



REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM

<https://revista.amiutem.edu.mx>

Publicación periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores
del Uso de Tecnología en Educación Matemática

Volumen V Número 1 Fecha: Junio de 2017

ISSN: 2395-955X

Directorio

Rafael Pantoja R.

Director

Eréndira Núñez P.

Lilia López V.

Lourdes Guerrero M.

Sección: Selección de
artículos de investigación

Elena Nesterova

Alicia López B.

Verónica Vargas Alejo

Sección: Experiencias

Docentes

Esnel Pérez H.

Armando López Zamudio

Sección: Geogebra

ISSN: 2395-955X

LA NOCIÓN DE APROXIMACIÓN EN EL AMBIENTE TECNOLÓGICO PROPORCIONADO POR GEOGEBRA (ATIAM)

María de Lourdes Guerrero Magaña, Patricia Manríquez Zavala,
Juan Carlos Proa Prado

Universidad de Guadalajara. Universidad Michoacana de San
Nicolás de Hidalgo, México.

*Lourdes.Guerrero@gmail.com, pati.manriquez@gmail.com,
morelia_juancarlos@hotmail.com*

Para citar este artículo:

Guerrero, M., Manríquez, P., Proa, J. C. (2017). La noción de aproximación en el ambiente tecnológico proporcionado por geogebra (ATIAM). *Revista Electrónica AMIUTEM*. Vol. V, No. 1. Publicación Periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática. ISSN: 2395-955X. México.

Revista AMIUTEM, Año V, No. 1, Enero 2017, Publicación semestral editada por la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C Universidad de Guadalajara, CUCEI, Departamento de Matemáticas, Matemática Educativa. B. M. García Barragán 1421, Edificio V Tercer nivel al fondo, Guadalajara, Jal., S.R. CP 44430, Tel. (33) 13785900 extensión 27759. Correo electrónico: revista@amiutem.edu.mx. Dirección electrónica: <https://revista.amiutem.edu.mx/>. Editor responsable: Dr. Rafael Pantoja Rangel. Reserva derechos exclusivos No. 042014052618474600203, ISSN: 2395.955X, ambos otorgados por el Instituto Nacional de Derechos de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C., Antonio de Mendoza No. 1153, Col. Ventura Puente, Morelia Michoacán, C.P. 58020, fecha de última modificación, 10 de julio de 2016. Las opiniones expresadas en los artículos firmados es responsabilidad del autor. Se autoriza la reproducción total o parcial de los contenidos e imágenes siempre y cuando se cite la fuente y no sea con fines de lucro. No nos hacemos responsables por textos no solicitados.

LA NOCIÓN DE APROXIMACIÓN EN EL AMBIENTE TECNOLÓGICO PROPORCIONADO POR GEOGEBRA (ATIAM)

María de Lourdes Guerrero Magaña, Patricia Manríquez Zavala, Juan Carlos Proa Prado
Universidad de Guadalajara. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, México.

lourdes.Guerrero@gmail.com, pati.manriquez@gmail.com,
morelia_juancarlos@hotmail.com

Resumen

Se presentan resultados de investigación relativos a una indagación sobre la noción de aproximación de medidas en objetos geométricos usando Geogebra. Los resultados muestran que los estudiantes de bachillerato tienen nociones débiles del concepto de aproximación aun cuando sus recursos aritméticos son bastos. Estos resultados permitieron, por un lado, analizar la potencialidad que tiene para el aprendizaje el conectar ideas geométricas y aritméticas y, por otro, entender mejor las fortalezas y dificultades que enfrentan los estudiantes. Enmarcamos este trabajo en la teoría de representaciones de Duval (1993), así como en los trabajos de Núñez y Cortés (2008) sobre Ambientes Tecnológicos Interactivos para el Aprendizaje de las Matemáticas (ATIAM), y Kuzniak (2012, 2013) sobre la importancia de transitar entre diferentes campos de las matemáticas.

Palabras clave: Aproximación, Conectando la aritmética y la geometría, Software de geometría dinámica, Medición, Versatilidad en el uso de recursos matemáticos

Introducción

Una de las consecuencias de la globalización es la necesidad de que los estudiantes cuenten con ciertas competencias que les permitan enfrentarse a nuevas situaciones; es por ello que, para hacer frente a esta situación, el joven estudiante necesita de una formación integral basada en una actualización constante y dinámica que se adapte a los distintos cambios de la sociedad. Con este planteamiento, el método de enseñanza tradicional, con aún una gran variedad de rastros palpables del conductismo de los años 80, no es que el que el alumno de hoy y de mañana requieren.

