

Diseño e implementación de lecciones y módulo instruccional “Las aventuras de Ada y Gauss” para la enseñanza de las medidas de tendencia central y conceptos básicos de programación en nivel intermedio

María M. López Delgado
maria.lopez13@upr.edu@upr.edu
Universidad de Puerto Rico – Recinto de Río Piedras

Núcleo temático: VI. Matemáticas y su integración con otras áreas.

Modalidad: CB

Nivel educativo: 3. Nivel educativo medio o secundario (12 a 15 años)

Palabras clave: medidas de tendencia central, programación, solución de problemas, interpretación

Resumo

Este proyecto realiza una contribución en el proceso de la enseñanza de la Matemática, específicamente en el área de la Estadística Descriptiva, en el nivel intermedio. El propósito principal es el desarrollo de la interpretación de las medidas de tendencia central. También se busca exponer a los alumnos a aprender conceptos básicos de programación para que simulen los algoritmos para calcular las medidas de tendencia central. El estudio consta del diseño y creación de un módulo instruccional, acompañado de una serie de lecciones sobre las medidas de tendencia central. Algunos elementos que influenciaron el diseño del módulo y las lecciones son la importancia del contexto en la enseñanza de la Estadística, la heurística de solución de problema basada en los trabajos de Pólya (1957) y Franklin et al. (2005), el proyecto Bootstrap, y programación en parejas, entre otros. Es una investigación en curso por lo que no se presentarán resultados finales.

Introducción

Este proyecto realiza una contribución en el proceso de la enseñanza Matemáticas, específicamente en el área de la Estadística Descriptiva, en el nivel escolar intermedio. El fin principal de este proyecto es que los estudiantes aprendan los conceptos de medidas de tendencia central, y su interpretación. Además aprenderán destrezas básicas de programación para simular los algoritmos para hallar estas medidas. El estudio se divide en dos partes, el diseño y creación de un módulo instruccional, acompañado de una serie de lecciones sobre las medidas de tendencia central, y la implementación de las lecciones utilizando el módulo para enseñar la media aritmética.

El proyecto busca resolver un problema común en la enseñanza de los conceptos de análisis de datos en el nivel intermedio, el énfasis en que los estudiantes aprendan únicamente el

algoritmo de cómo hallar las medidas de tendencia central. Bremigan (2003), destaca que tradicionalmente se define la media aritmética como el resultado un algoritmo y provoca en los estudiantes una comprensión deficiente del concepto estadístico. Wild y Pfannkuch (1999) y Cobb y Moore (1997) explican que no puede haber un pensamiento estadístico sin conocer el contexto, por lo que se debe promover que los alumnos entiendan el contexto de la situación y los datos, para que así visualicen los datos no solo como números, sino con un contexto.

La mayoría de los estudiantes conocen los algoritmos para hallar las medidas de tendencia central, por lo que su nuevo reto será implementar un algoritmo de programación para que la computadora pueda calcularlas. Esto se justifica en la historia que se le presenta a los alumnos en el módulo instruccional.

A inicios del 2016, el ex-Presidente de los Estados Unidos de América, Barack Obama presentó la iniciativa *CS for All* que promueve que estudiantes de K-12 aprendan Ciencia de Cómputos (Smith, 2016). Reconoce a las Ciencia de Cómputos como la nueva destreza básica para todo individuo, para que no sigan siendo solo consumidores de tecnología sino que tengan una participación activa en el proceso de creación (Smith, 2016). En Puerto Rico ya existen organizaciones que están haciendo esfuerzos para comenzar esta iniciativa con la participación del gobierno, academia, industria y comunidad (P. Ordóñez, comunicación personal, 20 de octubre de 2016). Con el pronunciamiento del ex-Presidente Obama y los proyectos de organizaciones como *Code.org* y *Code for America*, EEUU se une a países como Estonia, Reino Unido, Singapur, entre muchos otros que llevan dos o tres años con iniciativas para crear o actualizar sus currículos (Gardiner, 2014). El objetivo de incluir la programación en este proyecto es darle la oportunidad a los alumnos a estar expuestos y aprender, aún cuando no todos quieran ejercer carreras relacionadas a las Ciencias de Cómputos.

