidad de prototipos) y los instrumentos de evaluación desarrollados pueden ser aplicados para la toma de decisiones prácticas sobre la enseñanza, pero de la misma manera que las teorías económicas pueden ser aplicadas o no por los gobernantes para solucionar los problemas de la economía.

La mejora efectiva de la educación matemática depende del funcionamiento óptimo de otros elementos, ajenos a la investigación, condicionantes de la toma de decisiones en el sistema didáctico. Particularmente, dada la influencia sobre las decisiones del profesor en el aula de factores como las directrices curriculares, los procedimientos de evaluación externa, la difusión de materiales curriculares, etc. se considera imprescindible facilitar la intercomunicación de los agentes responsables de ellos con los investigadores, así como la potenciación de la investigación didáctica.

Referencias

- Artigue, M. (1989) Ingenierie didactique. Université Paris VII.
Brousseau, G. (1989). La tour de babel. Etudes en Didactique des Mathématiques. Article occasionnel n. 2. IREM de Bordeaux.
Chevallard, Y. y Joshua, M.A. (1982). Un exemple d'analyse de la transposition didactique. RDM, Vol 3, n. 2.
Steiner, H.G. (1985). Theory of mathematics education (TME): an introduction. For the Learning of Mathematics, 5, 2, 11-17.

DIDACTICA DEL ALGEBRA Y FORMACION DE PROFESORES

Eugenio Filloy

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.

Introducción

En la investigación en enseñanza de las matemáticas, es corriente encontrar la opinión de que se han desarrollado marcos teóricos que, dado su nivel de complejidad, desbordan la posibilidad de ser entendidos por los maestros en servicio. Incluso, se va más allá y se defiende que "existe una objetividad de los procesos didácticos", deslindable de las prácticas concretas en que los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas se llevan a cabo en los sistemas escolares actuales, pudiendo pensarse la Didáctica de las Matemáticas como un cuerpo de conocimiento cuyo objetivo de estudio la aleja de la transformación de las prácticas docentes concretas.

Sin embargo, no deja de ser significativo, a este respecto, que en los cinco trabajos presentados en el Grupo de Trabajo 7 sobre Algebra de ICME VI, en julio de 1988, en todos ellos, se realiza la investigación descrita con el concurso de profesores y alumnos en los sistemas educativos de los países de los autores.

Además, puede señalarse que, incluso en alguno de ellos, las actitudes de los maestros involucrados van cambiando a la par que se desarrolla el montaje experimental del trabajo.

El análisis de estos trabajos pone de manifiesto la pertinencia de señalar la diferencia que hay entre 1) el uso de los marcos teóricos en el diseño de las experiencias con 2) el

análisis de tales montajes experimentales, en los que, estando los maestros directamente involucrados como parte fundamental en el desarrollo de la experiencia, se genera toda una cauda de reflexiones sobre los resultados que se van obteniendo sobre la marcha.

En este contexto, cabe preguntarse qué tan adentrado debe de estar un maestro en las partes medulares de la teoría didáctica o de la metodología de la investigación para que los resultados de la experiencia logren cambiar sus actitudes básicas hacia la práctica de su profesión, cambios que supongan un mejor desarrollo de la misma.

Un marco teórico y su uso en México

En [8], se muestra como los resultados de investigaciones recientes en didáctica del álgebra se utilizan para articular cursos de formación de profesores en el Programa Nacional de Formación y Actualización de Profesores de Matemáticas (México).

La estabilidad de tales resultados experimentales que se han usado para su estudio permite señalar tres componentes importantes de cualquier modelo teórico: primera.- modelos de enseñanza del álgebra (como se intenta en Janvier, 1987, para los números racionales, o en Filloy, 1987, y Gallardo & Rojano, 1987, para la resolución de ecuaciones lineales); segunda.- modelos de los procesos cognitivos implicados (como se intenta en Goldin, 1987, para la resolución de problemas), ambos relacionados con la tercera.- modelos de competencia formal que simulen la ejecución competente de un usuario ideal del lenguaje del álgebra elemental (como en los intentos de Kirshner [6], Matz [7] y Thompson [9]).

Así que, en vez de argüir en favor de privilegiar una cualquiera de esas componentes -gramática, lógica, matemática, modelos de enseñanza, modelos cognitivos y pragmática-, tendremos que concentrarnos en modelos teóricos locales, adecuados sólo a fenómenos específicos pero capaces de tomar en consideración todas esas componentes; proponiendo diseños experimentales ad hoc que arrojen luz sobre las interrelaciones y las oposiciones que ocurren durante la evolución de todos los procesos pertinentes relacionados con cada una de esas tres componentes.

Sistemas de signos matemáticos

Para ello introducimos una noción de "sistemas de signos matemáticos" (Véase Kieram-Filloy que, en adelante, abreviaremos SSM) suficientemente amplia para que cumpla las tareas recién enumeradas, y una noción de significado de un signo que abarque tanto el significado matemático formal como el significado pragmático.

Además de eso, proponemos una noción de SSM lo suficientemente eficaz como para tratar con una teoría de la producción de SSM que incorpore los sistemas de signos intermediarios usados por el aprendiz en el proceso de enseñanza/aprendizaje - sistemas de signos intermedios que el aprendiz tendrá que rectificar eventualmente, de manera que al final del proceso de enseñanza el estudiante llegue a ser competente.

Al ser tan idiosincráticos, algunos de estos sistemas de signos intermedios no podrán ser considerados SSM, fundamentalmente por el carácter personal de los códigos inventados por el aprendiz, que no le permiten usar ese sistema de signos en un proceso de comunicación amplio, debido a que éstos

carecen de una convención socialmente acordada.

El modelo explicativo local teórico tiene cuatro fuentes al menos de significado (véase Kaput, 1989):

1. Como resultado de las transformaciones en el interior de un SSM sin referencia a ningún otro SSM.

2. Mediante traducciones entre varios SSM.

3. Mediante traducciones entre SSM y sistemas de signos no matemáticos, tales como el lenguaje natural, imágenes visuales, y los sistemas de signos del comportamiento que usan los sujetos durante el proceso de enseñanza/aprendizaje. Los sistemas de signos de comportamiento nos permiten observar los procesos cognoscitivos de los aprendices y proponer, a partir de esos resultados psicológicos, nuevas hipótesis para un análisis didáctico matemático de los modelos de enseñanza implicados en el modelo teórico local bajo estudio.

