

DIBUJANDO MATEMÁTICAS

Joana Villalonga Pons – Elisabet Quintana i Casas

juanamaria.villalonga@e-campus.uab.cat

– quintana.elisabet@gmail.com

Universitat Autònoma de Barcelona, Catalunya – Escola Pia Igualada, Catalunya

Núcleo temático: V. Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Modalidad: CB

Nivel educativo: Educación Infantil i Primaria

Palabras clave: Competencia matemática, competencia artística, dibujo.

Resumen

Con el deseo de potenciar el desarrollo de la competencia matemática de los alumnos más jóvenes, a la vez que fomentar su creatividad matemática y el gusto por ella, hace 5 años que un grupo de docentes vinculados a ABEAM (<http://abeam.feemcat.org/>) organiza un concurso de dibujos matemáticos dirigido a los alumnos de entre 3 y 11 años de edad (Educación Infantil 3 años - 5º Educación Primaria). Mediante la realización de un dibujo (utilizando las técnicas plásticas que se deseen) y con un título sugerente, se pretende que los alumnos, de manera individual, transmitan algún aspecto distintivo de las matemáticas. A lo largo de estos 5 años, observamos cómo esta actividad puede generar recursos y dinámicas de aula ricas e interesantes para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en las aulas de Infantil y Primaria. Con la exposición de algunos ejemplos concretos extraídos de las obras recibidas en el concurso a lo largo de estos 5 años, más que dar a conocer en qué consiste y cómo se desarrolla el concurso en sí mismo, pretendemos compartir experiencias de la actividad matemática que, motivados por el concurso, observamos que se pueden generar.

Introducción

El Concurso de Dibujos Matemáticos de ABEAM es una actividad que, desde el curso académico 2012-2013, se organiza desde la Asociación de Barcelona para el Estudio y el Aprendizaje de las Matemáticas (ABEAM) con el objetivo de promover la creatividad matemática y el gusto para ella, así como potenciar el desarrollo de las competencias matemáticas en los más pequeños de los centros educativos. Atendiendo que el dibujo es un medio de expresión donde el niño desarrolla su capacidad introspectiva y exterioriza ideas y sentimientos (Hoyuelos, 2002), y con el que entendemos que los maestros están familiarizados, se propuso este recurso como el pretexto para trabajar, experimentar, sentir, disfrutar, analizar, pero sobre todo transmitir y comunicar la labor desempeñada a lo largo

del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Entendemos así por dibujo cualquier obra plástica que los niños pueden plasmar de manera plana en un papel, utilizando las técnicas plásticas que deseen. Por ello nos referimos también por obras a los dibujos.

El concurso va dirigido a los alumnos de 3, 4 y 5 años de Educación Infantil y los cursos de 1º, 2º, 3º, 4º y 5º de Educación Primaria. Así, según las edades de los alumnos, se distinguen tres categorías de participación: categoría A, para los alumnos de Infantil P3, P4 y P5; categoría B, que engloba los alumnos de 1º, 2º y 3º de Educación Primaria, y finalmente, la categoría C, para los alumnos de 4º y 5º de Educación Primaria. Además, en cada una de estas categorías, se reserva una mención especial para aquellos alumnos que presenten dificultades de aprendizaje relacionadas con las matemáticas o la expresión artística.

El tema principal a tratar en los dibujos son las matemáticas, desde cualquier perspectiva y sin ningún tipo de restricción. Los dibujos, u obras plásticas, deben de ser trabajadas desde una vertiente artística, por lo que se puede aplicar cualquier técnica plástica de dibujo y deben de caracterizarse con un título que haga alusión directa al contenido matemático que en ellas se presentan.

De las obras es tan importante el contenido matemático que se puede ver directamente en ellas, como el juego matemático que, en algún sentido, puedan promover. Se trata, pues, de la competencia del artista en determinar, entender y explicar la matemática que quiere transmitir a través de su obra. Por ello, en las obras que hagan nuestros pequeños artistas, esta intención matemática debe quedar claramente reflejada, tanto en la representación como en el título de la obra que, como se ha comentado, se pide que, de alguna manera, haga alusión a la matemática que en la obra se expone.

