

Remillard, J. T., Herbel-Eisenmann, B. A., Lloyd, G. M. (2009). *Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction* (Studies in Mathematical Thinking and Learning Series, A. Schoenfeld, Ed.). New York: Routledge.  
CB-745

## **ESTUDIO DEL PAPEL QUE JUEGAN LOS MATERIALES MANIPULATIVOS EN LA RESOLUCION DE PROBLEMAS COMPETENCIALES CON ALUMNOS DE EDUCACIÓN SECUNDARIA**

Yolanda Colom Torrens1 – Núria Rosich Sala 2  
[ycolom@uda.ad](mailto:ycolom@uda.ad) . – [nurariosich@ub.edu](mailto:nurariosich@ub.edu)

Universidad de Andorra Universidad de Barcelona  
Andorra- España

Núcleo temático: Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Modalidad: CB

Nivel educativo: Medio o secundario

Palabras clave: Geoplano, Taller matemático, Problemas matemáticos, TDAH.

### **Resumen**

*En el estudio que presentamos hemos analizado como los materiales didácticos contribuyen en la resolución de problemas matemáticos competenciales (OECD, 2013) con los alumnos con TDAH y sin TDAH de las escuelas del sistema Andorrano de educación secundaria obligatoria. La realización de un Taller matemático empleando materiales didácticos (Alsina, C, Burgués y Fortuny, J.M 1987) como el geoplano y los dados nos ha permitido determinar cómo estos materiales didácticos pueden ayudar en la resolución de las diferentes actividades competenciales matemáticas. Estos materiales nos han permitido describir métodos de trabajo y establecer pautas adecuadas que pueden ayudar a los alumnos con TDAH y sin TDAH en la resolución y el aprendizaje de las matemáticas de forma colaborativa. Y también conocer los diferentes momentos de atención y desatención cuando resuelven un problema matemático en parejas. Dichos materiales han captado la atención de los alumnos, creando situaciones de pregunta y de complicidad necesaria para conseguir un nivel competencial y un aprendizaje matemático que en definitiva es lo que siempre se intenta conseguir.*

### **Introducción**

El estudio se ocupa de conocer el nivel competencial matemático que tienen los alumnos de secundaria obligatoria con déficit de atención con hiperactividad y sin, en las aulas heterogéneas de la escuela andorra, así como las interacciones que se producen cuando resuelven los problemas con materiales didácticos por parejas. El trabajo por parejas

cooperativas nos ha proporcionado una nueva perspectiva del aprendizaje de las matemáticas. Los resultados del taller matemático en tareas cooperativas de pareja han puesto de relieve que los alumnos son capaces de resolver correctamente la mayoría de los problemas que sean presentado independientemente de la dificultad de los mismos. Pensamos que los materiales didácticos utilizados como ayuda, han sido un buen instrumento para plantear el problema y deducir una estrategia de resolución. Hemos podido constatar durante la experiencia que en muchos casos les ha ayudado a clarificar las ideas que les iban surgiendo, para trasladar los conceptos matemáticos a la situación problema en el que se encontraban creando un dialogo entre ellos muy constructivo de pregunta- respuesta que les ha permitido llegar a encontrar la solución final con éxito que es lo que realmente queremos.

### **Referentes teóricos**

En la investigación queremos constatar en qué medida los materiales didácticos ayudan a los alumnos en la resolución de los problemas matemáticos competenciales. Para ello hemos partido de las recomendaciones dadas por (Alsina, C, Burgués y Fortuny, J.M; 1987) que destacan el valor de la utilización de los materiales didácticos en el aprendizaje de las matemáticas y en nuestro caso nos hemos centrado en el uso del geoplano.

Para el estudio de las interacciones tomamos como referentes (Cobb, Yackel & Wood, 1995) que parten de la idea de que la construcción social del conocimiento de los alumnos surge de la interacción con los otros. Sfard (2008), considera la conceptualización del pensamiento como un caso particular de la comunicación, entre uno mismo y con otras personas. El conocimiento desde esta perspectiva comunicativa sólo tiene sentido en el contexto y en la interacción social, así (Sfard, 2008; Krummheuer, 2011) ven en el aprendizaje una participación en la práctica social.