En este mismo contexto, el avance constante en el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en todos los ámbitos de nuestra vida, genera la necesidad de buscar innovar los métodos de enseñanza-aprendizaje basados en las TIC.

El uso de la tecnología ha permitido el manejo dinámico interactivo de múltiples sistemas de representación, lo que ha repercutido en un aprendizaje que hace más énfasis en los conceptos y el entendimiento matemático. Así mismo, las TIC han permitido tener una mayor comprensión de los problemas y dificultades que enfrentan los estudiantes durante el aprendizaje de ciertos conceptos matemáticos.

Las primeras experiencias con la utilización de software en los salones de clase de matemáticas (laboratorios) fue una tarea ardua, que muchas veces traía consigo más desventajas que beneficios debido, entre otras cosas, al alto costo que representaba adquirir una computadora, lo cual no la hacía un artefacto de acceso general. Así mismo, el software desarrollado era poco amigable y transparente con tiempos de ejecución prolongados, lo

que producía experiencias didácticas poco útiles desde el punto de vista del aprendizaje matemático. Sin embargo, con el paso del tiempo, hemos presenciado una actualización casi continua tanto de equipos como de software. Las necesidades actuales en la ciencia y en la tecnología, han encontrado un aliado en el uso de software, el cual ha necesitado de especialistas que lo adapten a la ciencia, lo que a la vez conlleva consigo un software cada vez más eficiente y dedicado a usos muy específicos en diversas ramas como la enseñanza de las matemáticas.

Los benéficos que se vislumbran por el uso de la tecnología en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, son considerables. Uno de ellos es la posibilidad de manejar dinámicamente objetos matemáticos en múltiples registros de representación dentro de esquemas interactivos, difíciles de lograr con los medios tradicionales no fácilmente manipulables. Así, el conocimiento matemático obtenido a través de la exploración de los objetos asume características no tradicionales.

Por lo anteriormente señalado, la investigación se sustentó sobre la necesidad de buscar formas en que los estudiantes de bachillerato, a través del uso de herramientas tecnológicas y de actividades de aprendizaje, generaran un aprendizaje conceptual acerca de las nociones de aproximación y estimación en ambientes de aprendizaje interactivos. Nociones que si bien están relacionadas con el estudio de la aritmética, a la que los estudiantes se enfrentan prácticamente durante toda la primaria y parte de la secundaria en nuestro país, son escasamente tratadas en el currículo y en el aula. Esta situación es compartida por los estudiantes en otros países de tal forma que varios investigadores (Chang, K., Males, L., Mosier, A. & Ginulates, F., 2011; Gooya, S., Khosroshahi, L. & Teppo, A., 2011; Hannighofer, J., Van den Heuvel-Panhuizen, M., Weirich, S. & Robitzsch, A., 2011; Smith, J., Van den Heuvel-Panhuizen, M. & Teppo, A., 2011) han resaltado la necesidad de utilizar actividades que favorezcan el desarrollo de estas habilidades.

Objetivo

El objetivo primario de la investigación, fue tener un mejor entendimiento de los procesos que siguen los estudiantes y los recursos matemáticos que utilizan cuando trabajan con Geogebra en actividades de aproximación que combinan de manera natural dos áreas básicas en las matemáticas escolares: la geometría y la aritmética.

Algunos objetivos adicionales fueron:

- Contar con información bien documentada sobre las fortalezas y dificultades en el aprendizaje de la noción de aproximación, de estudiantes de bachillerato.
- Generar actividades de aprendizaje conceptual que apoyen el uso de los recursos tecnológicos en el aula de matemáticas, particularmente de la utilización de software educativo de geometría dinámica.

Para lograr estos objetivos se plantearon las siguientes preguntas de investigación: ¿Qué características del software Geogebra permiten generar un ambiente de aprendizaje en el que los estudiantes logren desarrollar habilidades para estimar y aproximar cantidades numéricas?, ¿qué importancia da el estudiante al uso de software educativo para el aprendizaje de las matemáticas? y ¿qué estrategias y recursos matemáticos utilizaron los estudiantes para enfrentarse a las situaciones planteadas en las actividades?