La actividad se inicia a nivel de aula y va a cargo de los docentes responsables en cada uno de los centros inscritos. En cada uno de los centros, los alumnos participantes deben elaborar y titular a nivel individual sus obras matemáticas usando las técnicas artísticas que deseen. El profesorado puede ayudarles a encarrilar su trabajo, fijando o no ciertas directrices sobre el aspecto matemático a trabajar, así como proporcionarles aquellas técnicas artísticas y materiales que necesiten. Así mismo, el juego o la explicación matemática final que se observa en su dibujo deben ser inéditos del alumno. Más allá de esta premisa, cada centro es libre de desarrollar la actividad como desee.

A lo largo de estos 5 años, el volumen de dibujos, u obras plásticas, matemáticos recibidos, así como las posibilidades que ofrecen es de gran valor. Gracias a la participación de distintos centros de Cataluña se ha ido generando un conjunto de recursos, creados por los propios alumnos, creemos potenciales para trabajar las matemáticas en las aulas de infantil i primaria. Con esta comunicación nos gustará compartir algunos de los trabajos recibidos a lo largo de estos 5 años y acompañarlos de alguna propuesta concreta de la que nos han informado las maestras o bien de nuestras lecturas y propuestas de trabajo atendiendo el dibujo recibido. Con ello ratificamos como los dibujos matemáticos creados por los propios alumnos no pueden quedar en un simple dibujo, sino que se convierten en un material potencial, tanto en su proceso de creación como de aplicación y de reutilización, en el proceso de enseñanza-aprendizaje-evaluación de las matemáticas de los alumnos.

Las imágenes de las obras participantes en el concurso a las que nos referiremos se presentan como Figuras en el Anexo del trabajo. Por las condiciones de participación, vienen acompañadas de la información relativa a sus autores de manera explícita. Para evitar problemas de género, nos referiremos al conjunto de alumnos y alumnas como alumnos, y de niños y niñas, como niños. Con el término maestras nos referiremos a los docentes independientemente de su formación inicial.

Dibujar y el dibujo como recurso

Con las obras recibidas, y por el contacto directo con algunas maestras implicadas, observamos como el dibujo se convierte en un recurso tanto para introducir, desarrollar, precisar, generalizar e, incluso, evaluar distintos aspectos matemáticos, des de diversas perspectivas y con distintas finalidades, contextualizados en la misma matemática, como fuera de ella (partes del cuerpo, aspectos sociales o de la naturaleza, etc.). Si bien observamos como los dibujos recibidos recogen fundamentalmente aspectos relacionados con los cuatro primeros bloques de contenidos del currículum (Numeración y Cálculo, Relación y Cambio, Espacio y Forma y Medida) el último bloque, dedicado a la Estadística y el Azar, parece aún ausente en los trabajos recibidos. Por motivos de espacio, nos decantamos por comentar obras relacionadas con el bloque de la medida y que, de alguna forma, van más allá de un juego de palabras, o una ilustración directa de un concepto relacionado con la medida.

Ejemplo 1.

Atendiendo el contacto con una de las maestras responsables de la actividad en su centro, explicamos aquí un caso de creación de un dibujo tal y como lo gestionó la maestra responsable, atendiendo el interés que nos pareció que puede tener como propuesta para la introducción de instrumentos de medida o casos en que los alumnos presenten una dificultad similar.