En nuestra investigación queremos identificar que interacciones se establecen cuando los alumnos resuelven un problema en parejas formadas por un alumno con TDAH y un alumno sin TDAH. Es por ello que nos hemos centrado en los estudios realizados inicialmente por Cobo (1998) en los que el análisis se centra en los siguientes conceptos:

**Intervención:** Un turno de palabra puede tener varias intervenciones, y que el cambio de turno de palabra puede implicar un cambio de intervención. Según Calsamiglia et al.(1997) distinguen entre:

- *“Intervenciones problematizadas: son las que convierten el tema en objeto de debate”.*
- *“Intervenciones no problematizadas: son las que no aportan nada al tema de discusión”.*

**Intercambio:** es cuando se produce una reacción. Se entiende como reacción la respuesta a un estímulo es decir a una acción. Por este motivo podemos distinguir las siguientes situaciones.

Para el estudio de las interacciones entre parejas (alumno con TDAH/ sin TDAH) nos encontramos que nos hacían falta introducir nuevas categorías, ya que en la bibliografía revisada no estaban presentes algunas de las mismas que podían caracterizar precisamente a los alumnos con TDAH. Por este motivo creamos un sistema de códigos de las interacciones con algunas categorías nuevas relacionadas con las de Chico (2014) y del trabajo de Cobo (1998). Así en los códigos de inicio del problema se han contabilizado de forma individual (en la pareja) y se han contemplado además de las mencionadas por Chico (2014): aportar, compartir, dudar, iniciar, rechazar y apoyar. Y nosotros hemos añadido las de: desconectar, interrumpir y preguntar, para poder compararlas con los alumnos sin TDAH. También se han analizado al inicio, las categorías y se han codificado las de aclaración, ampliación, cuestionamiento, clarificación, duda, exposición, opinión, perífrasis, refutación y síntesis, dados por Chico (2014).

### **Desarrollo de la experiencia**

El desarrollo del Taller matemático nos ha permitido determinar cómo los materiales didácticos y las interacciones entre parejas de alumnos pueden contribuir en la resolución de los problemas matemáticos competenciales. Los materiales didácticos manipulables por parte de los alumnos son un instrumento que creemos que ayudan a fijar la atención de todos los alumnos, ya sean alumnos con TDAH o sin. La población del estudio la han constituido 48 alumnos de dos grupos clase de 4ºESO y se ha analizado seis parejas formadas por un

alumno con TDAH y uno sin TDAH. Para mantener su anonimato se le ha asignado un número a cada uno de ellos, de acuerdo con las buenas prácticas de la investigación.

El Taller matemático se estructuró en tres partes: unas actividades previas con materiales didácticos (geoplano, dados...) con la finalidad de conocer el punto de partida de todos los alumnos, la segunda parte unos problemas por parejas que nos permitieron valorar las intervenciones que realizaban los alumnos y como utilizaban los materiales y seguidamente una prueba final individual para poder determinar el nivel competencial adquirido por los alumnos.

Los problemas seleccionados para la realización de las actividades por parejas son problemas de tipo realista de los planteados en el estudio PISA y concretamente los de tipo de conexión: *Antártida, Triángulos, Granja, Carpintero y Dados*.

Mostraremos a continuación diferentes fragmentos de cómo los alumnos utilizan los materiales didácticos en la resolución de los diferentes problemas por parejas. Pudimos analizar detalladamente el proceso de resolución ya que las sesiones se registraron en video y audio, eran los propios alumnos que realizaban la grabación en video (con el Ipad) y esto provocaba que muchas veces ellos mismos se olvidaran que se estaban grabando. Cada pareja dispuso de 3 horas para finalizar las dos actividades compuestas por los cinco problemas. A partir de los mismos se codificaron las interacciones de acuerdo con Cobo (1998) y Chico (2014). Se añadieron las nuevas categorías debido a que estamos estudiando las interacciones de un alumno que tienen un TDAH y uno sin TDAH. Y nos interesaba determinar cuáles eran los motivos que provocan la falta de atención y de concentración de los alumnos, y las consecuencias que implicaban en la resolución de un problema matemático.

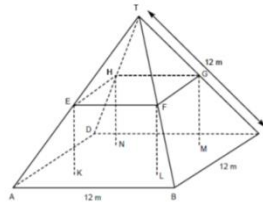
Mostraremos a continuación el problema de la “Antártida” y el de la “Granja” ya que son dos problemas que resuelven las seis parejas utilizando el geoplano.

El problema de la Antártida dice: “*Estima el área de la Antártida utilizando la escala que acompaña al mapa. Muestra cómo has hecho los cálculos y explica cómo has hecho tu estimación (puedes dibujar sobre el mapa, si te es útil para hacer la estimación)*”.

