



# REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM

<https://revista.amiutem.edu.mx>

Publicación periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores  
del Uso de Tecnología en Educación Matemática

Volumen V      Número 1      Fecha: Junio de 2017

ISSN: 2395-955X

## Directorio

Rafael Pantoja R.  
Director

Eréndira Núñez P.  
Lilia López V.  
Lourdes Guerrero M.

Sección: Selección de  
artículos de investigación

Elena Nesterova  
Alicia López B.  
Verónica Vargas Alejo  
Sección: Experiencias  
Docentes

Esnel Pérez H.  
Armando López Zamudio  
Sección: Geogebra

ISSN: 2395-955X

LA CALCULADORA TI-NSPIRE CX CAS COMO MEDIO PARA  
ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE QUE INVOLUCRAN LA DIFERENCIA  
MATEMÁTICA

María del Rosario Gallardo Reyes, Graciela Eréndira Núñez  
Palenius

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo  
*chayogallardo@terra.com.mx, erepalenius@hotmail.com*

Para citar este artículo:

Gallardo, M., y Núñez, G. (2017). La calculadora TI-Nspire CX CAS como medio para actividades que involucran la diferencia matemática. *Revista Electrónica AMIUTEM*. Vol. V, No. 1. Publicación Periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática. ISSN: 2395-955X. México.

Revista AMIUTEM, Año V, No. 1, Enero 2017, Publicación semestral editada por la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C. Universidad de Guadalajara, CUCEL, Departamento de Matemáticas, Matemática Educativa. B. M. García Barragán 1421, Edificio V Tercer nivel al fondo, Guadalajara, Jal., S.R. CP 44430, Tel. (33) 13785900 extensión 27759. Correo electrónico: [revista@amiutem.edu.mx](mailto:revista@amiutem.edu.mx). Dirección electrónica: <https://revista.amiutem.edu.mx/>. Editor responsable: Dr. Rafael Pantoja Rangel. Reserva derechos exclusivos No. 042014052618474600203, ISSN: 2395.955X, ambos otorgados por el Instituto Nacional de Derechos de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C., Antonio de Mendoza No. 1153, Col. Ventura Puente, Morelia Michoacán, C.P. 58020, fecha de última modificación, 10 de julio de 2016. Las opiniones expresadas en los artículos firmados es responsabilidad del autor. Se autoriza la reproducción total o parcial de los contenidos e imágenes siempre y cuando se cite la fuente y no sea con fines de lucro. No nos hacemos responsables por textos no solicitados.

## LA CALCULADORA TI-NSPIRE CX CAS COMO MEDIO PARA ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE QUE INVOLUCRAN LA DIFERENCIA MATEMÁTICA

María del Rosario Gallardo Reyes, Graciela Eréndira Núñez Palenius

*chayogallardo@terra.com.mx, erepalenius@hotmail.com*

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

**Palabras clave:** Aprendizaje colaborativo, mediación, TIC.

### Resumen

La enseñanza tradicional del cálculo diferencial pone énfasis en la parte operacional. Es necesario implementar métodos para lograr que el estudiante tenga un mejor acercamiento a lo conceptual. Se presentan los resultados obtenidos de una investigación, donde se evidencia cómo los estudiantes aprenden el concepto de diferencias al trabajar con actividades de aprendizaje apoyados de la calculadora simbólica TI-Nspire CX CAS, aprovechando su poderosa combinación de computación simbólica y visualización gráfica en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Es así que en esta investigación se hizo presente el uso de las TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación), las cuales fortalecen un ambiente didáctico e influyen en el aprendizaje de los estudiantes. Se inicia con una etapa exploratoria denominada experimentación piloto, seguida de una experimentación formal; ambas experimentaciones se llevaron a cabo con alumnos de primer grado de la Facultad de Ingeniería Química. Comienzan con una actividad diseñada para el uso de la calculadora que requiere la interacción entre el alumno y las herramientas dentro de CAS, siguiendo con actividades que fueron elaboradas para facilitar el desarrollo de razonamientos que lleven al estudiante a lograr el aprendizaje de los conceptos involucrados. Se trabajó en grupos integrados por tres personas, durante el desarrollo de las actividades los estudiantes tuvieron algunas dificultades que se convirtieron en retos, dando pauta a la posibilidad de que construyeran sus conocimientos en un ambiente de intercambio de ideas, puntos de vista y convencimiento, brindando así la oportunidad de que se dé un aprendizaje significativo.