Nos encontramos en 2º de E.P, donde se está tratando la longitud. La maestra pretende introducir el metro, pero se da cuenta de que sus alumnos perciben el metro como un objeto físico y estático, como concretamente una barra, de longitud 1 metro. Es decir, identificaban la barra de 1 metro de longitud como el instrumento de medida. Interesada por desvincular esta idea prefijada, gestionó una actividad de aula que finalizó con la realización de un dibujo matemático. Veamos como lo gestionó. Habiendo empapelado la pared del aula, con la ayuda de una cintra métrica (flexible) marcaron conjuntamente la altura de 1 metro. Posteriormente, los alumnos marcaron sus alturas en el papel de la clase. Con ello, se dieron cuenta que todos medían algo más de 1 metro de longitud. Para confirmar este hecho, la maestra propuso que cada niño cortara una tira de papel de un 1 metro de longitud de color verde y que el resto entre la longitud de 1 metro y la longitud del alumno fuera representado por una tira de papel de color amarillo. El proceso de medirse fue enriquecedor al mismo tiempo que laborioso. La maestra observó cómo algunos alumnos no sabían de modo alguno como medirse y otros muchos que hacían sus mediciones de manera incorrecta. A lo largo del proceso fueron los mismos alumnos quienes se dieron cuenta de sus errores de medición, especialmente por reflexionar, entre ellos, que no podía haber un error de medición tan grande como observaron entre unos y otros alumnos, lo que hizo de la experiencia, una GRAN experiencia. La maestra destaca que cada alumno, recurriendo al ensayo y error, se vio obligado a medirse un mínimo de dos veces hasta quedar convencido de su medida. Llegados a este punto, los alumnos se dieron cuenta que, a pesar de que algunos de ellos tenían una misma altura, sus partes del cuerpo no se encontraban en una misma altura, lo que les llevó a hablar que, proporcionalmente, sus partes del cuerpo no eran iguales, a pesar de tener una misma altura. Para comprobar esta suposición, decidieron buscar algunos puntos concretos en sus cuerpos y midieron a qué altura, estos puntos del cuerpo, se encontraban del suelo. Estos puntos fueron las rodillas, la cintura, la barbilla y los ojos. Marcaron estas alturas en sus tiras de papel. Finalmente, con la introducción del dibujo se recopiló todo el trabajo desarrollado. En

una hoja de papel, por un lado, cada alumno se dibujó y, por otro, pegaron las dos tiras correspondientes a su altura. Al no haber las tiras de una pieza, las incorporaron cortándolas a fragmentos de manera que cupieran en el documento. En el dibujo marcaron las partes medidas y que habían señalado en la tira de papel que utilizaron para medirse. Con la introducción de esta leyenda, que surgió de ellos mismos, a su vez, trabajaron la representación a escala.

Para terminar, faltaba darle un título, decisión nada fácil después de todo lo trabajado y al mismo tiempo muy revelador del aprendizaje logrado a lo largo de la actividad. En este quehacer la maestra decidió que cada alumno pusiera el que creyera más conveniente. El título del dibujo que aquí presentamos (ver Anexo 1), traducido al español es “Yo dentro de una hoja”. La maestra valora muy positivamente esta experiencia porque con ella realmente notó un proceso de maduración, así como un progreso muy positivo en todos sus alumnos sin excepción.

Ejemplo 2.

En la obra que se observa en el Anexo 2, titulada en español como “Cien-Inma-tres”, el autor, un alumno de 2º curso de E.P., presenta el dibujo de una niña a quien le asigna ciertas cantidades a determinadas partes de su cuerpo. Este dibujo nos invita a reflexionar sobre qué pueden indicar exactamente estas cantidades y valorar si pueden o no ser correctas. Al estar acompañadas por unas unidades concretas: cm, surge el debate sobre qué son los cm y por qué se ha utilizado esta unidad y no otra.

Por otro lado, intentamos dar significado al título de la obra, que traducido al español es “Cien-Inma-tres”. Seguramente el autor nos dará una respuesta automática pero, antes de ello, es interesante plantearnos qué puede significar. Podemos entender que el título se refiere al total de la altura de la niña representada, quedando por descifrar el valor de las decenas que vienen codificadas por el nombre de la niña. Para poder determinar su altura, es necesario determinar qué medidas considerar. Parecen necesarias las alturas relativas a la cabeza, el tronco y las piernas, pero no encontramos la medida del tronco... Con ellos surgen nuevas preguntas ¿podemos determinar el valor que no falta conociendo las otras medidas? ¿Podemos estimar el valor de esta medida?