Marco teórico

Muchas investigaciones se han realizado alrededor del uso de recursos tecnológicos en diferentes campos de las matemáticas escolares como el álgebra (Guerrero, L., Rojano, T., Maviriks, M., & Hoyles, C., 2011; Filloy, Puig, & Rojano., 2008; Kieran, 2007; Guerrero & Rivera, 2002; Rojano, 2001), la geometría (Kuzniak & Rauscher, 2011), o el cálculo (Aspinwall, Shaw & Presmeg, 1997), estudiando los procesos y nuevos acercamientos al aprendizaje usando estas herramientas. Sin embargo, es necesario estudiar también qué sucede en las interacciones entre diferentes dominios específicos de las matemáticas (Kuzniak, 2012, 2013) con el fin de comprender el funcionamiento global del trabajo matemático. Kuzniak (2012) señala que éste debe ser un ir y venir dentro de los diferentes espacios de trabajo matemático (ETM) que se les presentan a los estudiantes en el aula. Dicha interacción puede darse en algunos ámbitos de manera más natural; es el caso, por ejemplo de la geometría y la aritmética, en las que, a través del concepto de medida, pueden conjugarse conceptos de ambos ETM.

Particularmente, en la investigación que se reporta, analizamos la actividad realizada por los estudiantes de bachillerato en tareas que combinan el trabajo geométrico con el trabajo aritmético en Geogebra. Dicha combinación además permite pensar en un ETM como el contexto para promover el aprendizaje de conceptos en otro ETM; es decir, no resulta necesario “salir” del ámbito de las propias matemáticas para tratar de dar sentido y motivar el aprendizaje de las mismas. Así mismo, los medios tecnológicos y el software educativo que permiten mostrar, manipular y explorar diferentes representaciones de conceptos matemáticos (Duval, 1993), están siendo las herramientas idóneas para promover la integración de diferentes espacios de trabajo matemático (ETM).

Aunado al uso de la tecnología en el aula, es necesario crear verdaderos ambientes de trabajo matemático que promuevan el aprendizaje; así, en esta investigación hemos retomado las ideas emanadas de múltiples investigaciones con relación a la generación de entornos de aprendizaje colaborativos y de trabajo individual. Particularmente, hablamos de los Ambientes Tecnológico Interactivos para el Aprendizaje de las Matemáticas (ATIAM), término acuñado por Núñez y Cortés (2007) para describir los trabajos realizados en la línea de investigación sobre el uso de tecnología computacional para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, en la que también convergen aspectos y tendencias educativas actuales como: el desarrollo y uso de programas de cómputo, el uso de diversas plataformas de Internet y la utilización de calculadoras, entre otros, tanto desde la perspectiva de los profesores (didáctica y enseñanza) como desde el punto de vista del aprendizaje de las matemáticas (aspectos cognitivos) (Cortés, Guerrero, Morales & Pedorza, 2014).

El uso de la tecnología en el aula de matemáticas modifica las relaciones entre los diversos actores que interactúan en ella; es en este sentido, que se ha definido un ATIAM como “aquel [ambiente] que se genera en el espacio o entorno donde los actores de los procesos de enseñanza y de aprendizaje (profesor y alumno) y el objeto de conocimiento, interactúan de forma organizada a través de una metodología que incluye actividades de aprendizaje con el uso de tecnología” (Cortés, Núñez, 2007).

La investigación realizada alrededor de los ATIAM (Cortés, Núñez 2007; Núñez, Cortés 2008; Núñez 2008), ha mostrado que estos ambientes tecnológicos tienen potencial para

favorecer, en los estudiantes, el desarrollo de habilidades para la construcción de procesos de aprendizaje y de conceptos matemáticos. Para la creación de un ATIAM es preciso contar con: 1) una propuesta teórica de enseñanza y/o aprendizaje; 2) actividades que faciliten y estimulen la construcción de aprendizajes; y, 3) una metodología de enseñanza acorde con los puntos anteriores (Núñez, Cortés 2008).

La investigación que se reporta tiene que ver con el aprendizaje de nociones de aproximación y estimación. Si bien, como se ha mencionado previamente, se hace uso de un espacio de trabajo geométrico (ETG) como contexto, el énfasis del análisis se da en términos de estas nociones.

Actualmente el currículo de matemáticas del nivel básico se centra en el desarrollo de competencias así como del aprendizaje de conocimientos mediante la resolución de problemas. Dicho currículo ha relegado a segundo término algunas nociones básicas que resulta necesario retomar ya que son parte de la alfabetización matemática requerida por todo ciudadano competente; es decir, forman parte del conocimiento fundamental (SEP, 2011). Una de ellas es la capacidad para hacer aproximaciones; en la vida diaria tenemos necesidad de hacerlo todos los días y de muchas formas: Al manejar, estimamos velocidades; al ir al mercado estimamos precios y medidas; al darnos cuenta que nos equivocamos al hacer una operación o al juzgar la validez de ciertas afirmaciones cuantitativas. Generalmente hacemos estimaciones cualitativas y cuantitativas; sin embargo, muchos de los fenómenos que nos afectan se han vuelto tan complejos que no podemos percibirlos directamente o tratarlos de manera puramente cualitativa.