4. Con la consolidación, simplificación, generalización y reificación de las acciones, procedimientos y conceptos de los SSM intermediarios creados durante las secuencias de enseñanza, esos SSM evolucionan hacia un nuevo SSM "más abstracto" en el que habrá acciones, procedimientos y conceptos nuevos que tendrán como referentes todas las acciones, procedimientos y conceptos de los SSM intermediarios para su uso en procesos de significación nuevos. Si se alcanzan los objetivos del modelo de enseñanza, la nueva etapa tiene un nivel de organización más alto y representa un nuevo estadio correspondiente en el desarrollo cognitivo del aprendiz.

Una teoría de la producción de SSM

Mientras que las tres primeras fuentes de functores de signos (traducciones, según la terminología de Kaput) representan medios de tratar con expresiones primitivas y medios de combinarlas, la cuarta representa un medio de abstracción, gracias a la cual objetos compuestos pueden ser nombrados y manipulados como una unidad y, a continuación, ser usados en procesos de significación para resolver situaciones de resolución de problemas. Si, como así es en efecto, tenemos que trabajar con procesos de enseñanza/aprendizaje matemáticos, no hay manera de eludir el tener estos medios de abstracción como nuestro foco principal de observación. Así que necesitamos una teoría de la producción de SSM en la que un functor de abstracción relacione los diferentes SSM intermediarios (usados durante el desarrollo de las secuencias de enseñanza) con el SSM final más abstracto (el objetivo del modelo de enseñanza bajo estudio).

Nuevos materiales curriculares para la formación de profesores de matemáticas

Este marco teórico es utilizado por un grupo de investigadores mexicanos para llevar a cabo sus investigaciones en el terreno de la didáctica del álgebra. Sin embargo, hay una gran diferencia entre él y lo que se presupone por parte del profesor al realizar los cursos sobre investigación en el PNFAPM. Estos están basados en la discusión del trabajo realizado, además, por otros equipos internacionales. Parte importante del corazón del desarrollo de tales cursos es la discusión de los presupuestos, explícitos o implícitos, que tales investigaciones conllevan, sus implicaciones y cómo son propuestos los problemas investigados, el diseño del experimento, su montaje, cómo se procesan los datos y qué es lo que se considera una evidencia de los hechos reportados.

Junto con los maestros, se lleva a cabo un análisis de los resultados más importantes para su práctica diaria.

Tenemos así, una gran necesidad, en nuestro trabajo con profesores, de desarrollar nuevos materiales curriculares, para introducir las nuevas problemáticas, presentes en los nuevos acercamientos, generados por los diversos grupos que en la actualidad realizan investigación en el mundo, así como las nuevas metodologías para entender tales problemas, las nuevas técnicas experimentales, el procesamiento de los datos, etc.

Los cursos del PNFAPM parten del supuesto de que lo anterior es posible, si la discusión se pone a nivel del profesor en servicio. Claramente, esto representa una nueva dificultad y una nueva manera de enseñar; los sujetos, adultos y profesionales en activo, carecen de una formación teórica: cada problema es un nuevo problema y es difícil para ellos de relacionarlo con otros recién analizados.

Aún con estas dificultades tomadas en cuenta, los resultados obtenidos compensan el esfuerzo. No sólo se logra dar a conocer nuevos resultados, sino que todo ello permite que las discusiones alrededor de estos temas sitúen a los profesores en un terreno donde nunca han pisado, alejado de la multitud de prejuicios que la práctica docente diaria tiende a generar. La columna vertebral de nuestros cursos parte de las discusiones que se generan entre los maestros después de conocer los nuevos "hechos", recientemente publicados. Esto permite considerar los problemas de enseñanza desde puntos de vista nunca antes vislumbrados por los maestros en servicio. Como resultado de ello, el trabajo conjunto con los investigadores comporta una nueva dinámica en la que los prejuicios se dejan de lado, y una nueva manera de hacer trabajo colectivo, entre los investigadores y los profesores. Las aportaciones de tal esfuerzo son el verdadero motor de tal asociación de intereses que antes se pensaban muy distintos.

A partir de resultados experimentales, los grupos de trabajo constituidos por profesores e investigadores, conciben nuevas ideas de diseño y desarrollo curricular, a la par que nuevos problemas emergen que merecen la atención de futuras investigaciones de corte experimental.

Discusión final

Los ejemplos mencionados en la Introducción, presentados en ICME VI, parecen señalar que no es necesario un dominio total del marco teórico propuesto para que una experiencia sea rica en resultados útiles para los maestros y su factible diseminación a otros profesores.

Afortunadamente, esto es así, porque, si no, estaríamos ante un callejón sin salida en el que, para que el maestro pueda servirse de la investigación, tendrá que convertirse, además, en un experto en los cuerpos de conocimiento teórico en que se apoyen los marcos teóricos (psicología, semiótica, etc); o dominar en el procesamiento e interpretación de los datos, que incluiría técnicas avanzadas de análisis de datos o de procesamiento de las observaciones efectuadas. Esto es sólo esperable de una minoría de los profesores de matemáticas de los sistemas educativos actuales y, por lo tanto, los resultados de la investigación carecerían de un referente concreto donde aplicarse -serían discursos vacíos de contenido, discursos totalmente ideologizados-.

Sin embargo, como investigadores, estamos, sí, ante la paradoja de buscar marcos teóricos cada vez mejor sustentados en nociones precisas, descritos en metalenguajes más y más

articulados, con montajes experimentales cada vez más sofisticados y con metodologías de procesamiento de la información cada vez más poderosas; pero, buscando, también, transformar las prácticas docentes que se dan en los salones de clase de los Sistemas Educativos actuales.

Hoy en día, cobra cada vez mayor importancia poner en claro la causa por la que muchos de los resultados directos de la investigación, articulados en el discurso utilizado en la misma práctica magisterial, percibidos como hechos nuevos, desconocidos con anterioridad por parte de los maestros involucrados en los montajes experimentales, abren nuevos territorios en las discusiones que sobre tales hechos se realizan con ellos y, a posterior, con otros maestros que no tuvieron parte en ellas.