Este trabajo es un ejemplo de cómo el dibujo es un medio con el cual el alumno puede compartir sus ideas, conocimientos, y conexiones, al mismo tiempo que permite al docente

u otros compañeros reflexionar sobre lo que se ha representado, cuestionarse sobre ello y desarrollar así un espíritu crítico sobre lo que uno observa. En concreto, más allá de trabajar la medida y de la necesidad de ser precisos a la hora de indicar medidas, permite reflexionar sobre la estimación y la funcionalidad del cálculo.

Ejemplo 3.

Este tercer ejemplo, además de enseñarnos como a veces las rutas de aprendizaje que pretendemos llevar a cabo conllevan otros de no esperados, es un ejemplo de cómo un dibujo de nuestros alumnos puede ser la motivación para otros.

El título de la obra que promovió un ejemplo de esta situación, y que se adjunta en el Anexo 3, se traduce como “Un tren largo y otro de corto”. Con la intención de introducir el concepto largo/corto en alumnos de P3, la maestra tomó el dibujo (ver Anexo 3) y al presentarlo, la reflexión que se desarrolló con uno de los alumnos llevó del trabajo de la medida y comparación al de la numeración y cantidad.

Para introducir la comparación que se pretendía, se mostró que en el dibujo había 2 trenes, incitando a que éstos fueran comprados. Al preguntar cómo era el tren de arriba el niño contestó, como esperábamos, que largo, pero al preguntarle cómo era el de abajo, diferencia de lo que esperábamos, respondió: *Pequeño, cómo mis años*. Al preguntarle por qué era como sus años, respondió: *Porqué hay 3 botones*.

A partir de esta respuesta, la reflexión se desvió a determinar cuántos adhesivos formaban, exactamente, el cuerpo del tren grande si el pequeño era de 3 adhesivos. El niño resiguió todas las pegatinas que consideró que formaban el cuerpo del tren más largo y, con la ayuda de la maestra que iba contando, llegaron a la conclusión de que, si el tren pequeño era de 3 adhesivos, el grande era de 19. Una vez contados los trenes el niño aportó una nueva observación. Mirando el tren de abajo dijo que si había botones (que es como él se refería a las redondas) también tenía que haber cuadrados. A partir de aquí abrió un nuevo camino, al mostrar cierta inquietud en que las ruedas del tren no mantuvieran cierta proporción. Analizado el dibujo, a partir de la idea que había salido le pedimos que él hiciera un nuevo dibujo que se titulara “Como mis años”. Se le dio un papel, colores y adhesivos. El resultado fue el que se observa en la Figura 1.

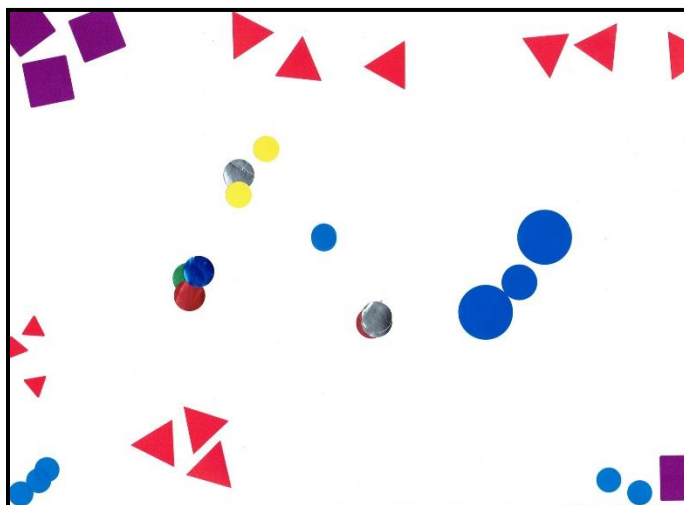


Figura 1. Dibujo realizado por un alumno de P3 inspirado en la obra de la Figura 3 del Anexo 2.