Si bien en el currículo actual se hacen diferentes recomendaciones para generar un alfabetismo funcional, del cual la aritmética es parte fundamental, la noción de aproximación es escasa en las situaciones que se les presentan a los estudiantes, sobreponiendo a ella el uso de la calculadora de bolsillo como un auxiliar en la resolución de problemas.

Esta situación es compartida por los estudiantes en otros países; diferentes investigadores (Chang, K., et al. 2011; Gooya, S., et al., 2011; Hannighofer, J., et al., 2011; Smith, et al., 2011) han resaltado la necesidad de incorporar al currículo actividades que favorezcan el desarrollo de estas habilidades.

Metodología

Para el presente trabajo de investigación se diseñaron y adecuaron tres tareas para ser utilizadas como contexto de la actividad: Construyendo polígonos, Construcción de polígonos regulares utilizando triángulos isósceles y El problema de la caja. La primera de las mismas se aplicó a un grupo de 14 estudiantes de bachillerato y las dos restantes a un segundo grupo de alumnos. Hay que hacer notar que las actividades: Construyendo polígonos y Construcción de polígonos regulares a través de triángulos isósceles tratan el mismo tema, aunque con diferente enfoque y por supuesto con preguntas distintas, situación que nos da además la oportunidad de hacer una comparación entre las respuestas de los grupos.

La intervención educativa para la investigación se realizó con alumnos de la escuela preparatoria Melchor Ocampo dependiente de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo y del Conalep II, Morelia.

El primer grupo de 14 estudiantes se conformó por jóvenes que de manera voluntaria decidieron participar en el estudio. Éstos a su vez se dividieron (de manera voluntaria) en cinco grupos con 2 personas, un grupo de 1 persona y un grupo de 3 personas.

En el Conalep II, Morelia, se contó con diferente número de alumnos participantes en cada una de las actividades que realizamos: en las actividades de polígonos contamos con la participación de 26 alumnos, que a su vez se dividieron en doce equipos con dos estudiantes y dos equipos con un alumno. Mientras que para la actividad denominada El problema de la caja, contamos con la participación de 13 alumnos que se dividieron de 6 equipos de 2 integrantes y uno de 1.

Esta experimentación se realizó en el periodo del 3 de mayo al 17 de junio de 2013. El diseño y desarrollo de la misma se vinculó con una concepción de enseñanza y aprendizaje sustentado en el trabajo colaborativo, caracterizado por la aceptación compartida de responsabilidades mutuas de los miembros participantes en un equipo o en un grupo, en el que los roles del profesor y los alumnos son pieza fundamental, así también, se relacionaron al diseño y desarrollo del modelo interactivo con una reflexión individual acerca de los que se requería indagar.

A lo largo de la implementación se puso a disposición de los estudiantes en todo momento:

1. Computadora de escritorio a la mano para manejo personal.
2. Software GeoGebra instalado en la computadora de uso personal.
3. Un proyector, donde también se dio al alumno una introducción al manejo del Software GeoGebra, además de explicarle algunas situaciones donde había duda general.
4. Materiales convencionales (Hojas de trabajo, Hojas de cuadernos, Pizarrón blanco y plumines).

Dado que los alumnos desconocían el software Geogebra, se les dio una pequeña introducción sobre su manejo, haciendo principal énfasis en las herramientas utilizadas en el desarrollo de la actividad.

Con los alumnos del Conalep II, Morelia, se trabajó durante tres sesiones de dos horas cada una, mientras en la preparatoria Melchor Ocampo se les dio únicamente una sesión de dos horas.

Exposición de la propuesta

La propuesta consistió en la implementación de tres actividades en un ETG que, a través del concepto de medida, se combina con la noción aritmética de aproximación. Enseguida se explica con detalle una de ellas y, por cuestión de espacio, solamente se hacen comentarios a las otras.