**Key words:** Collaborative learning, mediation, ICT

### Abstract

The traditional teaching of differential calculus emphasis is placed on the operational part. Then it is necessary to implement methods to get the student to have a better approach to the conceptual. This work presents the results of an investigation showing how students learn the concept of differences by working with learning activities supported by the symbolic calculator Ti-Nspire CX CAS, taking advantage of its powerful combination of symbolic computation and graphical visualization in teaching and learning mathematics. In this research, the use of Information and Communication Technologies (ICTs) was made present, these tools strengthen a didactic environment and influence student learning. The study begins with an exploratory stage called pilot experimentation, followed by a formal experimentation; both experiments were carried out with first grade students of the Faculty of Chemical Engineering. They begin with an activity designed for the use of the calculator that requires de interaction between the student and the tools within CAS, the subsequent

activities are designed to facilitate the development of reasoning that lead the student to achieve the learning of the concepts involved. The work was made in groups of three people, during the development of the activities the students had some difficulties that became challenges, giving guidance to the possibility of building their knowledge in an environment of exchange of ideas, points of view and convincing, thus providing the opportunity for significative learning.

## Introducción

Las matemáticas sin contexto son abstractas y por ende, necesitan una completa atención y dedicación para poder apropiarse de sus conceptos, por este motivo la enseñanza de las matemáticas parte del uso de material concreto permitiendo que el mismo estudiante experimente el concepto desde la estimulación de sus sentidos, logrando llegar a interiorizar los conceptos que se quieren enseñar a partir de la manipulación de los objetos en su entorno. Los niños necesitan aprender a través de experiencias concretas, en concordancia con su estadio de desarrollo cognitivo (Piaget, 1958), esto se refiere al material en el que participa el sentido del tacto así como el visual.

Es así, que interesados por el conocimiento que se deriva de la tecnología, observamos que las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) tienen un impacto muy grande, pues en ocasiones sirven para comprobar resultados, para reforzar conceptos o para que el estudiante construya autónomamente su propio conocimiento. Su integración dentro del currículo sirve como puente para la apropiación de conceptos matemáticos.

El uso de la tecnología en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, permite crear instrumentos atractivos con alto grado de interactividad que facilitan la exploración, el descubrimiento y la investigación de conceptos y relaciones. Es por ello, que se considera altamente apropiado la integración de sistemas de álgebra computacional (CAS), reconocidos por su combinación poderosa de computación simbólica y visualización gráfica en la enseñanza de matemáticas, ya que desde su introducción, CAS se ha visto como una herramienta altamente valiosa para hacer matemáticas y potencialmente viable para la enseñanza y aprendizaje de las mismas.

## Objetivos

Analizar la influencia que tiene la aplicación de actividades de aprendizaje estructuradas didácticamente y mediadas por la calculadora, para que los estudiantes aprendan de manera significativa el concepto de diferencias matemáticas, además de formular y aplicar los conceptos de incrementos " $\Delta x$ " y " $\Delta y$ ".

## Referente teórico

Es así, que uno de los objetivos de este trabajo, consiste precisamente en probar que es posible a través del uso de la calculadora simbólica Ti-Nspire CX CAS y de las representaciones gráficas generadas por ella, iniciar la comprensión conceptual de los objetos matemáticos involucrados en las actividades, interactuando con los diferentes tipos de representaciones.

Desde una perspectiva teórica, donde la tecnología no queda excluida pero tampoco es central, Duval (1995) señala que:

“... estamos entonces en presencia de lo que se podría llamar la paradoja cognitiva del pensamiento matemático: por un lado, la aprehensión de los objetos matemáticos no puede ser otra cosa que una aprehensión conceptual y, por otro lado, solamente por medio de las representaciones semióticas es posible una actividad sobre los objetos matemáticos”

Duval (1995) establece que cada representación es parcial con respecto a lo que representa, debemos considerar como absolutamente necesario la interacción entre diferentes representaciones del objeto matemático para la construcción del concepto, no bastando con trabajar las actividades dentro de un sólo sistema de representación, sino también realizar las tareas de conversión de una representación a otra.

