

LA GEOMETRÍA QUE SE DEBERÍA ENSEÑAR

Escribano Ródenas, M.C. - Fernández Barberis, G. M. –

Rojo Montijano, J.- Tarres Freixenet, J.

escrod@ceu.es – ferbar@ceu.es - jrojo.eps@ceu.es - tarres@mat.ucm.es

Universidad CEU San Pablo Madrid - España

Núcleo temático: 1.- Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos.

Modalidad: CB

Nivel educativo: Todos los niveles no universitarios

Palabras clave: geometría, educación no universitaria

Resumen

La Geometría forma parte de nuestra vida cotidiana y sin embargo su estudio y aprendizaje en la escuela, hoy día, es relegado, en todos los niveles de enseñanza, desde la Educación Infantil hasta la Educación Secundaria.

En la Educación Infantil las investigaciones en didáctica y psicología, recomiendan comenzar en esta edad la introducción a los distintos tipos de Geometría: métrica, proyectiva y topológica. Su inclusión en el currículo de esta etapa es prácticamente voluntaria por parte de los docentes implicados en la actualidad.

En la Educación Primaria y Secundaria, el estudio de la Geometría proyectiva y topológica no se incluye prácticamente en el currículo, y en lo que se insiste, básicamente, es en la memorización de fórmulas de perímetros, áreas y volúmenes. En el Bachillerato la Geometría impartida es puramente analítica.

¿Qué tipo de Geometría deberíamos o nos gustaría enseñar a nuestros alumnos? ¿La enseñanza de la Geometría en la actualidad responde a las necesidades de nuestros alumnos? Esta comunicación pretende presentar algunas reflexiones en la comunidad matemática educativa con el fin de concienciar a los docentes para la enseñanza eficaz y eficiente de la Geometría.

Introducción

Al final de los años cincuenta, el gran matemático Jean Dieudonné (1906-1992) en el seminario organizado en 1959 por la Organización Europea de Cooperación Económica (OECE) en Royamont (Francia) con el fin de coordinar los programas de Matemáticas de los países europeos, se hace el portavoz de un grupo de sabios matemáticos como el francés Gustavo Choquet (1915-2006) y el estadounidense Marshall H. Stone (1903-1989) con la exclamación ¡Abajo el triángulo!, que influiría en la propuesta radical de la mayoría de los

países europeos para excluir la geometría de los objetivos prioritarios de enseñanza para los diferentes niveles educativos .

Posteriormente en el Congreso Internacional para la Enseñanza de las Matemáticas (ICME) del año 1976, otro gran matemático, esta vez inglés y geómetra, Michael F. Atiyah (1929-...) opina que “Habéis destronado a Euclides y en eso estamos de acuerdo. Pero ¿cómo habéis sustituido la enseñanza de la geometría? La Matemática que se enseña en la mayor parte de los países está todavía más alejada de la realidad, pues carece del apoyo geométrico. Daos cuenta de que la intuición geométrica sigue siendo la fuente más poderosa para la comprensión de muchos temas, y por tanto se debería estimular lo más posible, en todos los niveles escolares, el pensamiento geométrico” (Castelnuovo, 1997, pág. 30). Esta reflexión, junto con su grupo de expertos que la apoyan, es tomada en cuenta por los diferentes países y de nuevo la geometría pasa a ser objetivo prioritario en los planes de estudio de los diferentes niveles educativos, desplazando en esta ocasión a la llamada matemática moderna. Los profesores de los distintos niveles educativos que se han formado en estas ideas previas sobre la geometría, y que profesionalmente han tenido que explicar programas educativos sin geometría, deberán realizar un esfuerzo importante para transformar su actividad docente en matemáticas utilizando la geometría de forma natural y rigurosa, para estimular el pensamiento de sus alumnos. Necesitarán lograr y asimilar los conocimientos básicos de los tipos más importantes de las diferentes geometrías (métrica, proyectiva y topológica), elaborar diferentes actividades y situaciones que caractericen estos tipos de geometría, confeccionar los materiales didácticos más adecuados para su enseñanza y por último, analizar, estudiar e interpretar el currículo de los diferentes niveles educativos para asegurar la introducción de los distintos conceptos geométricos.