Al iniciar el dibujo, el niño empezó poniendo los adhesivos unos al lado de los otros más bien en los bordes de la hoja. Al final, fue cuando hizo las configuraciones centrales. Como podemos ver, los adhesivos están agrupados de tres en tres, incluso el rectángulo lila o los dos círculos azules que, de manera más precisa que con los tres círculos de la parte inferior izquierda, los pegó uno encima del otro. Al pedir por qué lo hacía así, argumentó que, aunque estuvieran así, (dispuestas una sobre de la otra) había como sus años. Con ello observamos como un trabajo inicialmente pensado para trabajar la medida y la comparación, sirvió para trabajar la cantidad y la numeración, así como que el dibujo elaborado por otro niño fue el medio para que otro pudiera aprender y reforzar otras ideas no necesariamente contempladas inicialmente.

Con este ejemplo observamos cómo, para trabajar las matemáticas con dibujos no siempre es necesario elaborar una obra con un motivo inicial concreto, sino que un dibujo elaborado, como cualquier otro motivo, puede ser el motivo que promueve la reflexión y el trabajo sobre matemático y, tomando ese nuevo rumbo, puede surgir la necesidad o propuestas de elaborar de otros. Otra observación que surge de esta experiencia es que al mirar un dibujo con ojos matemáticos no encontramos solamente lo que describe el título, sino que podemos detectar otros aspectos, tanto o más relevantes. En este sentido, como hemos observado con este caso, nuestros alumnos casi siempre nos enseñan caminos muy interesantes en los que nosotros no habíamos pensado y en los que vale la pena indagar.

Ejemplo 4.

Acabamos con una pincelada a un cuarto ejemplo, obra de una alumna de 3 años, en la que, bajo el título, en español, “Granizo, lluvia, llovizna”, se manifiesta una bonita relación entre la medida y la descubierta de patrones y comprensión de cambios. Con la composición de tres puntilleos de distinta gordura, a imagen de cuando llovizna, llueve o graniza, se pueden introducir conceptos como fino y grueso, relaciones de comparación, como más fino y más grueso, al tanto que se trata de una forma de modelar un hecho natural que, a su vez, conlleva el descubrimiento de patrones y poder entender el paso de una a otra forma. Con ello observamos como ciertas técnicas de dibujo, como el collage, permiten relacionar, experimentar y comunicar distintas ideas matemáticas.

Reflexiones finales

Con la pequeña muestra de las obras matemático-artísticas que aquí hemos comentado y de las dinámicas asociadas, desarrolladas o propuestas, observamos como el dibujo puede convertirse en un medio con el que los alumnos, más allá de ilustrar las matemáticas de su entorno, puedan expresar y conectar sus conocimientos matemáticos y de nuevos, descubrir o familiarizarse con instrumentos para trabajar matemáticas, así como canalizar su aprendizaje y sus sentimientos en relación a ello. En particular hemos visto como a través del dibujo los alumnos son capaces de ilustrar las matemáticas que tienen a su alcance, así como jugar con ellas para descubrir y promover nuevas cuestiones u conocimientos. Hemos observado cómo tanto el propio dibujo como el de otros pueden estimular el razonamiento de los alumnos dando pie a nuevos conocimientos y relaciones matemáticas. También hemos evidenciado como a través de las técnicas de dibujo se pueden poner en práctica conocimientos y estrategias matemáticas, así como hacer visibles ciertas estructuras o relaciones matemáticas que, de otra manera, pueden resultar más complicadas. Finalmente, destacar que la propia dinámica que genera el trabajo entorno al dibujo o bien ciertas técnicas de dibujo permiten el descubrimiento de nuevos instrumentos y estrategias para trabajar y aprender matemáticas. Por ello, la reflexión y mirada posterior del profesor hacia el dibujo y su contenido es imprescindible (Cabanellas, 1999), pero también lo es la previa para ofrecer oportunidades de comprensión y aprendizaje mediante el dibujo a los alumnos. Del mismo modo, promover la mirada de los propios alumnos sobre sus dibujos matemáticos les puede ayudar a reforzar su competencia matemática. Confirmamos como los dibujos pueden ser un

recurso especialmente útil en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas incluyendo su evaluación.