Hay, también, que esclarecer cómo es que estos hechos se reconocen determinantes para una nueva manera de trabajar por parte de los maestros, transformando lo que antes se percibía como normal dentro de su práctica usual de todos los días, convertida en rutina por la tradición.

Un elemento esencial es replantearse las preguntas anteriores, separar los marcos teóricos que sustentan a la práctica del investigador de la transposición necesaria que debe darse en ellos. La teoría en que se sustente el trabajo de investigación (que se lleva a cabo con maestros) debe sufrir una transformación y dar lugar a otra que fundamente la participación activa del profesorado en los montajes experimentales.

En conclusión, para poder utilizar lo que la investigación mundial ha logrado en los últimos quince años, tan rico y variado, es necesario crear un nuevo campo en el diseño y el desarrollo curriculares, propio de esta nueva rama del saber que aspira, en lo teórico, a utilizar todos aquellos saberes que puedan ponerse en juego; pero que, en contra parte, tiene toda su justificación en la posible transformación de los sistemas educativos actuales.

Bibliografía

- GALLARDO, A. y ROJANO, T., 1987. Common difficulties in the learning of algebra among children displaying low and medium pre-algebraic proficiency levels, en Bergeron, J.C.; Herscovics, N. y Kieran, C. (ed.), Vol. I, pp. 197-203.
- GOLDIN, G., 1987. Cognitive representational systems for mathematical problema solving, en Janvier, (ed), pp. 125-145.
- JANVIER, C. (Editor, 1987). Problems of representation in the teaching and learning of mathematics. Laurence Erlbraun Associates, Publishers. New Jersey.
- KAPUT, J.J., 1989. Linking representations in the symbol systems of algebra, en Warner & Kieran, (eds.), pp. 167-194.
- KIERAN, C. y FILLOY, E., 1989. El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. Enseñanza de las ciencias, Vol 7/No. 3, noviembre 1989, Barcelona/Valencia, España.
- KIRSCHENR, D., 1987. The myth about binary representation in algebra, en Bergeron, J.C., Herscovics, N. y Kieran, C., (eds.), Vol I, pp. 308-315.
- MATZ, M., 1982. Towards a process model for high school algebra errors. Intelligent Tutoring Systems. D. Seeman y J.S. Brown, Academic Press, pp. 25-50.
- ROJANO, T. y FILLOY, E. 1989. Cursos para profesores basados en investigaciones recientes sobre didáctica del álgebra. Cuadernos de Investigación No. 12, Año III, octubre, 1989. PNFAPM. México.
- THOMPSON, P. 1989. Artificial Intelligence Advanced Technology and

METODOLOGIAS DE INVESTIGACION EN EDUCACION MATEMATICA

Angel Gutiérrez Rodríguez
Universidad de Valencia. España.

Con mi intervención en este panel quiero suscitar el diálogo sobre dos puntos: para ello haré, en primer lugar, algunos comentarios referentes a las metodologías usuales de investigación en Educación Matemática (o Didáctica de las Matemáticas). Después, me referiré a las tendencias actuales de la investigación en Didáctica de la Geometría y describiré una línea de investigación en la que estoy trabajando en la actualidad y algunos de sus problemas más interesantes.

Al empezar a hablar de "investigación en Educación Matemática", creo que es conveniente detenerme un momento para concretar cuál va a ser el objeto de discusión, es decir, qué clase de trabajos voy a considerar como "investigaciones" en este área. La valoración de si un trabajo merece ese calificativo o no hay que basarla en sus resultados; hay una frase de Richard Lesh que puede servir como respuesta general a la pregunta anterior: "El objetivo de la investigación es desarrollar un cuerpo de conocimientos útiles relacionados con temas importantes de la Didáctica de las Matemáticas" (Lesh, 1979). Así pues, nos encontramos con que la principal característica que define las investigaciones en Educación Matemática es que deben producir resultados que resuelvan, o ayuden a resolver, algún problema destacado de la enseñanza de las matemáticas.

En la práctica, el análisis de los trabajos de investigación y de su calidad se realiza en función de los tres parámetros siguientes:

- El interés del problema abordado, es decir el interés del problema para la comunidad de investigadores y educadores que trabajan en torno a ese área de las matemáticas. Así mismo, la relevancia se refiere al interés de los resultados de la investigación en el contexto del cuerpo de conocimientos recopilados hasta ese momento sobre el problema.

- La fiabilidad de la investigación, es decir, el rigor con que ha sido realizada, teniendo en cuenta condiciones de objetividad y aplicando unos métodos de trabajo coherentes, que haga que los resultados no sean simples conjeturas u opiniones sin base real sólida. Para ello es necesario controlar adecuadamente una serie de factores que influyen en la realización de cualquier experiencia.

- La validez de los resultados de la investigación: Hay numerosas experiencias educativas que se han realizado en unas condiciones tan especiales (de los profesores, los alumnos, el entorno, ...) que difícilmente podrían ser aprovechadas por otros profesores.

La relevancia suele estar bastante bien determinada, en cada momento, por la comunidad de investigadores (local o internacional). Un ejemplo claro lo tenemos en la "resolución de problemas", que en la última década ha sido uno de los temas prioritarios de investigación, debido principalmente a las proclamas del N.C.T.M.; por otra parte, la influencia de las "matemáticas modernas" y la débil posición de la Geometría en los currícula de casi todos los países ha hecho que ésta no fuera un tema relevante durante bastantes años, salvo en algunos casos muy

concretos (Holanda o la U.R.S.S., por ejemplo).