Entonces, de acuerdo con la teoría sobre la importancia del uso de diferentes representaciones en la enseñanza de las matemáticas, lo que debemos hacer es introducir los conceptos matemáticos a través de actividades que propicien el trabajo con diferentes representaciones. Cuando el estudiante manipula la calculadora Ti-Nspire CX CAS, éste realizará una representación gráfica; la comprensión de las relaciones existentes entre la representación mental (al manipular la calculadora) y la representación gráfica (externa) como resultado de esta manipulación, juega un papel cognitivo.

Como ya se ha mencionado, se considera que la tecnología juega un papel fundamental en la configuración del proceso de aprendizaje individual y, por supuesto, en la manera en que se genera el conocimiento colectivo. Aprender utilizando métodos colaborativos nos parece un aspecto muy importante y necesario para el desarrollo de las competencias requeridas en la sociedad del conocimiento (Mercer, 2001).

La teoría constructivista se enfoca en la construcción del conocimiento a través de actividades basadas en experiencias ricas en contexto. El constructivismo ofrece un nuevo paradigma para esta nueva era de información motivado por las nuevas tecnologías que han surgido en los últimos años. Con la llegada de estas tecnologías, los estudiantes no sólo tienen a su alcance el acceso a un mundo de información ilimitada de manera instantánea, sino que también se les ofrece la posibilidad de controlar ellos mismos la dirección de su propio aprendizaje. Cambiar el esquema tradicional del aula, donde el papel y el lápiz tienen el protagonismo principal, y establecer un nuevo estilo en el que se encuentren presentes las mismas herramientas pero añadiéndoles las aplicaciones de las nuevas tecnologías, aporta una nueva manera de aprender, que crea en los estudiantes una experiencia única para la construcción de su conocimiento (Calderón, 2016).

La investigación en educación matemática con el uso de tecnologías digitales ha mostrado que, por la vía de dichas tecnologías, los estudiantes pueden tener un acceso temprano a trabajar con ideas matemáticas complejas y poderosas. En pocas palabras, se ha podido constatar que el impacto de aprender en ciertos entornos tecnológicos se da a nivel no sólo cognitivo sino también epistemológico (Balacheff & Kaput), 1996 Sin embargo, a partir de muchas de las investigaciones realizadas en este campo se ha llegado a la conclusión de que el diseño de la actividad o tarea que se realice con el uso de tecnología es determinante para que dicho uso tenga un efecto significativo en el aprendizaje (Healy, 1994).

A partir de lo citado anteriormente se debe hablar de la Génesis instrumental que es el proceso de la construcción de esquemas, consiste en técnicas y concepciones que le dan significado a las mismas. En otras palabras, estudia cómo un artefacto se convierte en un

instrumento, de manera que se integra al humano para construir conocimiento matemático. La teoría de instrumentación está en línea con las opiniones sobre el rol de símbolos en la educación matemática (Gravemeijer, 2000).

### Metodología

Se hizo una extensa búsqueda de información bibliográfica basada en la literatura utilizada en el diseño original de las actividades (Ibarra, 2015), el cual involucra los temas de Cálculo diferencial de acuerdo con el programa del primer módulo de la carrera de Ingeniería Química. Además de artículos como investigadores como Duval (1993) que aborda la Teoría de las Representaciones semióticas; Panitz (1997) que propone una definición para los aprendizajes cooperativo y colaborativo; Mercer (2001) que habla del aprendizaje colaborativo; Vygotsky (1986) quien propone que los procesos mentales superiores pueden ser considerados como funciones de actividades mediadas, y sugiere tres clases principales mediadores: herramientas físicas, herramientas psicológicas y otros humanos; Ibarra (2015) que propone el diseño original de las actividades; Artigue (2002) que enfoca al concepto de instrumento y menciona el esquema T-T-T (Tarea-Técnica-Tecnología) y Heid (1988) que demostró que CAS puede facilitar el desarrollo de conceptos matemáticos

En la experimentación se aplicó la actividad de aprendizaje para la conceptualización de Diferencias. Misma que fue diseñada bajo el esquema Tarea-Técnica-Tecnología de Artigue (2002) y está estructurada en tres partes: por una sección de lápiz y papel, otra utilizando el sistema CAS y la tercera es una parte de simbolización (Ibarra 2015).

Se trabajó con 27 alumnos del primer año de la Facultad de Ingeniería Química de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Se organizaron nueve equipos de tres personas cada uno.