La meta principal del proyecto es que los estudiantes aprendan con las lecciones, mientras que al utilizar el módulo instruccional, entiendan los conceptos e interpreten los resultados según el contexto de los datos. Las lecciones y el módulo instruccional le brindarán a los alumnos herramientas para el proceso de solución de problema, como son la heurística inspirada en la propuesta por Pólya (1957) y Franklin et al. en GAISE (2005), donde se estimule la interpretación. Además el módulo instruccional presenta una historia detectivesca

de dos personajes históricos, uno destacado en las Matemáticas, Carl Gauss y otro en las Ciencia de Cómputos, Ada Lovelace. Ellos servirán de narradores presentando las misiones y guiando a los estudiantes durante el proceso de solución de problemas.

Revisión de literatura

Los Puerto Rico Core Standards Programa de Matemática (2014), establecen ocho prácticas matemáticas y los estándares de contenido que los alumnos deben aprender según su grado académico. Los conceptos de media aritmética, mediana y moda se enseña a partir del sexto grado, donde los estudiantes aprenden a identificar y calcularlas las tres medidas de tendencia central (Departamento de Educación de Puerto Rico, 2014). En octavo grado los alumnos deben determinar cuál medida de tendencia central mejor describe un grupo de datos. Además deben entender la relación entre estas tres medidas.

Uccellini (1996) explica que a pesar de que muchos estudiantes conocen la fórmula para encontrar la media aritmética solo un grupo limitado entiende el concepto (p. 192). Además, los alumnos quedan con la idea equivocada de que la media es meramente el resultado de un cómputo. Peters et al (2016), explican que la media aritmética es el valor que distribuye los datos equitativamente o el punto de balance. Resaltan que los alumnos deben aprender ambos significados del concepto para un mejor entendimiento. Bremigan (2003) observa que la media aritmética se enseña como la aplicación de la división y no como un concepto estadístico. Un ejemplo es como el Departamento de Educación de Puerto Rico (2014) define la media aritmética “cociente entre la suma de los términos de una sucesión y el número de ellos.” Tanto la media aritmética como las otras medidas son definidas como su algoritmo, lo que contradice lo indicado en las expectativas relacionadas a estos conceptos.

Franklin et al. (2005) construyeron un marco de referencia para la enseñanza de la estadística con el fin de la alfabetización estadística. En este trabajo propone 3 niveles de dificultad para la enseñanza y una heurística para la solución de problemas estadísticos. Para el desarrollo de las lecciones y el módulo instruccional se utilizaran los primeros dos niveles de dificultad desarrollados por Franklin et al. (2005). Además con algunos de los pasos de su heurística y la propuesta por Pólya (1957) se construyó una que se adapte a los problemas que se solucionarían los alumnos en las lecciones y el módulo instruccional.

Existen varios proyectos donde se enseñan las matemáticas y la programación entre ellos se destaca *Bootstrap* es un currículo para la enseñanza del Álgebra I y II y programación

(Schanzer, Fisher, Krishnamurthi y Felleisen, 2015). Los alumnos diseñan programas, videojuegos, y solucionan problemas verbales sobre Álgebra y Geometría. Schanzer et al., (2015) advierte que programación no necesariamente transfiere destrezas de solución de problemas a las Matemáticas. En *Bootstrap* cada unidad integra tres nuevos componentes, un componente para el videojuego, un concepto de programación y uno matemático que se relaciona al de programación. Los estudiantes van añadiendo un componente a su videojuego y aprendiendo un concepto matemático. El currículo utiliza la heurística de Pólya, denominada como receta de diseño, que ayuda a los alumnos a definir funciones. El uso de la heurística asiste al educador identificar las dificultades de los educandos y enmarca conceptos claves en Álgebra y programación.