Y el problema de la Granja dice “*Aquí ves una fotografía de una casa de campo con el tejado en forma de pirámide*”



Debajo hay un modelo matemático del tejado de la casa con las medidas correspondientes.



La planta del ático  $ABCD$  en el modelo, es un cuadrado. Las vigas que sostienen el tejado son las aristas de un bloque (prisma rectangular)  $EFGHKL$ .  $E$  es el punto medio de  $AT$ .  $F$  es el punto medio de  $BT$ .  $G$  es el punto medio de  $CT$  y  $H$  es el punto medio de  $DT$ . Todas las aristas de la pirámide tienen  $13m$  de longitud.

- a.-Calcula el área de la planta del ático  $ABCD$ .
- b.- Calcula la longitud de  $EF$ , una de las aristas horizontales del bloque”

### **Análisis y resultados**

Mostraremos a continuación como hemos realizado el análisis y los resultados obtenidos por diferentes parejas, así como diferentes fragmentos de cómo los alumnos utilizaban los materiales didácticos en la resolución de los problemas.

El proceso que han seguido para resolver el problema de la “Antártida”, la pareja nº1 mostramos un trozo del dialogo: Alumno 2 *¿Quieres dibujar cuadraditos?. Tú haces los verticales. Vale. A mi estos no me saldrán bien. Alumno 1. Como encuentras lo de aquí dentro.* El alumno señala la parte central del mapa. Alumno 2. *Mira si te dicen 2cm que*

*equivale a 1km con lo del geoplano vemos cuadrados. Quieres hacer el favor de estar aquí. No se lo digas. Esto es lo nuestro. Como me puedes decir que no lo entiendes. Porque me dices que no. Alumno 1. Señala el mapa la parte exterior. Como podrás calcular esto. Alumno 2. Gira la regla. Y contesta: Mira sabes que 5mm son 2cm e iras calculando. Vale. Hago las verticales.*

El alumno 2 pasa el lápiz al alumno 1 y le pide que haga las rectas verticales. Y mientras tanto anota en la hoja lo que están realizando.

1.- Dibujamos en el mapa cuadrados de 2cm ya que la escala dice que son 1000Km.

El alumno 1 acaba de dibujar las rectas. Y se gira para continuar hablando con otros compañeros.



Ilustración 1: Dibujo realizado por la pareja nº 1

Alumno 2. *Haber “1”.* Vale. Numera los cuadrados: *uno, dos, tres, cuatro enteros.*

Van estableciendo un valor, y luego realizan la suma con la calculadora y establecen como resultado final  $831.000 \text{ Km}^2$ . Han resuelto el problema en 23 min.

La pareja nº2 ha seguido el procedimiento siguiente. Los alumnos realizan cada uno sus esquemas, como mostramos a continuación :

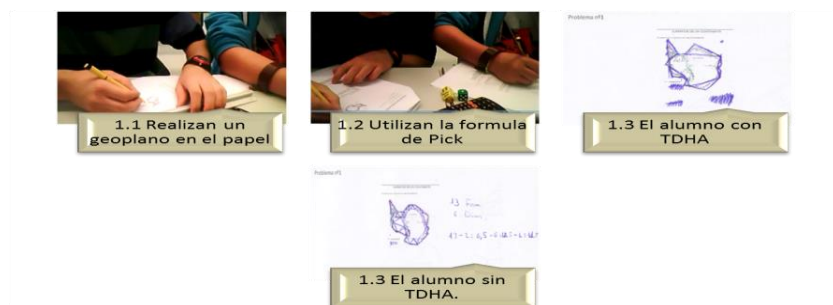


Ilustración 2: Gráfico resumen de la resolución del problema de la Antártida de la pareja nº 2.  
Fuente: elaboración propia



Dibujan sobre el papel el geoplano que les ha permitido determinar el área correspondiente. La pareja nº 1 para resolver el problema de la “Granja”, sigue el proceso siguiente:



Ilustración 3: Gráfico resumen de la resolución del problema de la Granja de la pareja nº 1.  
Fuente: elaboración propia

Los dos alumnos han comprendido el enunciado y planteado con la ayuda del geoplano físico la estrategia para resolver el problema utilizando correctamente el concepto de área. Sin duda el alumno con TDAH llega a conseguir el nivel competencial debido al trabajo con su pareja. Sin este trabajo por parejas el alumno con TDAH no es capaz por sí solo de resolver el problema.

Y la pareja nº4 durante la resolución del problema podemos resaltar distintos instantes del diálogo que establecen los alumnos cuando utilizan el geoplano. A continuación, mostramos una pequeña parte del diálogo con las categorías de las interacciones que se han asignado entre los dos alumnos de manera que se puede observar como plantean y argumentan.