En general esta actividad, contiene los siguientes temas:

- Significado de una diferencia matemática.
- Secuencia de números para plantear el operador  $\Delta$  así como su significado.
- Manejo de subíndices.
- Introducción básica a la calculadora TI-Nspire CX CAS.

Basándose en la aplicación de las actividades que realizó Ibarra (2015), se diseñó un plan de trabajo que permitiera planificar de manera general las experimentaciones que se llevarían a cabo para esta investigación: como considerar el número de estudiantes que participarían, la formación de los equipos con integrantes de diferentes niveles académicos, de qué manera se distribuirían los equipos en el salón de clases, el tiempo necesario para resolver cada actividad, el lugar en dónde se colocaría la cámara fija, el desplazamiento de la cámara móvil, el papel que tomaría cada estudiante de acuerdo con el rol establecido en el diseño de las actividades de aprendizaje, el empleo de lapiceros de diferentes colores para no borrar razonamientos erróneos, el diseño de una actividad para el uso y manejo de la calculadora Ti-Nspire CX CAS en donde se explicaran los principales comandos a utilizar y por último la intervención del investigador en puntos específicos durante el desarrollo de la experimentación con alumnos de primer año de la Facultad de Ingeniería Química.

## Experimentación

La parte experimental de esta investigación se realizó en dos etapas, la primera fue una "Experimentación Piloto" y la segunda una "Experimentación Formal", la primera, se hizo con el fin de:

1. Observar la estructura didáctica de las actividades.
2. Revisar los conceptos involucrados en la actividad, que se les dificultaron a los estudiantes al contestarla.
3. Observar razonamientos erróneos de los alumnos, para que el investigador intervenga en la experimentación formal y por medio de cuestionamientos el estudiante pueda rectificar su razonamiento.
4. De acuerdo con lo observado en las evidencias de la experimentación piloto, hacer las modificaciones necesarias para aplicar la experimentación formal.

De acuerdo con Ibarra (2015), cada integrante del equipo debía cumplir un rol específico que cambiaba de una actividad a otra: un estudiante trabajaba con la calculadora, otro como coordinador dentro del trabajo en equipo y el tercero haciendo las anotaciones en la hoja de trabajo; esto con la finalidad de que cada integrante del equipo tuviera la misma oportunidad de aprendizaje. Se entregó por equipo la actividad respectiva, una calculadora Ti-Nspire CX CAS, hojas en blanco para anotaciones extras y tres lapiceros de diferentes colores (negro, azul y rojo), con la finalidad de que los alumnos no borrarán ninguna respuesta en caso de considerarla errónea y para tener evidencias acerca del razonamiento.

## Resultados

### *Análisis de datos*

En este punto se analizan los datos obtenidos en la experimentación formal, los cuales se obtienen con base en la revisión de las actividades resueltas y a las videograbaciones generadas durante el desarrollo de la aplicación de las mismas.

### *Actividad 1. Diferencias*

En esta actividad se tienen los siguientes objetivos didácticos, los cuales permitirán empezar a construir el concepto inicial de diferencias:

1. Entender el significado de una diferencia matemática.
2. Formular y aplicar el concepto de los incrementos  $\Delta i$  y  $\Delta u$ .

Para el primer objetivo, se pretende que el estudiante comprenda el significado de una diferencia matemática para lo cual al inicio de la actividad, Ibarra (2015) hace una breve introducción de ésta y cómo se utiliza:

“La diferencia matemática es el resultado de restar, en donde se resta un sustraendo de un minuendo. Por ejemplo, la diferencia entre 3 (sustraendo) valor final (minuendo). *Es decir, la diferencia es igual al valor final menos el valor inicial.*”

Por ejemplo dentro del inciso "a)" se pregunta:

“Un automóvil contiene un tanque de 90 litros. Se llena al comienzo de la semana, al final de ella se observa que el tanque contiene 32.3 litros. ¿Cuál es la diferencia de litros en el tanque a lo largo de la semana?”

Las situaciones que se presentan en el inciso "a)" son casos de la vida cotidiana en los cuales se debe encontrar la diferencia. La idea general, es ver cómo son las diferencias en situaciones donde hay aumento o disminución de una cantidad.