Muchos proyectos y organizaciones utilizan un tipo de lenguaje de programación llamado lenguaje visual. El mismo utiliza piezas parecidas a un rompecabezas que se conectan para crear un programa (Weintrop, 2015). Cada bloque tiene una palabra asociada con su función, su forma y color del bloque determina donde y como se puede usar (Weintrop & Wilensky, 2015). Algunos ejemplos de este tipo de lenguaje son *Scratch* y *Alice*, donde se puede crear animaciones o juegos (Weintrop & Wilensky, 2015). El lenguaje visual ha sido utilizado en una variedad de currículos como *Exploring Computer Science*, *CS Principals* y *Code.org*. Weintrop & Wilensky (2015) explican que se utiliza este tipo de lenguaje ya que se tiene la percepción de que es más sencillo para programadores novatos. Además explican que los estudiantes les pareció más fácil el lenguaje visual que un lenguaje tradicional, por factores como facilidad de lectura, forma y diseño visual de los bloques, fácil redacción y de recordar. Una estrategia muy utilizada en el campo de las Ciencia de Cómputos es la programación en parejas, donde dos individuos comparten una sola computadora. Cada uno tiene roles distintos, uno es el conductor (maneja teclado y ratón) y el otro es el navegador. Esta dinámica promueve retroalimentación frecuente entre los estudiantes (Werner et al., 2013). Werner & Denner (2009), explican que en el uso efectivo de la estrategia necesita colaboración y no competitividad o dominación. Werner, Hanks y McDowell (2005), añaden que uno de los beneficios es mayor desempeño y persistencia en la programación. Werner et al. (2013) explica que es importante que el estudiante seleccione con quien va a trabajar. Además que su trabajo debe ser una tarea creativa y abierta.

Metodología

Esta sección abundará en el diseño y creación de las lecciones complementarias y el módulo instruccional. La herramienta tiene como objetivo el desarrollo conceptual, análisis e interpretación de media aritmética, mediana, moda y la selección adecuada de la medida de tendencia central dado un conjunto de datos.

Durante las lecciones y el módulo se desarrollará la destreza de solución de problemas por lo que se adaptó una heurística basada en las propuestas por Franklin et al. (2005) y Pólya (1957). La heurística será utilizada a lo largo de las lecciones para solucionar los problemas durante las actividades y en la solución de cada misión en el módulo. El primer paso es basado en el propuesto por Franklin et al. (2005) formular preguntas, durante esta etapa los estudiantes deben entender el problema y formular preguntas pertinentes a la situación, con y sin la ayuda del maestro. El segundo paso trazar el plan, utilizado por Pólya (1957), los estudiantes deben seleccionar una estrategia para solucionar el problema, entre ellos diseño para recolectar datos, o crear un diagrama. El tercer paso, basado en el trabajo de Franklin et al. (2005), análisis de datos, los alumnos deben ejecutar el plan, hallar los resultado, y en el módulo implementar el algoritmo de programación. El cuarto paso es interpretación, también basado en las aportaciones de Franklin et al. (2005), en este el alumno debe interpretar el análisis y relacionarlo con la pregunta formulada en el primer paso. El último paso es revisar, basado en la heurística de Pólya (1957), los estudiantes deben verificar su resultado e interpretación.

Se crearán cuatro conjuntos de lecciones para guiar al educador durante el proceso de enseñanza y el mejor uso del módulo. La primera lección de cada grupo consiste en la administración de pre prueba que es parte del módulo instruccional. Esta medirá los conocimientos de los estudiantes sobre el concepto matemático y programación. Luego se harán otras lecciones sobre el concepto matemático donde se realizarán actividades de conceptualización, práctica y assessment. Los alumnos estarán expuestos a problemas verbales, que siguen la teoría Educación Matemática Realista, similares a los que resolverán como parte del módulo, por lo que aprenderán y utilizarán la heurística. Durante algunos momentos en las lecciones y el módulo los educandos trabajarán en parejas asignadas por el educador. Esto les permitirá ayudarse entre sí al implementar los algoritmos de programación e interpretar los resultados. Las próximas lecciones desarrollan los conceptos de programación que necesitarán para implementar el algoritmo de programación que simule

el algoritmo matemático. Esto se logrará con actividades similares a las hechas con el concepto matemático, estas seguirán la modalidad *unplugged*, donde no es necesario el uso de la computadora. Una vez desarrollados los conceptos se utilizará el módulo para que los estudiantes apliquen lo aprendido a través las lecciones. Completada la misión y otros problemas de práctica los alumnos contestarán la post prueba. Esta prueba es similar a pre prueba, por lo que se medirá sus conocimientos sobre el concepto matemático, la heurística y programación.