Tiempo	Alumno 1 (con TDAH)	Alumno 2 (sin TDAH)	Observaciones	Intercambio
4:56	No te ayuda.	Porque esto es la mitad. Si construimos un cuadrado.  Y si lo dibujamos. Es la mitad	Coge el geoplano. 	Desacuerdo Aislado
5:17	2 No participas. Je, Je  Quieres que vaya a buscar otro geoplano. La profesora se aburrirá ya llevamos 5 min.Quieres que vaya buscar otro. NO	Uno, dos, tres, cuatro y cinco.  Haber. Hacemos un triángulo. Uno dos tres cuatro. A ver si hacemos así.		Interrupción Aislado  Interrupción Atención

Mostramos los resultados de las interacciones por parejas de los dos problemas (Antártida y Granja). Los alumnos han interactuado efectuando en mayor proporción el intercambio cooperativo, tanto en el problema de la Antártida como en el de la Granja, este es un resultado que se constata en el trabajo por parejas, seguido de la interacción de validación y de pregunta. En cuanto a las interacciones iniciales la interacción de compartir una idea cuando realizan un trabajo por parejas es la que los alumnos han manifestado en mayor proporción seguida de la interacción de pregunta. Y en las interacciones a nivel de pareja la de la clarificación que supone que ambos alumnos han aclarado o corregido un razonamiento de su pareja es la interacción que también se produce en mayor frecuencia.

A partir de los tres resultados anteriores, deducimos que las interacciones que se presentan en mayor frecuencia absoluta, para los alumnos con TDAH y sin TDAH son: el intercambio cooperativo, la interacción inicial de compartir y la interacción por parejas de clarificar.

### **Conclusiones**

El diseño de un Taller matemático utilizando materiales didácticos ofrece la posibilidad de obtener mejores resultados en la resolución de problemas. Los alumnos manifiestan a lo largo de las sesiones que esta forma de trabajar les ha proporcionado una nueva visión de las matemáticas. El trabajo por parejas ha hecho que los alumnos se implicasen, cada uno en su medida, en la realización de los problemas. La utilización de materiales didácticos (geoplano) les ha permitido visualizar la interpretación de los enunciados consiguiendo un trabajo más participativo.

El trabajo por parejas, especialmente con alumnos con TDAH, genera un punto de participación y de atención por parte de los dos alumnos de la pareja. Hemos visto como la mayoría de los alumnos han conseguido finalizar las actividades propuestas con éxito, algunas de las actividades, incluso más sencillas que muchas veces no se conseguían terminar. Por lo que se recomienda en la medida de lo posible introducir materiales que puedan ofrecer a los alumnos una nueva perspectiva en la resolución de problemas matemáticos. Ya sea materiales creados o que ellos mismos deban de construir como podría ser el teodolito. Es recomendable provocar o generar una discusión entre los alumnos, generar preguntas en que son ellos los protagonistas y deben de contestar y de resolver de forma colaborativa, esto les responsabiliza a finalizar las actividades matemáticas.



## Referencias bibliográficas

- Alsina, C., Burgués y Fortuny, J. M. (1987). *Invitación a la didáctica de la geometría*. Madrid: Síntesis.
- Calsamiglia et.al (1997). *La parla com a espectacle: una anàlisi de “la vida en un xip”*. Publicacions de la Universitat Autònoma
- Chico, J. (2014). *Impacto de la interaccion en grupo en la construcción de argumentacion colectiva en clase de matematicas*. Tesis Doctoral. Universitat Autònoma de Barcelona
- Cobb, Yackel i Wood, (1995). The teaching experiment classroom. En P.Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *the emergence of mathematical meaning: interaction in classroom cultures* (pp.17-24). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Cobo,P. (1998). *Análisis de los procesos cognitivos y de las interacciones sociales entre alumnos (16-17) en la resolución de problemas que comparan áreas de superficies planas. Un estudio de casos*. Tesis Doctoral. Universitat Autònoma de Barcelona
- Krummheuer, G. (2011). Representation of the notion “learning-as-participation” in everyday situations of mathematics classes. *ZDM- The International Journal on Mathematics Education*, 43(172), 81-90.
- OECD (2013).” *Estímulos PISA de Matemáticas liberados. Aplicación como recurso didáctico en la ESO*”. Madrid. INEE, OECD.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating. Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge, MA: Cambridge University Press