Para este cuestionamiento los alumnos deben darse cuenta que hay una disminución en la cantidad inicial de gasolina, ya que cuando hacen la diferencia se obtiene un resultado menor que el que el que tenían al principio, porque hizo una diferencia de dos cantidades positivas. Al hacer el análisis de todas las situaciones planteadas dentro del inciso “a)” se espera que los estudiantes asocien cada signo con su diferencia y determinen si es un consumo, un aumento o es constante. Posteriormente deben dar respuesta al inciso “c)”:

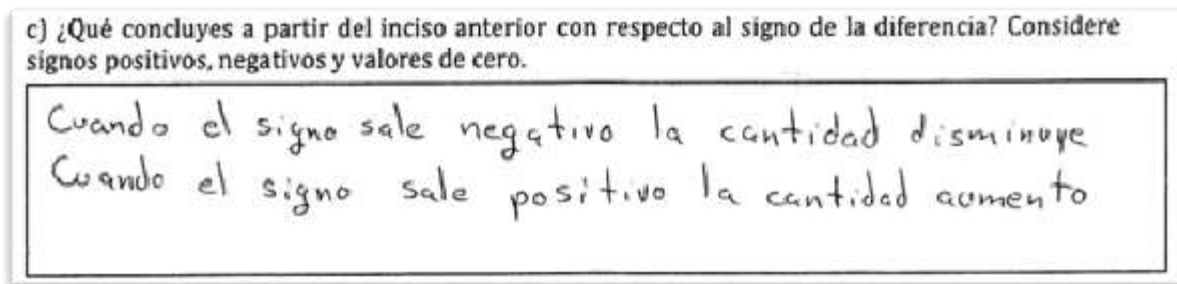


Figura 1. Evidencia del significado de una diferencia matemática

Al responder correctamente esta pregunta, los alumnos estarían cumpliendo con el primer objetivo de la actividad. Como se puede observar en el análisis de la figura I que hacen los estudiantes, con lo cual se demuestra que comprenden el significado de una diferencia matemática.

El siguiente diálogo muestra la discusión que hacen los estudiantes para llegar al significado del signo negativo en una diferencia:

Integrante 1: (Lee la pregunta del inciso “b)”) Observe las diferencias de los tres casos del inciso anterior, ¿existe una diferencia con signo negativo? En caso afirmativo, ¿qué representa con respecto a la cantidad (aumenta o disminuye)?

Integrante 2: Sí, disminuye porque todos los demás aumentan (señalando los dos primeros casos), pero el que disminuye es éste (señalando el tercer caso).

Integrante 1: (Lee la pregunta del inciso) “¿Qué concluyes a partir del inciso anterior con respecto al signo de la diferencia? Considere signos positivos, negativos y valores de cero.

Integrante 2: Que cuando te sale negativo es la diferencia que hay de una cantidad a otra, pero porque disminuye, o sea cuando tú por ejemplo tienes esto (señalando la cantidad final en el primer caso) y le restas esto (cantidad inicial en el primer caso) te está dando la diferencia, pero porque aumentó, pero aquí (haciendo referencia al tercer caso) te está dando la diferencia, pero de lo que disminuyó por eso te sale negativo.

Integrante 1: ¿Entonces cómo le pongo? (pregunta a sus compañeros). Concluimos del inciso anterior...

Integrante 2: Que el signo cuando te sale negativo significa que la cantidad disminuye, y al salirte positivo es que la cantidad aumentó.

### Observaciones

Analizando el diálogo anterior, se observa que los estudiantes hacen un razonamiento correcto sobre el significado del signo negativo en una diferencia. Para llegar a esta conclusión hacen un análisis de todos los casos propuestos en el inciso I-a, observando que los dos primeros representan un aumento por ser la diferencia positiva, ya que la cantidad final es mayor que la inicial. Al llegar al tercer caso observan que la diferencia es negativa, hacen una comparación con los dos anteriores y concluyen que ésta última representa un consumo, al percatarse que la cantidad final es menor que la inicial.

Una vez entendido el significado de una diferencia, el siguiente objetivo de la actividad es que los alumnos identifiquen el concepto de delta ( $\Delta$ ) y su significado. Dentro de la actividad, Ibarra (2015) hace una breve introducción sobre este concepto de la siguiente manera:

“En matemáticas el operador delta ( $\Delta$ ) representa un cambio. Siendo un operador matemático, puede aplicarse a cualquier variable. Por ejemplo,  $\Delta x$  representa un cambio en  $x$  mientras que  $\Delta T$  representa un cambio en  $T$  (muchas veces dicha variable representa una temperatura).”

