

## “PUENTES DE KÖNINGSBERG” COMO PRIMER ACERCAMIENTO A LA TEORÍA DE GRAFOS EN MÉXICO.

María Montserrat López-Tamayo Huelgas – Paloma Zubieta López

[lopeztamayo@ciencias.unam.mx](mailto:lopeztamayo@ciencias.unam.mx) – [paloma@matem.unam.mx](mailto:paloma@matem.unam.mx)

Instituto de Matemáticas, Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), México.

Núcleo temático: IX. Comunicación y Divulgación Matemática

Modalidad: CB

Nivel educativo: Sociedad

Palabras clave: grafos, público, evaluación, actividad lúdica.

### Resumen

*La feria de ciencias “Festival Matemático”, cuyo objetivo es contrarrestar preconcepciones, cuenta con una variedad de actividades lúdicas que además comunican conceptos. Una de ellas se llama “Puentes de Königsberg”.*

*Muchas de las actividades lúdicas que se presentan en ferias o salones de clase, no hacen explícito el vínculo concreto hacia su contenido matemático.*

*En México, los grafos se conocen como gráficas. La actividad de “Puentes de Königsberg” ha sido desarrollada y enfocada para resaltar la diferencia entre una gráfica como modelo matemático (grafo) y una que representa datos, así como su importancia para la resolución de problemas cotidianos.*

*Es este trabajo se realizó un análisis comparativo de dos ediciones de la feria. En cada caso se aplicó una evaluación (con encuesta previa y posterior a la actividad) a una muestra de 480 personas. Se encontró que un 80% del público antes de la actividad no reconoce los grafos como modelos; sin embargo, después de haber participado, el 70% de los visitantes distinguen entre grafos y gráficas.*

*Actualmente se está trabajando en resaltar que los matemáticos usan estos modelos como herramienta para su trabajo.*

### Introducción

Las ferias de ciencias como espacios de educación no formal, acercan en ciertas ocasiones a diversos sectores de la población a la práctica contemporánea científica (Jensen, 2014). Ya sea en forma de talleres, pláticas o actividades lúdicas, cada actividad que los asistentes realizan, genera un descubrimiento o los hace ser conscientes algún aspecto científico. Sin embargo, “la mayoría de estos eventos consisten en una mera acumulación de experiencias que contribuyen solo a mejorar la actitud hacia las ciencias, al mismo tiempo que se divierten y sorprenden sin dejar mayor huella en los asistentes” (Zubieta, 2014).

El *Festival Matemático* es una feria de ciencias organizada por el Instituto de Matemáticas de la Universidad Nacional Autónoma de México, cuyos objetivos generales son, por medio de actividades lúdicas, promover la apropiación de las matemáticas, favorecer en las personas las actitudes positivas hacia ellas, contrarrestar algunas de sus preconcepciones y evidenciar su relación con la vida cotidiana. A la fecha se han realizado seis ediciones de este evento en la Ciudad de México, con una asistencia máxima de 52000 personas en 2016; también se han realizado eventos similares en otras ciudades del país como Cuernavaca y Querétaro con una asistencia de hasta 3800 personas.

Para cada Festival se procura incorporar nuevas actividades lúdicas en forma de prototipos, cada una relacionada con al menos un concepto matemático. Por lo general, al incluir un juego en las actividades diarias del colegio, o al incorporar actividades lúdicas en estas ferias de ciencias, se muestra a la población que los contenidos son divertidos y están relacionados con la creatividad y la expresión. Sin embargo, difícilmente se consigue la integración de estos contenidos matemáticos, con el currículo o se evidencia su relación con la vida diaria. Ante esta situación y para proporcionar elementos significativos al público en el *Festival Matemático* se usa para cada actividad un “foco”: contenido matemático que resalta y evidencia su relación con la vida cotidiana.

En México, la Teoría de Grafos fue impulsada por Víctor Neumann-Lara quien no solo fue pionero en esta rama, sino que organizó el Coloquio de Teoría de las Gráficas, Combinatoria y sus Aplicaciones. En México, los investigadores llaman Gráficas a los Grafos, ya que Víctor Neuman-Lara los describía como “unos objetos de una belleza tal que debían tener un nombre femenino” (Grima, & García, 2013). Esto ha generado cierta confusión en el país ya que la palabra gráfica también nos refiere a la representación de datos o funciones.