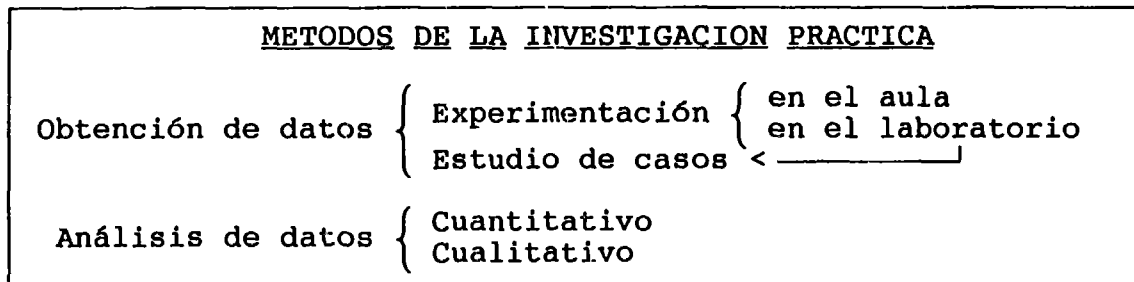
Sin embargo, los otros dos parámetros no pueden ser medidos de una manera tan aséptica, sino que, a la vista de una investigación concreta, se deben valorar una serie de elementos que dependen básicamente del tipo de investigación de que se trate y de la metodología empleada en la misma. Así, lo que en una investigación puede significar falta de fiabilidad, en otra puede ser aceptado sin reparos. La siguiente es una clasificación de las investigaciones en Educación Matemática según sus tipos y metodologías (seguramente, durante el debate se verá que no es la única posible):

<u>TIPOS DE INVESTIGACION</u>	
Prácticos	{ Recogida de información (survey) Análisis de comportamientos Desarrollo y evaluación curricular
Teóricos	{ Fundamentación de la Educación Matem. Historia { de las Matemáticas de la Educación Matemática Integración de conocimientos

De los tres primeros tipos de investigación, que corresponden a investigaciones prácticas, hay multitud de ejemplos; estos tipos suelen presentarse de manera secuencial durante el desarrollo de una línea (o agenda) de investigación: Tras identificar y delimitar un problema de aprendizaje, es necesario disponer de una cantidad apropiada de información sistemática y organizada (edades y niveles de los estudiantes con dificultades, clases de errores, etc). Si el problema es algo complejo, cosa que ocurre casi siempre, esta información suele dar pie a una serie de investigaciones paralelas sobre diversos aspectos concretos del problema en las que se elaboran y ensayan propuestas para prevenir o corregir dicho problema de aprendizaje. Por último, la fase final de cualquier línea de investigación debería llevar a plantear propuestas curriculares que den respuesta a las necesidades de los profesores o que aporten mejoras significativas a la enseñanza de las matemáticas.

Los otros tres tipos de investigación, de carácter teórico, no están apoyados en la interacción directa con estudiantes. Los investigadores en teoría de la Educación Matemática, son los encargados de fundamentar y organizar la Educación Matemática como Ciencia establecida, definiendo las bases (filosóficas, metodológicas, epistemológicas, etc) sobre las que se pueda construir esta disciplina científica. H.-G. Steiner y el grupo T.M.E. son los principales exponentes de este tipo de investigación. También se incluyen en este grupo las investigaciones que tratan de construir teorías (de enseñanza, aprendizaje, etc) o de analizar las ya existentes desde una postura teórica. Las investigaciones en la historia de las Matemáticas o de la Educación Matemática, además de su interés intrínseco, son útiles para generar hipótesis sobre el aprendizaje de determinados conceptos, asumiendo que el proceso histórico de desarrollo de esos conceptos a lo largo de los siglos sigue las mismas pautas que el proceso de aprendizaje de los estudiantes actuales. En cuanto al último tipo (integración de conocimientos) se refiere a esos trabajos, tan necesarios en determinados momentos, que recogen los resultados sobre un tema dispersos en diferentes publicaciones, los organizan, los analizan para extraer

los más relevantes y dan lugar a un informe sobre el estado del problema en ese momento (qué partes del mismo están plenamente aclaradas, en cuáles hace falta seguir trabajando, etc). Ejemplos de este tipo de actividad los tenemos en Bell, Costello, Küchemann (1983) y en Shumway (1980).



Los cuatro métodos de investigación citados son, en realidad, cuatro familias de métodos, pues en cada uno de ellos es posible encontrar algunas variantes así como situaciones mixtas; todos ellos están asociados a las investigaciones prácticas. El estudio de casos es una forma particular de trabajo de laboratorio, pero por su importancia merece ser diferenciado de otros tipos de trabajo como puede ser la experimentación con grupos pequeños o en condiciones diferentes de las de la clase habitual. Los dos primeros métodos de trabajo corresponden a la fase de obtención de datos de las investigaciones y los dos últimos se emplean en la fase de análisis de la información y de elaboración o justificación de conjeturas.

Los análisis cuantitativo y cualitativo son dos métodos de trabajo básicamente opuestos, si bien no es difícil encontrar investigaciones en las que se combinan los dos. La popularidad de cada uno de ellos está variando con el tiempo: En los años 70 era difícil encontrar investigaciones cualitativas; sin embargo, con el cambio de década se desarrolló una amplia contestación a los métodos cuantitativos, siendo la principal crítica contra ellos que sobresimplifican las conclusiones y la interpretación de los datos al reducirlos a unos coeficientes que, por otra parte, se puede manipular fácilmente para acercarlos a los deseos del investigador. La consecuencia es que actualmente los métodos de análisis de datos dominantes son los cualitativos, aunque sigue habiendo una presencia notable de análisis cuantitativo, lo cual parece ser un razonable término medio.

* * * * *

A continuación voy a describir una línea de investigación que se viene desarrollando desde hace aproximadamente 12 años y que puede servir como ejemplo con el que ilustrar la manera en que se combinan unos tipos y métodos de investigación con otros. El modelo de Van Hiele es una teoría de enseñanza y aprendizaje de la Geometría que se basa en la consideración de diversos niveles de razonamiento, de manera que los estudiantes progresan a lo largo de ellos según van adquiriendo más experiencia. Estos niveles son: 1) Reconocimiento; 2) Análisis; 3) Clasificación; y 4) Deducción.

El desarrollo de una línea de investigación en torno al modelo de Van Hiele ha dado lugar al planteamiento de diversos problemas; en Gutiérrez, Jaime (1989) ofrecemos una recopilación comentada de las referencias más destacadas. Los principales problemas sobre los que se investiga son estos:

A) La formulación teórica del modelo de Van Hiele sugiere

algunas características de los niveles: Secuencialidad, continuidad y globalidad. ¿Son ciertas estas propiedades?