La actividad denominada Construcción de polígonos regulares usando triángulos isósceles, consta de tres secciones. La primera de ellas corresponde a un fundamento teórico donde se espera que el alumno, a través de contestar una serie de preguntas, sea capaz de recordar algunos conocimientos previos clave. La segunda parte de la actividad corresponde a tareas utilizando el software Geogebra en la que se proporciona una construcción geométrica que los estudiantes tienen que manipular. Se trata de la partición tradicional de un polígono

regular en tantos triángulos isósceles congruentes como el número de lados del mismo. En ésta se pide a los estudiantes trabajar con el ángulo central (el ángulo de la figura 1) en casos de polígonos regulares especialmente complejos, como el de 7 lados, en el que dicho ángulo solo puede darse de manera aproximada debido a las limitaciones del sistema de cómputo; limitaciones que en este caso se aprovechan para generar una actividad significativa para los estudiantes, creando condiciones para realizar procesos de experimentación y permitiendo un trabajo de carácter exploratorio (Guerrero & Cortés, 2013; Tanguay et al., 2013). Mediante ciertos cuestionamientos incluidos en una hoja de trabajo, se pide a los estudiantes que manipulen el ángulo y la medida del lado para, en un proceso de aproximación, logren cerrar lo mejor posible el polígono.

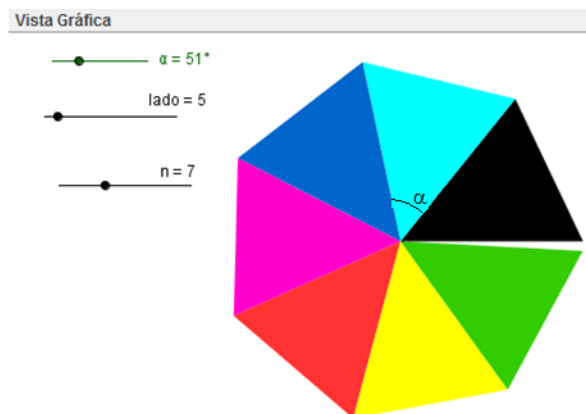


Figura 1. Construcción interactiva diseñada para la actividad de aproximación angular

Así mismo, interesaba que el alumno obtuviera la relación de proporcionalidad inversa entre el número n de triángulos que se necesitan para construir un polígono y el ángulo α

respectivo; esto es, $n = \frac{k}{\alpha}$ con k constante y que reflexionara sobre la relación entre el ángulo α y la longitud l del lado.

La tercera sección de esta actividad dio la oportunidad a los estudiantes de plasmar algunas conclusiones acerca de los resultados que habían obtenido, como el por qué no se puede construir un polígono regular de siete lados, o que investigaran sobre otros casos de polígonos regulares y sus propiedades métricas, como para los que es imposible realizar una construcción geométrica mediante la estrategia planteada.

La primera de las actividades aplicadas, denominada Construyendo Polígonos, trata también de la posibilidad o imposibilidad de construcción de polígonos regulares a partir de triángulos. En ella se proporciona a los estudiantes un archivo en el que pueden disponer de un conjunto hasta de 15 triángulos isósceles, todos congruentes a uno dado (ver figura 2). Con dichos triángulos, se pide a los estudiantes construir polígonos uniendo los triángulos por vértices y lados. Los estudiantes pueden variar el ángulo en el vértice del triángulo isósceles, la medida de su base y el número de triángulos que requieren. En la hoja de trabajo correspondiente a esta actividad, se hacen preguntas acerca de cuánto deberá medir el ángulo en el vértice A del triángulo ABC, para construir polígonos regulares con diferente número de lados, ya que la actividad trata de hacer al estudiante reflexionar sobre

la posibilidad (o no) de construir polígonos regulares de la manera en que comúnmente se tratan dichas figuras en los libros de texto al hablar de su perímetro o de su área.