Destacamos, finalmente, que las obras a las que nos hemos referido pertenecen a las categorías A y B, las más pequeñas del concurso. Sin pretenderlo, esto ilustra nuestra sospecha que la imaginación y la libertad de expresión de cualquier aspecto matemático es más presente en los alumnos de los cursos inferiores que en los superiores.

Referencias bibliográficas

Concurs de Dibuixos Matemàtics ABEAM (2012-2017)

<http://abeam.feemcat.org/course/view.php?id=25>

Grup Dibuixos Matemàtics ABEAM. (2015, Noviembre 7). *Em dibuixes matemàtiques?* XVIII Jornada Didàctica Matemàtica d'ABEAM, Barcelona, Catalunya. Recuperado de <http://abeam.feemcat.org/mod/resource/view.php?id=1053>

Grup Dibuixos Matemàtics ABEAM. (2015, Noviembre 7). *Descobrir matemàtiques amb un dibuix.* XVIII Jornada Didàctica Matemàtica d'ABEAM, Barcelona, Catalunya. Recuperado de <http://abeam.feemcat.org/mod/resource/view.php?id=1052>

Hoyuelos, A. (2002). Els plaers, Malaguzzi i el dibuix infantil. *Guix D'Infantil*, 8, 12-13. Recuperado de <http://dialnet.unirioja.es>

Cabanellas, I. (1999). El gesto gráfico infantil: un dialogo entre materia y acción. *Aula de Innovación Educativa*, 81, Recuperado de <http://www.grao.com/revistes/aula>

TRABAJO DIBUJANDO MATEMÁTICAS

ANEXOS

En los Anexos que se presentan a continuación se presentan las imágenes de los dibujos participantes al Concurso de Dibujos Matemáticos de ABEAM a los que se hacen referencia a lo largo del trabajo presentado.

Anexo 1.....	87
Anexo 2.....	88
Anexo 3.....	89
Anexo 4.....	89

Anexo 1.