La Geometría en la Educación Infantil

En la Educación Infantil es muy difícil separar entre la percepción por parte del alumno, y la representación espacial, sin embargo, las investigaciones en didáctica y psicología, recomiendan comenzar en esta etapa la introducción a los distintos tipos de geometría: métrica, proyectiva y topológica, para conformar los preconceptos en los niños de estas edades, y modificar las ideas piagetianas de jerarquizar los distintos tipos de geometría

(Chamorro, 2011). Los niños de esta etapa desarrollan simultáneamente los tres tipos de geometría.

El currículo de Educación Infantil (Orden ECI/3960/2007, de 19 de diciembre por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la Educación Infantil. BOE del 5 de enero de 2008) establece en su Anexo I, las tres áreas de la etapa de Educación Infantil. Dentro del área dos, conocimiento del entorno, del segundo ciclo de esta etapa, existen tres bloques. Dentro del primer bloque, Medio físico: elementos, relaciones y medida, se establecen los contenidos geométricos siguientes: situación de sí mismo y de los objetos en el espacio, posiciones relativas, identificación de formas planas y tridimensionales en elementos del entorno, exploración de algunos cuerpos geométricos elementales. Nociones topológicas básicas (abierto, cerrado, dentro, fuera, cerca, lejos, interior, exterior, ...) y realización de desplazamientos orientados. Sin embargo, no hay ninguna mención expresa a la geometría, ni en los objetivos de esta área, ni en los criterios de evaluación de la etapa (Vecino, 1997). Por supuesto, para el primer ciclo no se menciona nada de geometría.

En el Decreto 17/2008, de la Comunidad de Madrid, donde se desarrolla el currículo de esta etapa, no hay nada referente a geometría tampoco en el primer ciclo, sin embargo, en el segundo ciclo, se desarrollan un poco más los contenidos, siendo en el área dos, en objetivos donde ya aparecen dos objetivos geométricos, que son los números 15 y 16, (15. Conocer, identificar y nombrar formas planas y cuerpos geométricos; y 16. Orientar y situar en el espacio las formas, los objetos y a uno mismo. Utilizar las nociones espaciales básicas). Además, en el apartado de contenidos del área dos, bloque uno, se especifican los siguientes: Identificación de formas planas (círculo, cuadrado, rectángulo, triángulo) y tridimensionales en elementos del entorno. Exploración de algunas figuras y cuerpos geométricos elementales. Nociones básicas de orientación. Posiciones relativas. Situación en el espacio. Realización de desplazamientos orientados. En el apartado de criterios de Evaluación aparecen también dos, el 15 y 16 que se corresponden con los objetivos del comienzo, aunque un poco más concretos (15. Conocer e identificar las formas planas y los cuerpos geométricos más elementales: Círculo, cuadrado, triángulo, rectángulo, esfera y cubo; y 16. Manejar las nociones básicas espaciales (arriba, abajo; dentro, fuera; cerca, lejos, etcétera), y temporales (antes, después, por la mañana, por la tarde, etcétera).

La Geometría en la Educación Primaria

En la Educación Primaria y Secundaria, el estudio de la Geometría se relega a último lugar, si hay tiempo. Esto es una idea bastante generalizada entre los docentes.

El currículo de Educación Primaria (Decreto 22/2007, BOCM nº 126 de mayo de 2007) establecía en la asignatura de Matemáticas, un bloque de contenidos geométricos de un total de cuatro bloques: el número tres, titulado Geometría. Este bloque a su vez se subdivide en tres apartados, 1.- La situación en el espacio, 2.- Formas planas y espaciales, y 3.- Regularidades geométricas.

Aparentemente este bloque daba un porcentaje del veinticinco por ciento de geometría, respecto al total de la asignatura de matemáticas. Además, si nos leemos detalladamente el Decreto se puede vislumbrar una parte clara de geometría topológica, otra pequeña de geometría proyectiva y mucho de geometría euclídea.

Ahora tanto el R.D. 126/2014, B.O.E. nº 52 de marzo de 2014, como el Decreto 89/2014, de 24 de julio, B.O.C.M. nº 175 de julio de 2014, establecen para la asignatura de matemáticas cinco bloques de contenidos (que en el Real Decreto se establecen de forma general para la etapa de primaria con sus criterios de evaluación y estándares de aprendizaje, y en el Decreto de la Comunidad de Madrid, los contenidos se subdividen por cursos), el primero “Procesos, métodos y actitudes en matemáticas” está en ambos indicado de forma genérica para toda la etapa, pues se considera que en todos los cursos deben ser los mismos. En el Real Decreto 1, el segundo bloque de contenidos es “Números”, el tercero “Medida”, el cuarto “Geometría”, y el quinto “Estadística y probabilidad”, y en el Decreto se especifican un poco más, quedando el segundo bloque de contenidos “Números y Operaciones”, el tercero “Magnitudes y Medida”, y quedando el cuarto y el quinto con el mismo título, el cuarto “Geometría”, y el quinto “Estadística y probabilidad”.