Para cumplir con el segundo objetivo es necesario que los alumnos contesten correctamente el inciso “f”, donde se les pide encontrar el valor de  $\Delta i$  y  $\Delta u$  para un conjunto de datos. Posteriormente darán respuesta al inciso “g” y deberán encontrar una relación entre estos dos incisos. Esto es importante para que los estudiantes puedan formular una expresión algebraica y así dar respuesta al inciso “h”, el cual plantea lo siguiente:

“Expresa su observación del inciso “g” en forma matemática (fórmula). ¿Se cumple en cada caso de la tabla?”

Como respuesta al inciso “h” los alumnos llegan a lo siguiente:

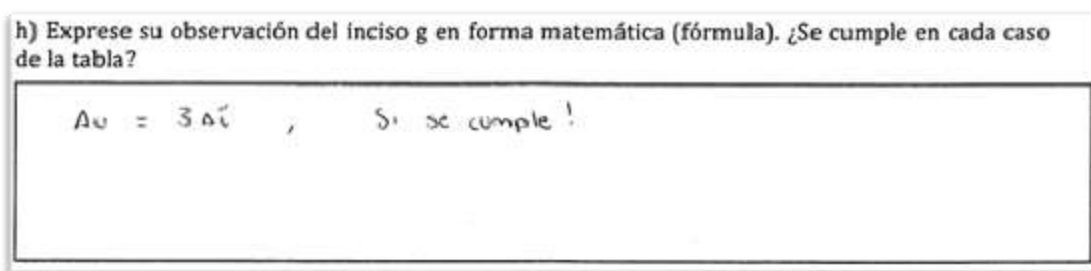


Figura 2. Evidencia de aplicación del operador  $\Delta i$  y  $\Delta u$

Para llegar a esta conclusión, los alumnos hacen el siguiente diálogo:

Integrante 1: (Lee la pregunta del inciso “g”) Analice la tabla del inciso “f”, ¿hay una relación con respecto a  $\Delta i$  y  $\Delta u$ ? ¿Qué puede concluir?

Integrante 2: Que todos son múltiplos de 3, porque es uno por tres, tres; dos por tres, seis; tres por tres, nueve; es lo único que concluyo.

Integrante 3: Pues sí, ¡todos son múltiplos de tres!



Integrante 1: ¡No!, es que sería más bien que los valores de  $\Delta u$  son múltiplos de  $\Delta i$  porque  $\Delta i$  lo multiplicas por tres.

Investigador: ¿Cómo se vería eso que acabas de decir, en una expresión matemática?

Integrante 1: ¿O sea cómo?

Investigador: O sea, tu ahí dices que los valores de  $\Delta u$  son múltiplos de  $\Delta i$  pero múltiplos ¿cómo?, es decir, ¿Por qué los estas multiplicando para que sean igual?

Integrante 1: ¡Ah!, le entendemos que porque son múltiplos de tres...

Investigador: Si, pero ¿cómo lo expresarías en una fórmula matemática? ¿ $\Delta u$  es igual a qué? o ¿ $\Delta i$  a qué es igual?

Integrante 1: ¡Ah!,  $\Delta u$  es igual a tres por  $\Delta i$ .

### *Observaciones*

Como se muestra en el diálogo anterior los estudiantes identifican que hay una correspondencia entre los valores de  $\Delta u$  y  $\Delta i$ , ellos señalan que  $\Delta u$  va a estar determinado por los valores que tome  $\Delta i$  multiplicado por tres; es importante mencionar que identificaron la relación pero no la pudieron expresar como una función matemática, por lo que fue necesaria la intervención del investigador y por medio de preguntas orientadas para que ellos pudieran identificar la necesidad de utilizar dicho operador dentro de una diferencia matemática.

Con estas evidencias se demuestra que se cumplen los objetivos planteados para esta actividad en donde los alumnos usaron la calculadora TI-Nspire CX CAS en algunos incisos y así comprenden el significado de una diferencia matemática, además formulan y aplican los conceptos de  $\Delta x$  y  $\Delta y$ .