La actividad de “Puentes de Königsberg” se presentó desde la cuarta edición del *Festival Matemático*, bajo el nombre de “Gráficas”, e incluía contenidos de Grafos Eulerianos, Hamiltonianos y Planares. En 2015 se empezó a dar estructura al discurso de la actividad y

a caracterizar al público asistente. Por los resultados obtenidos, se decidió trabajar solo con los contenidos de “Puentes de Königsberg”. Desde entonces el objetivo de la actividad es ampliar el concepto de Gráficas y resaltar sus usos en la vida cotidiana, al tiempo que se visualizan y reconocen los elementos que las integran. Además, se usa como “foco” de la actividad que un grafo es “un dibujo que tiene puntos y líneas que representa y soluciona problemas de la vida cotidiana”.

La meta de esta investigación es saber qué clase de público se interesa más en esta actividad, medir el impacto en los asistentes y analizar la efectividad del discurso para propiciar la apropiación de los conceptos ya mencionados.

### **Metodología**

Las actividades lúdicas del *Festival Matemático*, son gratuitas y se presentan de manera continua durante una o varias jornadas en un espacio público y abierto como parques o plazas. La permanencia es voluntaria y la atención es mediada por jóvenes estudiantes o profesores voluntarios que han sido capacitados previamente. Cualquier visitante puede elegir con libertad en qué actividades participar.

Para este trabajo la actividad se presentó al público en dos eventos: el *1er Festival Matemático Cuernavaca* (1), capital del estado de Morelos, los días 25 y 26 de junio de 2016 y el *6to Festival Matemático* (2), realizado en la Ciudad de México los días 18, 19 y 20 de noviembre del 2016.

La dinámica de la actividad consiste en que los visitantes busquen un recorrido que pase por todos los puentes sin repetir alguno; a continuación, se les presenta el reto de encontrar un recorrido que empiece en un lugar, pase por todos los puentes sin repetir alguno y termine en el punto inicial. Después de los dos retos, se comenta de manera informal cómo fue que Euler representó y modeló con vértices y aristas el problema de la Ciudad de Königsberg dando origen a la Teoría de Grafos (Chartrand, 1977) y se mencionan algunas de sus aplicaciones en la vida diaria.

Los datos de este estudio se obtienen a partir de la aplicación de dos encuestas presenciales, cada una de ellas comprendida en dos tiempos, uno previo a la participación en la actividad y otro inmediatamente posterior. Las encuestas son personalizadas, es decir, quien contestó la previa es la misma persona que contestó la posterior, lo cual nos permite realizar una comparación y medir directamente el impacto (Jensen & Buckley, 2012).

La primera encuesta fue utilizada durante el *1er Festival Matemático Cuernavaca* ( $n_1=120$ ) y la segunda en el *6to Festival Matemático* ( $n_2=360$ ) donde la muestra total  $n_T = n_1 + n_2 = 480$ . Para el análisis de los resultados, se aplicaron herramientas de estadística descriptiva (medias y proporciones) y se realizaron gráficas.

## **Resultados**

### **a) Caracterización demográfica**

Con los datos de las encuestas realizadas, se pudo caracterizar al público asistente a los dos eventos. La muestra ( $n_T=480$ ) se inclina hacia las mujeres (59%) en comparación con los hombres (41%). Se realizó una prueba estadística de bondad de ajuste ji-cuadrada con una confiabilidad del 95%, y se encontró que existe una diferencia significativa para el género.

Entre los encuestados predominaban los jóvenes de secundaria entre 12 a 15 años (33%) y del bachillerato entre 15 y 18 años (40%), aunque también hubo presencia de público con licenciatura o posgrado (19%), y niños en nivel básico de primaria de 6 a 12 años (9%).

Sobre la procedencia de los asistentes se obtuvo que la mayoría de las personas radican en la Ciudad de México (42%), Estado de México (30%) y Estado de Morelos (19%), mientras que el 1% son visitantes de otros países como Estados Unidos, Islandia y España y el 8% restante no especificó su procedencia.

### **b) Encuesta previa y posterior a la actividad**

Las preguntas realizadas en la encuesta previa son:

- 1) Diferenciar la imagen del grafo entre dos imágenes de gráficas,

- 2) Distinguir el uso de un grafo entre tres opciones, siendo los visitantes libres de escoger una o varias opciones deseadas.

Las preguntas realizadas en la encuesta posterior son esencialmente las mismas, aunque contienen ejemplos distintos.

En las Tablas 1 y 2 se encuentran los resultados expresados en porcentaje según el tipo de respuesta obtenida.