Si nos fijamos ahora en el Decreto de currículo de la Comunidad Autónoma de Madrid (CAM), podemos encontrar en su introducción que “En el aprendizaje de las matemáticas es importante no dejar lagunas ni dar nada por sabido. Ciertas cuestiones, como son las tablas de multiplicar, los algoritmos de las operaciones aritméticas, las formas geométricas o las reglas para el cálculo de perímetros, superficies y volúmenes, deberán practicarse hasta conseguir que se conviertan en automatismos seguros, exactos y precisos” (Pág. 45 B.O.C.M. nº 175 de 25 de julio de 2014)

Si analizamos ahora los cuatro bloques de contenidos que se desarrollan en este decreto de currículo, podemos comprobar que están enumerados en todos los cursos y subdivididos a su vez en otros bloques. Así como el bloque de Estadística y Probabilidad no aparece hasta cuarto curso, sin embargo, el de Geometría aparece en los seis cursos de esta etapa de Educación Primaria, teniendo los contenidos en cada curso que muestra la tabla 1.

Solo teniendo en cuenta el número de contenidos podemos observar que al bloque de contenidos de Geometría en esta etapa se le concede un 21% del peso total, siendo este peso por cursos, en primero también el 21%, en segundo el 22,5%, en tercero el 21%, en cuarto el 15%, en quinto el 25%, y en sexto el 20%. Si nos detenemos a analizar los contenidos en sí, podemos observar que la mayoría se refieren a geometría métrica, un poco de geometría topológica (sobre todo en los primeros cursos) y algo de geometría proyectiva, aunque nunca hablando de estos tipos de geometría, sino dentro de subbloques de contenidos como orientación espacial en los dos primeros cursos.

Tabla 1

Curso	Números y Operaciones	Magnitudes y Medida	Geometría	Estadística y Probabilidad
1º	1-17 (17)	18-33 (16)	34-42 (9)	--
2º	1-16 (16)	17-30 (14)	31-40 (9)	--
3º	1-26 (26)	27-48 (22)	49-61 (13)	--
4º	1-22 (22)	23-46 (23)	47-56 (9)	57-59 (3)
5º	1-41 (41)	42-51 (9)	52-70 (19)	71-75 (5)
6º	1-37 (37)	38-44 (7)	45-57 (13)	58-65 (8)
Totales (338)	159	91	72	16

La Geometría en la Educación Secundaria Obligatoria

Siguiendo la LOMCE, y en especial el decreto de currículo de ESO (Decreto 48/2015) y bachillerato establecido por la Comunidad de Madrid, se establecen para la ESO, cinco bloques de contenidos para la ESO dentro de la asignatura de matemáticas, siendo el primero, al igual que en la etapa de Educación primaria, “Procesos, métodos y actitudes en matemáticas”, que en este caso se distribuye de forma única para el primer ciclo de los dos

primeros años de la ESO, quedando pues otros cuatro bloques de contenidos que ahora son, el segundo “Números y álgebra”, el tercero “Geometría”, el cuarto “Funciones”, y el quinto y último “Estadística y Probabilidad”. Estos últimos cuatro bloques tienen sus contenidos distribuidos por cursos. En el bloque de Geometría el primer curso se dedica a la geometría plana, el segundo curso a los triángulos rectángulos, semejanzas, poliedros y cuerpos de revolución, y un último contenido de herramientas informáticas.

En tercero y cuarto de la ESO, las matemáticas se dividen en Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas y Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Aplicadas. Respecto a las matemáticas académicas, el bloque de Geometría en tercero se dedica a la geometría del plano, del espacio, al globo terráqueo con coordenadas geográficas y husos horarios y también hay un contenido de herramientas tecnológicas. En el cuarto curso, la geometría se divide en geometría del plano, semejanzas y razones entre longitudes, áreas y volúmenes, trigonometría, iniciación a la geometría analítica en el plano, y aplicaciones informáticas de geometría dinámica.