El diseño del módulo instruccional, es un software que considerará los elementos educativo, una interfaz atractiva y apropiada para los alumnos. El módulo instruccional constará de cuatro misiones. Las primeras tres exploran individualmente

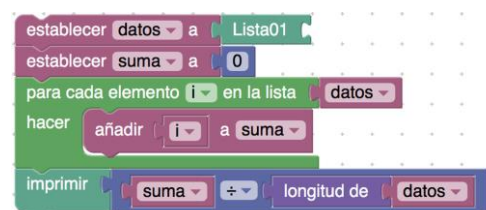
las medidas de tendencia central y la última misión enfatiza el identificar cuál medida de tendencia central mejor representa un grupo de datos. Cada misión seguirá el siguiente orden, (1) pre prueba, (2) repaso de conceptos, (3) misión, (4) heurística: (a) formular preguntas, (b) trazar el plan, (c) analizar datos (i)implementar algoritmo de programación, (d) interpretación, (e) revisar, (7) ejercicios de práctica, (8) post prueba. El siguiente diagrama ilustra mejor el orden de las misiones.



La motivación del módulo es una historia detectivesca con dos personajes históricos, uno destacado en las Matemáticas, Carl Gauss, y otro en las Ciencia de Cómputos, Ada Lovelace. Ellos servirán de narradores presentando las misiones y guiando a los estudiantes durante el proceso de solución de problemas. Además los personajes intervendrán y contribuirán al módulo datos históricos relevantes sobre ambas materias. Luego de tomar la pre prueba con la ayuda de Ada y Gauss, los alumnos tendrán que repasar los conceptos de cada misión. Posteriormente se les presentará la misión, el problema que los estudiantes solucionarán. Los problemas seguirán la teoría Educación Matemática Realista, donde se le presentará a los estudiantes la Matemática en situaciones realistas (Van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014). Para cada misión habrá tres niveles de dificultad, basados en los los niveles de complejidad expuestos por Franklin et al. (2005). En el nivel 0, se le ofrecerán la pregunta y los datos en tablas o algún gráfico. El nivel 1, los alumnos tendrán las preguntas, buscarán los datos y los organizaran en tabla o algún gráfico. El nivel 2, crearán las preguntas, el

maestro deberá verificar si están correctas, buscarán los datos y los organizaran en tablas o algún gráfico.

Una vez presentada la misión los personajes guiarán a los estudiantes por los pasos de la heurística. Primero le harán preguntas para comprobar que entendieron el problema y dependiendo el nivel, los estudiantes redactarán las preguntas que deberán contestar considerando el contexto del problema verbal. Luego ayudarán a los alumnos a que establezcan un plan para solucionar la misión, utilizando sus conocimientos sobre los conceptos matemáticos y las destrezas de programación que aprendieron en las lecciones. En los niveles uno y dos, los estudiantes deberán diseñar un modelo para recolectar datos. Una vez establecido el plan los estudiantes lo implementarán en el editor del módulo. Ada y Gauss le explicarán a los alumnos cómo utilizar cada parte del editor. Este contiene los bloques de programación, un recuadro para que los estudiantes implementen sus algoritmos, otro para que visualicen los datos y un botón para que corran el algoritmo. Los estudiantes utilizarán bloques de programación, estos se identificarán, modificarán y crearán utilizando *Blockly* una librería de código abierto y gratuito de *Google* para que ellos los puedan utilizar en el editor. El siguiente



conjunto de bloques presenta un algoritmo de programación que simula el algoritmo matemático para hallar la media aritmética. Una vez implementado correctamente el algoritmo, Ada y Gauss le ayudarán interpretar la de medida de tendencia central en el contexto de la misión. Le harán preguntas para que los estudiantes apliquen lo que aprendieron en las lecciones sobre la medida de tendencia central. Además deberán contestar la pregunta que fue planteada en el primer paso de la heurística. Igualmente deberán revisar su trabajo. Posteriormente, de haber revisado, se le presentarán más ejercicios de práctica donde utilizarán la heurística. Los estudiantes implementarán el algoritmo que programaron con lenguaje visual para obtener el resultado de la medida de tendencia central. Por último los alumnos realizarán la post prueba, muy parecida a la pre prueba que realizaron al principio del módulo, pero con algunos ítems diferentes.