En relación con la secuencialidad, hay unanimidad casi total entre los investigadores en que los niveles forman una jerarquía y que los estudiantes los superan de forma ordenada. No ocurre lo mismo respecto de la continuidad, pues mientras algunas investigaciones apoyan la discretitud de los niveles, es decir que el paso de un nivel al siguiente es brusco, otras (más numerosas y rigurosas) apoyan la continuidad, es decir que el paso es gradual y a veces lento. Por lo que se refiere a la globalidad o localidad del nivel de razonamiento, ésta es otra cuestión que permanece abierta: Algunos estudios (Gutiérrez, Jaime (1987) y Mayberry (1983), entre otros) demuestran que el nivel de razonamiento es local, pues los estudiantes utilizan niveles diferentes en distintas áreas de la Geometría, mientras que otros estudios (Fuys, Geddes, Tischler (1988) es el más destacado) sugieren que cuando un estudiante se inicia en un nuevo tema, es capaz de alcanzar rápidamente el mismo nivel de razonamiento que tiene en otros temas que ya ha estudiado.

B) La evaluación del nivel de razonamiento de los estudiantes: ¿Describen los niveles de Van Hiele el modo de razonar de los estudiantes con exactitud? ¿Cómo se puede determinar el nivel de un individuo?

Todas las investigaciones realizadas coinciden en dar una respuesta afirmativa a la primera pregunta, si bien queda mucho trabajo por hacer en el terreno de la construcción de herramientas válidas para la determinación de los niveles de razonamiento de los estudiantes. En concreto, frente a la tendencia tradicional de asignar a un estudiante un único nivel de razonamiento, en Valencia estamos tratando de definir un procedimiento que permita evaluar el grado de utilización simultánea por el estudiante de los diferentes niveles de razonamiento, lo cual creemos que está más cerca de la realidad escolar.

C) Aplicación del modelo de Van Hiele al diseño curricular: El modelo de Van Hiele incluye una propuesta para la enseñanza de la Geometría que se compendia en la "cinco fases de aprendizaje". Hay algunas áreas de la Geometría en las que se ha trabajado bastante (principalmente polígonos y otros conceptos relacionados, como ángulos o paralelismo), pero quedan otras áreas (por ejemplo magnitudes o geometría espacial) en las que es necesario identificar las características concretas de los niveles y elaborar propuestas de desarrollo curricular acordes con este modelo de enseñanza.

Esto puede ser especialmente interesante en los países que, como España, se encuentran a las puertas de un nuevo currículum para las Matemáticas no universitarias; en Valencia estamos trabajando durante los últimos años en el área de las isometrías planas, con el objetivo de elaborar una propuesta curricular para las enseñanzas Primaria y Secundaria basada en los niveles y las fases de Van Hiele.

Si miramos los trabajos publicados en torno al modelo de Van Hiele desde el punto de vista de los tipos de investigación que los han generado, nos encontramos con que hay:

• Recogida de información: Diversas investigaciones se han orientado a analizar algunas de las características del modelo de Van Hiele enunciadas antes [De Villiers (1987), Mayberry (1983), Gutiérrez & Jaime (1987) y Usiskin (1982)], por lo que han procedido a determinar el nivel de razonamiento de diversos grupos de estudiantes para, a partir de estos datos, poder extraer conclusiones sobre dichas características.

• Análisis de comportamientos: Otro grupo de investigaciones han tratado de determinar el nivel de razonamiento de los estudiantes de geometría, mediante la realización de entrevistas clínicas o la administración de tests, y de observar su evolución con el tiempo. Parte de las investigaciones han utilizado métodos cuantitativos para la obtención de sus resultados [De Villiers & Njisane (1987) y Usiskin (1982)] mientras que otras han usado métodos cualitativos [Burger & Shaughnessy (1986), Fuys, Geddes & Tischler (1985), Gutiérrez & Jaime (1988) y Jaime & Gutiérrez (1990)].

• Desarrollo curricular: En este campo se han realizado tanto implementaciones de currícula a nivel nacional, en Holanda y en URSS [Treffers (1987) y Wirszup (1976)] como experiencias limitadas a determinadas áreas de la geometría y a niveles de enseñanza específicos [Clements & Battista (1989), Hoffer (1979), Jaime & Gutiérrez (1989) y Musser & Burger (1988)].

• Fundamentación del modelo de Van Hiele: Además del propio Pierre M. Van Hiele, ha habido diversos investigadores que han fijado la atención en la estructura y organización del modelo, bien analizándolo por sí mismo [Olson, Kieren & Ludwig (1987) y Van Hiele (1986)], bien relacionándolo con otras teorías en vigor [Jurdak (1989) y Orton (1987)], como las de Piaget, Skemp o la taxonomía Solo.

• Integración de conocimientos: Los pocos años que han pasado desde que se inició el interés internacional por el modelo de Van Hiele y la relativamente pequeña cantidad de publicaciones referidas a esta teoría (sobre todo si se compara con campos como la aritmética o la resolución de problemas) hacen que hayan sido pocos los trabajos de resumen e integración. Los dos más conocidos son Senk (1985) y Burger et al. (1986).