Respecto a las matemáticas aplicadas, en tercer curso la geometría se dedica a rectas y ángulos en el plano, propiedades de figuras planas, teorema de Thales, movimientos en el plano, geometría del espacio, y globo terráqueo con coordenadas geográficas. En cuarto curso los contenidos de geometría son triángulos rectángulos, semejanzas, Teoremas de Thales y resolución de problemas geométricos en el mundo físico, también con aplicaciones informáticas de geometría dinámica.

La Geometría en el Bachillerato

En el bachillerato de Ciencias Sociales no aparece la geometría en ningún bloque de contenidos. En el bachillerato de Ciencias, existen dos asignaturas Matemáticas I para primer curso y Matemáticas II para segundo curso. Para ambos cursos de los cinco bloques de contenidos en los que se divide cada asignatura, hay uno que se dedica a la Geometría con contenidos, en primer curso, de ángulos, trigonometría, vectores, y geometría analítica en el plano; y en segundo curso con geometría analítica en el espacio.

Por lo tanto, podemos deducir que solo se imparte geometría, en el bachillerato de ciencias, siendo ésta solo geometría analítica para el plano en primer curso y para el espacio en segundo curso.

Conclusiones

Como se puede comprobar, a través de los distintos currículos de los diferentes niveles educativos en España, aunque la Geometría debería ocupar una buena posición, sin embargo, la realidad nos dice que no es así, sino que es la relegada de la enseñanza, si da tiempo, siendo una especie de comodín que se puede encoger o alargar a medida de las necesidades del docente.

Por niveles educativos no universitarios, podemos decir que en el Bachillerato la geometría que se imparte es exclusivamente geometría analítica. En la etapa de Educación Secundaria Obligatoria, a la vista del currículo de la Comunidad de Madrid, la geometría se reduce prácticamente a geometría métrica. En la Educación Primaria ocupa un 21 % aproximadamente de los contenidos que se establecen en los currículos de la Comunidad de Madrid, que dan para el bloque de “Números” el 47%, y el 27 % para el de “Medida”, y el resto, es decir el 5% para el de “Estadística y Probabilidad”. Como se ha visto en la etapa de Educación Infantil, el currículo tampoco establece la recomendación de los pedagogos y psicólogos de introducir en esta etapa los distintos tipos de geometría.

Creemos que es importante reivindicar un currículo más amplio de Geometría en todos los niveles no universitarios, haciendo más hincapié en la enseñanza y aprendizaje, no solo de la geometría métrica o euclídea, sino también en la geometría topológica y proyectiva, cuyos conceptos nos parecen muy necesarios para la vida cotidiana.

¿Qué piensa el auditorio de esta idea sobre la geometría? ¿qué tipo de geometría deberíamos enseñar?

Referencias bibliográficas

Castelnuovo, E. (1997). “Enseñanza de las matemáticas: lo que es invariante en un mundo que cambia”, Uno, 12, págs. 29-36.

Chamorro, M.C. (Coord.) (2011). *Didáctica de las Matemáticas*. Colección Didáctica Infantil. Madrid: Pearson/Prentice Hall.

Decreto 22/2007, de 10 de mayo, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el currículo de la Educación Primaria. B.O.C.M. nº 126, de 29 de mayo de 2007

Decreto 17/2008, de 6 de marzo, del Consejo de Gobierno, por el que se desarrollan para la Comunidad de Madrid las enseñanzas de la Educación Infantil. B.O.C.M. del 12 de marzo de 2008.

Decreto 89/2014, de 24 de julio, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el Currículo de la Educación Primaria. B.O.C.M. del 25 de julio de 2014.

Decreto 48/2015, de 14 de mayo, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria. B.O.C.M. nº 118 de 20 de mayo de 2015.

Decreto 52/2015, de 21 de mayo, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el currículo del Bachillerato. B.O.C.M. nº 120 de 22 de mayo de 2015.

Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE). B.O.E. nº 295 de 10 de diciembre de 2013.

Orden ECI/3960/2007, de 19 de diciembre por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la Educación Infantil. B.O.E. del 5 de enero de 2008.

Piaget, J. y García R. (1986). *Psicogénesis e historia de la ciencia*. Madrid: Siglo XXI.

Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación primaria. BOE 8 de diciembre de 2006

Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. BOE del 1 de marzo de 2014.

Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. B.O.E. nº3 de 3 de enero de 2015.

Vecino, F. (1997). “La representación del espacio en la transición de la escuela infantil a la escuela primaria”. Uno, 12, 93-107.