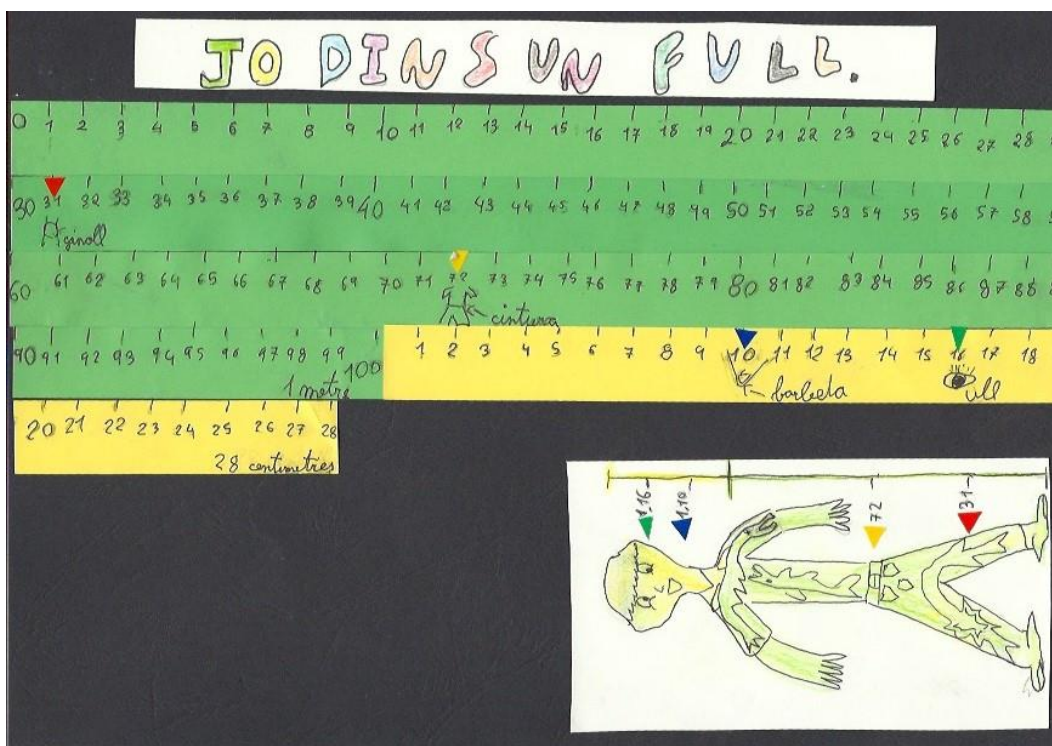


Figura 2. *Jo dins un full.* Arnau Cortijo Panadés (2º E.P. – Pia Igualada)

Obra Finalista Categoría B Concurs Dibuixos Matemàtics ABEAM curso 2015–2016

Anexo 2.



Figura 3. *Cent-imma-tres*. Guillem Soler Vilademunt (2º E.P. – Segimon Comas)
Obra Finalista Categoría B Concurs Dibuxos Matemàtics ABEAM.2014–2015

Anexo 3.



Figura 4. *Un tren llarg i un de curt!* Júlia Ollé Coll. (P4 – Sant Ramon de Penyafort) Obra Finalista Categoría A Concurs Dibuixos Matemàtics ABEAM curso 2014–2015.

Anexo 4.

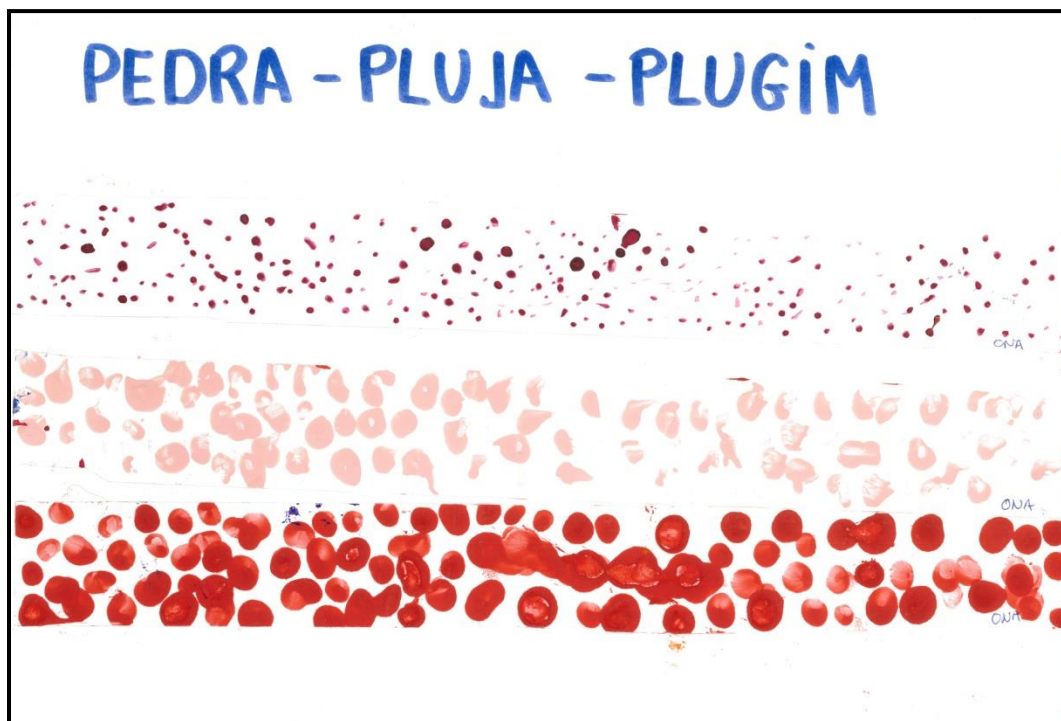


Figura 5. *Pedra, pluja, plugim!* Ona Mosella Caros. (P3 – Immaculada Concepció) Obra Finalista Categoría A Concurs Dibuixos Matemàtics ABEAM curso 2015–2016.