**Tabla 1:** Resultados de la primera pregunta en las encuestas previa y posterior.

<b>Respuestas</b>	<b>Previa (%)</b>	<b>Posterior (%)</b>
<i>Identifica el grafo</i>	10	79
<i>Identifican 1 o 2 gráficas</i>	84	15
<i>Identifican grafo y dos gráficas</i>	5	4
<i>No responde</i>	1	1

Los porcentajes de las respuestas previas para esta encuesta son los que se esperaban, ya que en México el concepto de grafo es virtualmente desconocido fuera de la comunidad científica y de ingeniería (donde particularmente, se le conoce como *nodos*). De lo anterior podemos observar que la gran mayoría de nuestros visitantes (79-84%), reconocen una gráfica y sus usos correctos, pero no el concepto de grafo.

La segunda pregunta de la encuesta se refiere a las aplicaciones de la vida cotidiana para la Teoría de Grafos.

**Tabla 2:** Resultados de la segunda pregunta de las encuestas.

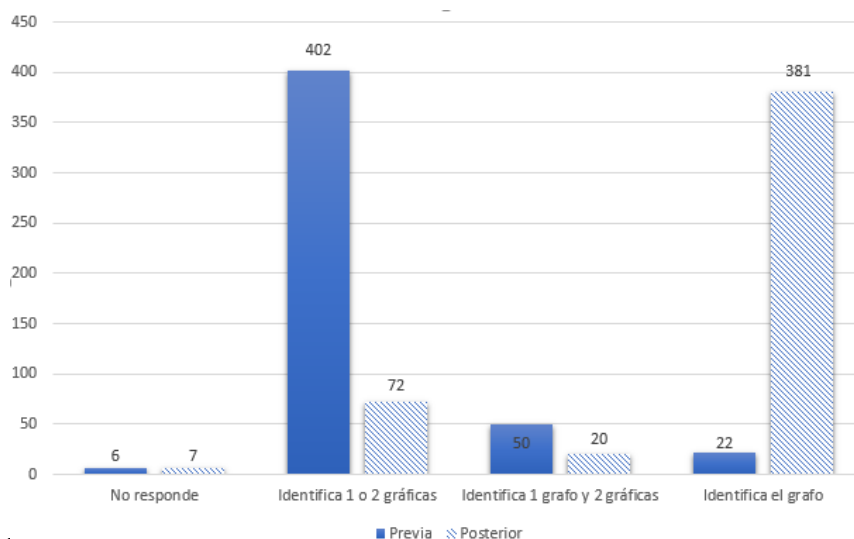
<b>Respuestas</b>	<b>Previa (%)</b>	<b>Posterior (%)</b>
<i>Distingue el uso correcto de un grafo</i>	12	61
<i>Distingue 1 o 2 usos de gráficas</i>	78	33
<i>No distingue entre uso de grafo y gráficas.</i>	9	3
<i>No responde</i>	1	3

Podemos observar en la tabla 2 que la mayor parte de la muestra distingue el uso correcto de un grafo; sin embargo, aún existe un tercio de la muestra que no obtuvo cambio alguno. También se aprecia que después de la actividad los encuestados si identifican el grafo (61-72%).

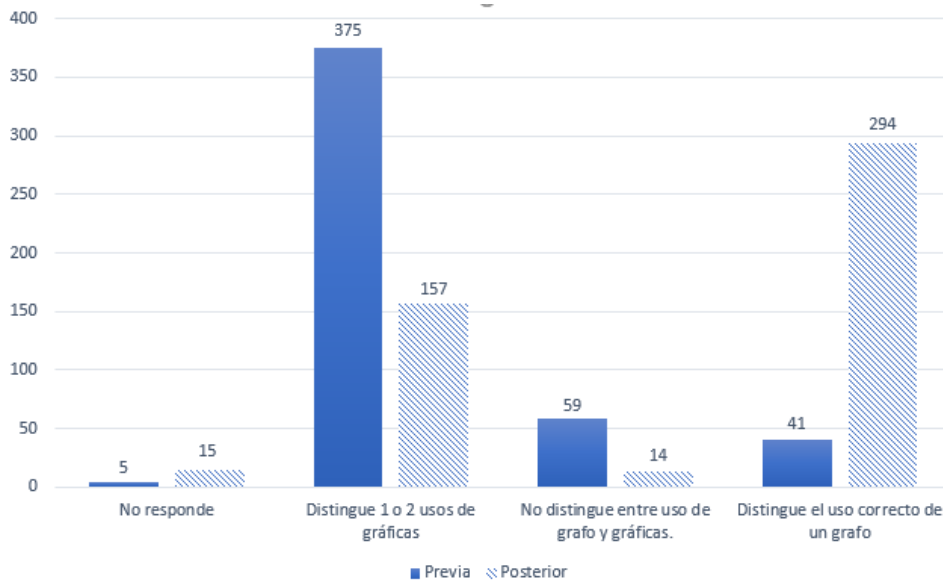
**c) Comparación de ambas encuestas y definición del impacto positivo para la actividad**

A continuación, se presentan en las Figuras 1 y 2, las comparaciones para cada pregunta de las ambas encuestas.