Referencias

- Bell, A.W.; Costello, J.; Küchemann, D.E. (1983): A review of research in Mathematical Education, part A: Research on learning and teaching. (Nfer-Nelson: G. Bretaña)
- Burger, W.F.; Shaughnessy, J.M. (1986): Characterizing the van Hiele levels of development in geometry, Journal for Research in Mathematics Education vol 17, pp. 31-48.
- Burger, W.F. et al. (1986): The van Hiele model: Research update and application in teacher training, en Proceedings of the 8 Annual Meeting of the PME-NA, pp. 329-334.
- Clements, D.H.; Battista, M.T. (1989): A logo-based elementary school geometry curriculum, preprint.
- De Villiers, M.D. (1987): Research evidence on hierarchical thinking teaching strategies and the van Hiele theory: Some critical comments (R.U.M.E.U.S.: Stellenbosch, R. de Sudáfrica).
- De Villiers, M.D.; Njisane, R.M. (1987): The development of geometrical thinking among black high school pupils in Kwazulu (Rep. of South Africa), en Proceedings of the 11 International Conference of the PME. vol 3, pp. 117-123.
- Fuys, D.; Geddes, D. & Tischler, R. (1988). The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents (Journal for Research in Mathematics Education Monograph n°3). (N.C.T.M.: EE.UU.).
- Gutiérrez, A.; Fortuny, J.M.; Jaime, A. (1988): Van Hiele levels and visualization in three dimensions, presentación en el Visualization Topic Group del 6th I.C.M.E., preprint.
- Gutiérrez, A.; Jaime, A. (1987): Estudio de las características de los niveles de van Hiele, en Proceedings of the 11

- International Conference of the PME vol 3, pp. 131-137.
- Gutiérrez, A.; Jaime, A. (1989): Bibliografía sobre el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele, Enseñanza de las Ciencias vol 7, nº1, pp. 89-95.
- Hershkowitz, R. (1990): Psychological aspects of learning geometry, en Nesher, P. & Kilpatrick, J. (1990): Mathematics and cognition: A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Cambridge U.P.: G.B.), pp. 70-95.
- Hoffer, A. (1979): Geometry: A model of the universe (Addison Wesley: Londres).
- Jaime, A.; Gutiérrez, A. (1989): The learning of plane isometries from the viewpoint of the Van Hiele model, en Proceedings of the 13 International Conference of the PME vol 2, pp. 131-138.
- Jaime, A.; Gutiérrez, A. (1990): Study of the degree of acquisition of the van Hiele levels by secondary school students, en Proceedings of the 14 International Conference of the PME vol 2, pp. 251-258.
- Jurdak, M. (1989): Van Hiele levels and the Solo taxonomy, en Proceedings of the 13 International Conference of the PME vol 2, pp. 155-162.
- Lesh, R. (1979): Supporting research in mathematics education, en R. Lesh, R. & W. Secada (1979): Some theoretical issues in Mathematics Education: Papers from a research pre-session (ERIC: EE.UU.), pp. 1-11.
- Mayberry, J. (1983): The van Hiele levels of geometric thought in undergraduate pre-service teachers, Journal for Research in Mathematics Education vol 14, pp. 58-69.
- Musser, G.L.; Burger, W.F. (1988): Mathematics for elementary teachers: A contemporary approach. (Macmillan: Londres).
- Olson, A.T.; Kieren, S. (1987): Linking logo, levels and language in mathematics, Educational Studies in Mathematics vol 18, pp. 359-370.
- Orton, R.E. (1987): Do van Hiele and Piaget belong to the same "research program"?, en Conference on learning and teaching geometry: Issues for research and practice, preprint.
- Senk, S.L. (1985): Research and curriculum development based on the van Hiele model of geometry thought, en Bell, A.W.; Low, B. & Kilpatrick, J. (1985): Theory, research and practice in mathematical education (Shell Centre: G.B.), pp. 351-357.
- Shumway, R.J., ed. (1980): Research in Mathematics Education. (N.C.T.M.: EE.UU.).
- Treffers, A. (1987): Three dimensions. (D. Reidel: Dordrecht).
- Usiskin, Z. (1982): Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry. (ERIC: EE.UU.).
- Van Hiele, P.M. (1986): Structure and insight. (Academic Press: N. York).
- Wirszup, I. (1976): Breakthroughs in the psychology of learning and teaching geometry, en Martin, J.L.; Bradnard, D.A. (1976): Space and geometry (ERIC: EE.UU.), pp. 75-97.

A IMPORTANCIA DAS CONCEPÇÕES E ATITUDES DOS ALUNOS
EM RELAÇÃO A MATEMÁTICA

João Filipe Matos
Universidade de Lisboa. Portugal.

A existência de uma área sobre as atitudes dos alunos e dos professores em relação à Matemática, é uma forte evidência de que

as atitudes constituem uma questão importante em termos de educação matemática. O sentimento generalizado de alunos tem atitudes negativas em relação à Matemática contribui igualmente para justificar a importância que, sobretudo desde o início dos anos sessenta, tem sido dada ao estudo dos factores que determinam aquelas atitudes.

De facto, a constatação da ineficácia do sistema educativo em relação ao ensino da Matemática tem levado diversos investigadores em educação a estudar os aspectos afectivos ligados à aprendizagem daquela disciplina. A este respeito, e embora geralmente se admita que um baixo aproveitamento surge ligado a atitudes negativas, diversos estudos citados por Kulm (1980) sugerem que está longe de ser simples a relação entre atitudes negativas face à Matemática e o insucesso dos alunos nessa disciplina.

Por outro lado, ao sugerir as preocupações fundamentais da investigação em educação matemática, Schoenfeld (1987) identifica como ponto importante o estudo das concepções dos alunos acerca daquela disciplina. Sugerindo que as concepções dos alunos podem influenciar dramaticamente o desenvolvimento do seu trabalho, Schoenfeld afirma que "as suas perspectivas (em relação à Matemática) afectam a forma como eles se comportam quando confrontados com um problema, influenciando por um lado a sua percepção do que é ou não relevante nesse problema, e por outro as ideias ou recursos cognitivos que eles utilizam" (p. 157). Diversos outros autores sustentam igualmente que as concepções dos alunos em relação à Matemática têm grande influência no desenvolvimento de atitudes favoráveis ao trabalho nesta disciplina (Erlwanger, 1973; Hoyles, 1982; McLeod, 1987; McLeod, 1989; Shanghnessy, Haladyna & Shanghnessy, 1983).

Este artigo pretende contribuir para uma clarificação do conceito de atitude em relação à Matemática. Partindo da discussão do conceito geral de atitude é feita uma reflexão sobre as implicações da perspectiva construtivista no estudo das atitudes.

A atitude como resposta

Diversas definições surgem na literatura na tentativa de caracterizar o conceito de atitude. Shaw e Wright (1967) citam algumas definições de raiz behaviourista. Na definição proposta por Allport, uma atitude é um "estado mental e neural, organizado através da experiência e que exerce uma influência directa e dinâmica sobre a resposta de um indivíduo a todos os objectos e situações com as quais está relacionado". Nesta mesma linha é ainda citada por Kulm (1980) a definição proposta por Rokeach que considera atitude como a organização de diversas crenças focadas num objecto ou situação que nos predispõem a responder de alguma forma preferencial.