Conclusión

Este proyecto continúa evolucionando. Cambian elementos del diseño de las lecciones y especialmente del módulo. Se espera poder completar el trabajo antes de final del año.

Además se espera probar los materiales desarrollados para la media aritmética con un grupo de futuros educadores de matemática y eventualmente con un grupo de estudiantes de nivel intermedio. Se continuará mejorando la herramienta para obtener resultados óptimos, con respecto al aprendizaje de los educandos sobre las medidas de tendencia central.

Referencias

Bremigan, E. (2003). Developing a Meaningful Understanding of the MEAN. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 9(1), 22-26. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/41181377>

Cobb, G., & Moore, D. (1997). Mathematics, Statistics, and Teaching. *The American Mathematical Monthly*, 104(9), 801-823. doi:1. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/2975286> doi: 10.2307/2975286

Departamento de Educación de Puerto Rico. (2014). *Estándares de contenido y expectativas de grado de Puerto Rico (Puerto Rico Core Standards). Programa de Matemáticas 2014*. San Juan. PR: Autor. Recuperado de <http://www.de.gobierno.pr/531-recursos-del-maestro/1851-estandaresacademicos>

Gardiner, B. (2014, March 23). Adding Coding to the Curriculum. Recuperado de <http://www.nytimes.com/2014/03/24/world/europe/adding-coding-to-the-curriculum.html>

Peters, S. A., Bennett, V. M., Young, M. & Watkins, J. D. (2016). A Fair and Balanced Approach to the Mean. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 21(6), 364-375. doi: 10.5951/mathteacmidscho.21.6.0364

Pólya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Garden City, NY: Doubleday Anchor Books.

Schanze, E., Fisher, K., Krishnamurthi, S., & Felleisen, M. (2015, marzo 4-7). *Transferring Skills at Solving Word Problems from Computing to Algebra Through Bootstrap*. Presentado en ACM Technical Symposium on Computer Science Education (SIGCSE), Kansas City, MO. Nueva York, Association for Computing Machinery. doi: 10.1145/2676723.2677238

Smith, M. (2016, January 30). Computer Science For All. Recuperado de <https://www.whitehouse.gov/blog/2016/01/30/computer-science-all>

Uccellini, J. C. (1996, noviembre/diciembre). Teaching the Mean Meaningfully. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 2(2), 112-115. Recuperado de ERIC. (EJ541872)

Wild, C. & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67 (3), 221-248. Recuperado de <http://iase-web.org/documents/intstatreview/99.Wild.Pfannkuch.pdf>

Van den Heuvel-Panhuizen, M. & Drijvers, P. (2014). Realistic Mathematics Education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education*. (p.521-525). Dordrecht, Países Bajos: Springer.

Weintrop, D. (2015, agosto 09-13). *Comparing text-based, blocks-based, and hybrid blocks/text programming tools*. Presentado en 11th International Computing Education Research, Omaha, NE. Nueva York, Association for Computing Machinery. doi: 10.1145/2787622.2787752

Weintrop, D. & Wilensky, U. (2015, junio 21-24). *To block or not to block, that is the question: students' perceptions of blocks-based programming*. Presentado en 4th International Conference on Interaction Design and Children, Boston, MA. Nueva York, Association for Computing Machinery. doi: <http://dx.doi.org/10.1145/2771839.2771860>

Werner, L., Denner, J., & McDowell, C. (2005). Pair-programming helps female computer science students. *Journal of Educational Resources in Computing*, 4(1), 1-8. Doi: 10.1145/1060071.1060075

Werner, L., & Denner, J. (2009). Pair programming in middle school: What does it look like? *Journal of Research on Technology in Education*, 42(1), 29-49.

Werner, L., Denner, J., Campe, S., Ortiz, E., DeLay, D. , Hartl, A. C., & Laursen, B. (2013, marzo 6-9). *Pair programming for middle school students: does friendship influence academic outcomes?* Presentado en 44th ACM technical symposium on Computer science education,, Denver, CO. Nueva York, Association for Computing Machinery. doi: 10.1145/2445196.2445322