**Figura 1:** Comparación de la primera pregunta en ambas encuestas



**Figura 2:** Comparación de la segunda pregunta en ambas encuestas.



Se puede

deducir por las Figuras 1 y 2, que los asistentes a la actividad en los resultados previos tienen poca idea de lo que es un grafo y para qué sirve, mientras que después de la actividad hay un cambio significativo (74%) hacia estos conceptos. Es importante señalar que existe un sector de 72 personas (15%) en el que no hubo impacto.

Definimos como impacto positivo a los visitantes que ampliaron el concepto de gráfica en la pregunta 1, es decir, los que en la encuesta posterior identificaron el grafo (381 que corresponde al 79%). Si a las 381 personas que identificaron el grafo en la encuesta de salida se le restan las 22 que la habían identificado previamente, entonces el impacto positivo es del 74%, como se mencionó anteriormente.

#### d) Caracterización de los visitantes con impacto positivo

Para identificar quienes son las personas con impacto positivo, se hizo nuevamente una caracterización de la población. Se encontró que hay un 58% de mujeres y un 42% de hombres; es decir, existen las mismas tendencias de género que en la muestra total.

Con el fin de determinar si el sesgo en los resultados estaba condicionado por la variable género, se aplicó una *t de student* para comparación de muestras y se encontró que no existe diferencia significativa al 95% de los resultados con respecto al género.

Sobre la escolaridad de los visitantes encuestados, el bachillerato fue el nivel educativo con mayor impacto positivo: más del 80% de los jóvenes de bachillerato logró identificar el grafo al término de la actividad.

### **Conclusiones**

Para este estudio, la muestra de los visitantes que participan en la actividad “Puentes de Königsberg” presenta una diferencia significativa para la variable género y preponderancia de adolescentes, lo cual podría sugerir que el discurso está bien enfocado para el nivel educativo medio superior, a pesar de que la Teoría de Grafos no se incluye en los programas de estudio.

De la encuesta previa, es claro que el público está familiarizado con las gráficas y que únicamente algunas personas con estudios universitarios conocen el concepto de grafo. En la encuesta posterior se observa que, con la participación en la actividad un 61% de la muestra identifica correctamente las aplicaciones de los grafos para la vida cotidiana. Sin embargo, también se detectó un sector sin impacto constituido principalmente por mujeres entre 12 y 18 años provenientes de zonas marginadas, lo cual nos hace pensar que el objetivo de la actividad no siempre queda claro, a pesar de la transmisión del “foco”. En el futuro, habría que investigar con mayor detalle este resultado.

El impacto positivo del 74% indica que los ajustes en el discurso de la actividad son efectivos para propiciar, sobre todo en adolescentes, la apropiación de los conceptos. Haría falta pensar en modificaciones tales que la actividad pueda ser más atractiva para ambos géneros, especialmente en menores de 12 años.

Con esta metodología, la actividad “Puentes de Königsberg” despierta el interés de las personas y amplía su concepto de gráfica. Hace falta trabajar más para que los visitantes



comprendan mejor la aplicación de estos grafos en la vida diaria y resaltar cómo los matemáticos los usan como herramienta de trabajo.

En este trabajo se evidencia que una actividad lúdica, guiada y enfocada para comunicar un concepto (grafo), puede generar un impacto positivo en los visitantes de una feria de ciencias.

## Referencias

- Chartrand, G. (1977). *Introductory Graph Theory*. Capítulo 3, pp. 50-63. Dover Publications, Inc, ISBN 0-486-24775-9.
- Grima, C. & García R., (2013) Mati: una profesora muy particular, “Gráfica es nombre de mujer” [Comentario en un blog] Recuperado de <http://blogs.20minutos.es/mati-una-profesora-muy-particular/tag/victor-neumann-lara/> Consultado 24/04/2017.
- Jensen, E. (2014), *The problems with science communication evaluation*, *JCOM* 13(01) (2014) C04.
- Jensen, E. (2015), *Highlighting the value of impact evaluation: Enhancing informal science learning and public engagement theory and practice*, *JCOM* 14(03), Y05.
- Jensen, E. & Buckley, N. (2012), *Why people attend science festivals: Interests, motivations and self-reported benefits of public engagement with research* Public Understanding of Science. Doi:10.1177/0963662512458624
- Zubieta, P. (2014) “*Ferias de Ciencia: una propuesta para la enseñanza no formal*” en el XX Congreso Nacional de Divulgación de la Ciencia y la Técnica, SOMEDICyT, Michoacán, México.