Glencross (1984) elabora um conceito de atitude baseado na ideia de que se trata de um conceito unidimensional traduzido por uma "predisposição aprendida" para responder de forma favorável ou desfavorável, mas sempre consistente, em relação a um dado objecto. Numa perspectiva multidimensional, Triandis (1971) considera três componentes na caracterização do conceito de atitude: (a) uma componente cognitiva, (b) uma componente afectiva, e (c) uma componente comportamental que tem a ver com a predisposição para a acção.

Este tipo de conceptualização das atitudes considera a existência de um mundo exterior de objectos, pessoas e ideias -o mundo real- em relação ao qual as pessoas reagem. Trata-se de abordagens mais ou menos behaviouristas que têm inspirado muita da

investigação empírica realizada no domínio afectivo da aprendizagem da Matemática. Este tipo de perspectiva tende a tornar-se estéril na interpretação e explicação das atitudes uma vez que (a) não leva em devida consideração os aspectos sociais da aprendizagem, (b) considera o objecto da atitude como previamente definido independentemente do aluno, e (c) tende a explicar as atitudes através de factores em que o aluno não é considerado como interveniente.

A atitude como construção

Em termos de educação matemática, é neste momento aceite em geral uma perspectiva que tem em consideração o facto de que, ao aprender, os alunos estão envolvidos num processo de construção do seu próprio saber, em vez de o absorverem através de um simples processo de transmissão (Kilpatrick, 1987; von Glasersfeld, 1987).

Por outro lado, as pessoas possuem teorias implícitas (Marcelo, 1987) acerca dos objectos sociais relevantes que dessa forma consistem numa modalidade de conhecimento que serve a apreensão, avaliação e explicação da realidade. Não se trata do conceito tradicional de imagem que evoca habitualmente o reflexo interno de uma realidade externa. É assumido que as pessoas são criadoras de informação mais do que utilizadoras ou processadoras dessa informação. A realidade é uma construção pessoal.

Esta construção dos objectos e das ideias pode conceptualizar-se como representação social (Vala, 1986). É a manifestação de um processo de categorização cuja função é a organização significativa da realidade. A representação constitui o produto e o processo duma actividade pela qual as pessoas constroem a realidade, a partir das situações e objectos com os quais são confrontadas, e lhes atribuem uma significação específica. Dentro de uma representação encontramos diversas concepções acerca de aspectos diferenciados do mesmo objecto ou de objectos com ele relacionados. Por exemplo, em relação à Matemática encontramos habitualmente nas pessoas um conjunto de concepções sobre a sua utilidade, a sua dificuldade, a sua natureza, etc.

Algumas destas concepções assumem-se como verdadeiras crenças dado que não correspondem a opiniões fundamentadas de uma forma racional. As crenças têm em geral um carácter bastante central na estrutura da representação, isto é, são consideradas habitualmente de difícil mudança.

Naturalmente que muitas das crenças são resultado da experiência individual e directa. Por exemplo, acreditamos que as laranjas são redondas porque temos essa experiência desde pequenos. Outras crenças poderão ser o resultado de experiências indirectas (enquanto não vividas pelo próprio indivíduo) ou colectivas. É num esforço de ultrapassar as faltas de experiência, as lacunas nos saberes, e para realizar a fusão entre ciência e senso comum que através da assimilação de discursos e experiências directa, a representação social é para cada grupo, uma apropriação do mundo exterior e uma procura de um sentido no qual se possa inscrever a sua acção (Herzlich, 1972).

As concepções e a experiência

É importante notar que os alunos têm, no seu desenvolvimento, experiências positivas e negativas em Matemática. Por exemplo, Lawler (1985) documenta em pormenor as reacções emotivas de ordem positiva experimentadas por uma criança e que acompanham momentos

de *insight* quando ela se apercebe de ligações previamente desconhecidas entre os seus esquemas conceptuais. Igualmente Kent (1979) refere circunstanciadamente como os alunos podem criar "barreiras ao seu desenvolvimento matemático" (p. 24) através de experiências negativas.

Na perspectiva construtivista, o sentimento de poder e satisfação experimentado pelos alunos quando atingem uma reorganização satisfatória das suas ideias constitui um elo importante na construção das concepções e das atitudes em relação à Matemática. A experiência (e sobretudo a experiência escolar) proporciona a construção de crenças e de concepções -que constituem base das atitudes- em relação a múltiplos objectos (a escola, o professor, a Matemática, etc). Estas concepções constituem a explicação fundamental das atitudes dos alunos em relação àqueles objectos.

A raiz do tipo de concepções que os alunos têm acerca da Matemática poderá ser encontrada numa variedade de causas. E de admitir que a componente mais importante se situe ao nível das experiências directas, quer na escola quer junto dos adultos que para eles são mais significativos. Apesar de tudo não é de excluir o papel que a própria natureza da Matemática, tal como esta ciência lhes é apresentada, poderá ter na construção das concepções dos alunos. Num estudo realizado com adultos com formação superior cujo objectivo era a identificação das razões que determinaram as suas dificuldades e atitudes negativas em relação à Matemática, Quilter e Harper (1988) concluíram que as dificuldades são em geral atribuídas não à complexidade conceptual da Matemática mas à sua aparente rigidez e irrelevância, e à incapacidade dos professores de a apresentarem de forma coerente e significativa. Frank (1988) apresenta o ponto de vista de um grupo de alunos do ensino secundário em relação à Matemática referindo que se trata de "uma *package* que o professor deve transmitir aos alunos assegurando-se de que ela foi bem recebida" (p. 33). A concepção de Matemática destes alunos passa por três crenças fundamentais: (a) a Matemática é cálculo, (b) os problemas de Matemática devem ser resolúveis em poucos passos, e (c) o objectivo da actividade matemática é obter respostas certas. Trata-se obviamente de crenças manifestamente ligadas à Matemática escolar. Estes resultados coincidem largamente com os dos estudos realizados por Kouba e McDonald (1987) e Shoenfeld (1986).