### **Conclusiones**

Observamos que innumerables estudios han demostrado que técnicas de enseñanza pasivas no son adecuadas para un aprendizaje significativo. En este trabajo, la mediación se lleva a cabo con la calculadora TI-Nspire CX CAS, ya que es el instrumento mediador entre el alumno y los objetos matemáticos contenidos en las actividades y es así que a través de las diferentes representaciones semióticas generadas en las discusiones individuales y grupales, el alumno logra construir gradualmente el concepto de diferencia.

El uso de las TIC en los diferentes niveles y sistemas educativos tienen un impacto significativo en el desarrollo del aprendizaje, ya que han mostrado que pueden ser un gran apoyo para los docentes al verse como una herramienta que permite a los estudiantes tener más elementos (visuales y auditivos) para enriquecer el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Las TIC pueden apoyar las investigaciones sobre el aprendizaje de los alumnos en varias áreas de las matemáticas; pues se espera que cuando dispongan de ellas logren concentrarse en tomar decisiones, razonar y resolver problemas.

El uso de la calculadora TI-Nspire CX CAS es parte fundamental de éste proyecto, además de las actividades de aprendizaje, ya que gracias a su estructura didáctica los estudiantes trabajan con problemas que hacen que ellos definan el concepto de diferencia. Asimismo, se fortaleció el trabajo en equipo por medio del aprendizaje colaborativo y cooperativo.

Partiendo de las respuestas dadas por los alumnos a los diferentes incisos y desde el punto de vista de la aprehensión del objeto matemático, los alumnos interactúan con diferentes tipos de representación, por lo que podemos concluir que han alcanzado un buen nivel de abstracción en el tema abordado logrando así un aprendizaje integral del concepto.

Debemos ser conscientes de que la preparación que los estudiantes poseen es insuficiente en este tipo de tareas y que la habilidad para interactuar entre diferentes registros de representación no surge como una acción espontánea del sujeto, se requiere de aprendizaje; el cual se logra enfrentando a los alumnos a situaciones problemáticas que necesiten del tránsito entre las distintas representaciones semióticas (Duval, 2006), que requiere la noción matemática que es objeto del aprendizaje.

Es importante que sigamos analizando y tratando de mejorar no sólo una labor docente en pos del buen desempeño de los estudiantes, sino también cuidar que el alumno pueda construir conceptos matemáticos.

### Referencias bibliográficas

- Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 7(3), 275-291.
- Balacheff, N. & Kaput, J. (1996). Computer-based learning environments in mathematics. En A. Bishop; K. Clement; C. Keitel; J. Kilpatrick; C. Laborde (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Press. pp. 469-501.
- Calderón, P. (2016). Conceptualización del límite a través de la aplicación de actividades con la calculadora TI-Nspire CX CAS. (Licenciatura, no publicada). UMSNH. Morelia, Mich
- Duval, R. (1993). Registres de Représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, 37-65.
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et Pensée humaine*. Berne: Peter Lang.
- Gravemeijer, K. P. E., Cobb, P., Bowers, J., y Whitenack, J. (2000). Symbolizing, Modeling, and Instructional Design. En P. Cobb, E. Yackel, K. McClain (eds.), *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms: Perspectives on discourse, tools, and instructional design*, p. 225-273. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Healy, A.F. (1994). Letter detection: A window to unitization and other cognitive processes. *Psychonomic Bulletin & Review*, 1, 333-344.
- Heid, M. K. (1988). Resequencing skills and concepts in applied calculus using the computer as a tool. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(1), 3-25.
- Ibarra, G. (2015). Conceptualización del cálculo diferencial a través de actividades con la calculadora TI-Nspire CX CAS. (Licenciatura, no publicada). UMSNH. Morelia, Mich.
- Mercer, N. (2001) Spoken Language in the classroom. In R. Mesthrie (ed.) *The Concise Encyclopedia of Sociolinguistics*.(Amsterdam: Pergamon).

- Panitz, T. (1997). Collaborative versus Cooperative Learning: Comparing the Two Definitions Helps Understand the Nature on Interactive Learning. *Cooperative Learning and College Teaching*, 8(2).
- Piaget, J. (1958). The growth of logical thinking from childhood to adolescence. *AMC*, 10, 12.
- Vygotsky, L. S. (1986). *Thought and language*. Cambridge, MA: MIT-Press.