Investigar as atitudes

Uma grande parte dos trabalhos de investigação em atitudes tende a ser baseada numa leitura behaviourista do comportamento dos alunos. A abordagem típica na investigação baseada naquela perspectiva consiste em especificar diversos factores considerados importantes no domínio afectivo da aprendizagem e desenvolver instrumentos para medir esses factores. Estudada a fiabilidade dos instrumentos e realizada a recolha dos dados, é feito o seu tratamento estatístico. Os resultados são então interpretados e são sugeridas implicações no ensino da Matemática. Apesar de tudo, a investigação realizada segundo este paradigma tem permitido a obtenção de algumas conclusões sobretudo no que respeita à influência da variável sexo nas atitudes face à Matemática (por exemplo, Collis, 1987). Não parece no entanto que seja possível ir muito mais longe na explicação da natureza das atitudes através deste tipo de abordagem.

A conceptualização das atitudes como parte emergente das representações dos alunos acerca da Matemática pode permitir a

compreensão de alguns dos processos através dos quais a Matemática é socialmente construída. Naturalmente que isto implica uma recolha de dados de ordem qualitativa e uma vivência dos processos no terreno junto dos alunos, através de métodos de observação e registo sistemático.

No estudo das concepções e atitudes dos alunos acerca da Matemática, num contexto de aprendizagem em que diversos factores terão eventualmente contribuições de diferentes tipos, parece conveniente adoptar uma abordagem (a) indutiva, porque é desenvolvida a partir de uma primeira recolha de dados e elaboração de um primeiro grupo de categorias de análise, (b) generativa, porque a formulação de conjecturas é realizada à medida que os dados recolhidos vão sendo trabalhados, e (c) construtiva, uma vez que a descoberta de relações analíticas e funcionais é realizada no curso da observação e discriminação de categorias não constituindo um ponto de partida na investigação.

Conclusão

Em resumo, poderemos enunciar questões fundamentais relativas ao estudo das atitudes dos alunos em relação à Matemática.

1. O estudo das atitudes dos alunos constitui uma das preocupações importantes dos investigadores em educação matemática. Os resultados da investigação realizada neste domínio sugere a importância do estudo das atitudes dos alunos e professores em relação à Matemática, bem como dos factores que promovem essas atitudes e dos que são susceptíveis de provocar a sua mudança.

2. A conceptualização da atitude como construção dos alunos permite fundamentar a análise das atitudes no estudo das suas concepções e crenças acerca da Matemática.

3. Há indicações de que o estudo das atitudes através de uma abordagem construtivista do domínio afectivo da aprendizagem, poderá trazer contributos importantes para a compreensão dos processos de consolidação e mudança de atitudes em relação à Matemática.

4. Como metodologia de investigação decorre como adequada uma abordagem indutiva e generativa.

Referências

- Collis, B. (1987). Sex differences in the association between secondary school students' attitudes toward Mathematics and toward computers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18 (5), p. 394-402.
- Erlwanger, S. (1973). Benny's conception of rules and answers in IPI mathematics. *The Journal of Children Mathematical Behavior*, 1(2), p. 7-26.
- Frank, M. (1988). Problem solving and Mathematical beliefs. *Arithmetic Teacher*, 7(3), p. 32-34.
- Glencross, M. (1984). Classroom atmosphere and the attitudes of children and their teachers towards Mathematics. *Proceedings of the Eight International Conference for PME*, p. 448-456.
- Herzlich, C. (1972). La représentation sociale. In S. Moscovici (Ed.) *Introduction à la psychologie sociale*, 1. Paris: Larousse.
- Hoyles, C. (1982). The pupils view of mathematics learning. *Educational Studies in Mathematics*, 13, p. 349-372.
- Kent, D. (1979). More about the processes through which Mathematics is lost. *Educational Research*, 22 (1), p. 22-31.

- Kilpatrick, J. (1987). What constructivism might be in mathematics education. *Proceedings of the XI International Conference for PME*, p. 3-23.
- Kouba, V. & McDonald, J. (1987). Students' perceptions of Mathematics as a domain. *Proceedings of the XI International Conference for PME*, p. 106-112.
- Kulm, G. (1980). Research on Attitudes. In Shumway, R. (Ed.) *Research in Mathematics Education*. Reston: NCTM.
- Lawler, R. (1985). *Computer experience and cognitive development*. Chichester: Ellis Horwood.
- Marcelo, C. (1987). A study of implicit theories and beliefs about teaching in elementary school teachers. Comunicação apresentada no encontro anual da American Educational research Association, Washington.
- McLeod, D. (1987). A constructivist approach to research on attitude toward Mathematics. *Proceedings of the XI International Conference for PME*, p. 133-139.
- McLeod, D. (1989). The role of affect in mathematical problem solving. In D. Leod & V. Adams (Eds), *Affect and mathematical problem solving: a new perspective*. New York: Springer-Verlag.
- Quilter, D. & Harper, E. (1988). Why we didn't like mathematics, and why we can't do it. *Educational Research*, 30 (2), p. 121-134.
- Schoenfeld, A. (1986). Students' beliefs about Geometry and their effects on the students' geometry performance. Manuscrito não publicado.
- Schoenfeld, A. (1987). What's all the fuss about metacognition? In Schoenfeld, A. (Ed.), *Cognitive Science and Mathematics Education*. New Jersey.
- Shaughnessy, J., Haladyna, T. & Shaughnessy, M. (1983). Relations of student, teacher and learning environment variables to attitude Mathematics. *School Science and Mathematics*, 83 (1), p. 21-37.
- Shaw, M. & Wright, J. (1967). *Scales for the measurement of attitudes*. McGraw-Hill.
- Triandis, H. (1971). *Attitude and Attitude Change*. Wiley.
- Vala, J. (1986). Sobre as representações sociais - para uma epistemologia do senso comum. *Cadernos de Ciências Sociais*, 4, 5-30.
- von Glasersfeld, E. (1987). Learning as a constructive activity. In C. Janvier (Ed.) *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*. New Jersey: Erlbaum.