Exploración y análisis de polígonos

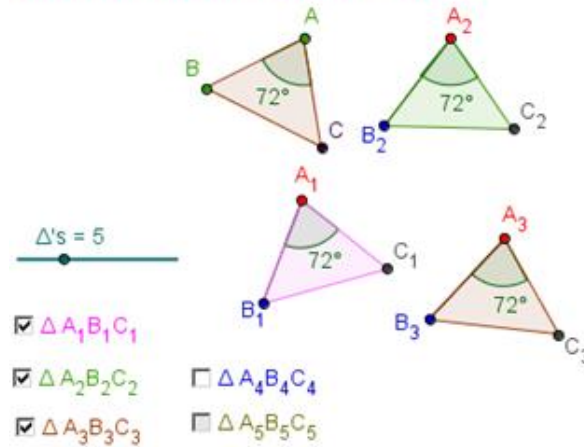


Figura 2. Actividad del archivo en GeoGebra

Otra de las actividades, denominada El problema de la caja, consiste en una simulación en Geogebra en la que los estudiantes tienen que manipular ciertas medidas, como la altura de la caja de un camión de carga que transita por una calle con cierta pendiente (también manipulable), con el fin de que éste pueda ser estacionado bajo un cobertizo. Se pretende que la experimentación (Guerrero & Cortés, 2013) con el modelo virtual ayude a los estudiantes a mejorar sus habilidades de aproximación. Es claro que aunque la caja del camión tenga una medida un poco inferior a la altura del cobertizo, éste no necesariamente puede entrar sin chocar en el techo. Los estudiantes deben manipular ya sea el ángulo de inclinación de la calle (el ángulo de la figura 3) o la altura de la caja del camión con el fin de lograr la meta. Se pide, en una hoja de trabajo, hacer ciertas tareas relacionadas con la manipulación de las cantidades descritas para ajustar lo mejor posible las medidas.

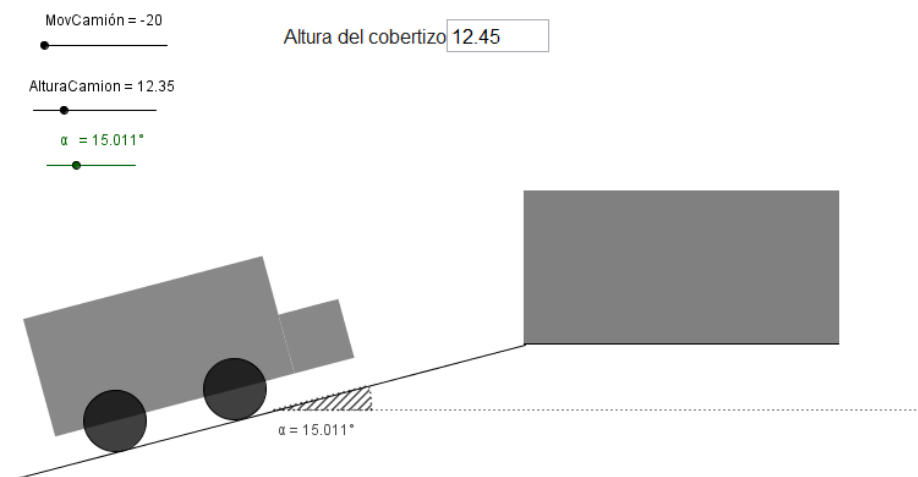


Figura 3. Construcción interactiva diseñada para la actividad de aproximación

Resultados

Una característica básica de los alumnos como respondieron a las actividades, es el escaso nivel de profundidad del conocimiento geométrico que considerábamos indispensable para trabajar en las actividades y que corresponde a un curso de geometría básica. Ejemplos que consideramos dentro de esta categoría son: los triángulos isósceles tienen dos lados iguales, la suma de los ángulos internos de cualquier triángulo es 180 grados, los ángulos en el triángulo equilátero son iguales, un polígono regular de n lados tiene exactamente n vértices. Así mismo, los alumnos nos informaron tener total desconocimiento en el uso de software de geometría dinámica, como Geogebra.

Otra circunstancia importante que encontramos al trabajar con los alumnos, fue que en la mayoría de las situaciones éstos responden de forma muy sencilla (ingenua en ocasiones) englobando una sola idea. Esto es, los alumnos fueron incapaces de poner en marcha y combinar varias ideas para la solución de un mismo problema.

Por otro lado, los estudiantes pudieron responder correctamente a preguntas relativas a los ángulos en polígonos regulares en algunos casos; por ejemplo, en el caso del pentágono señalan que la medida del ángulo α es de 72° “porque en total son 360° y se dividen entre 5”. Sin embargo, en casos como el del heptágono, los estudiantes muestran dificultades debido a que en dichos casos “no se tiene un valor exacto” al dividir el ángulo total (360°) por el número de lados (7). Una respuesta como la siguiente: “El polígono de 7 lados no es un polígono regular porque le falta cerrarse”, muestra que los estudiantes manejan los conceptos solamente a nivel perceptivo.

En la tabla 1 se muestran algunos resultados obtenidos del trabajo de los estudiantes con relación a la construcción presentada en la primera actividad aplicada, en donde con base en la manipulación de un conjunto de triángulos isósceles congruentes, se pide a los estudiantes la construcción de un polígono regular. Una respuesta típica se muestra en la figura 4.

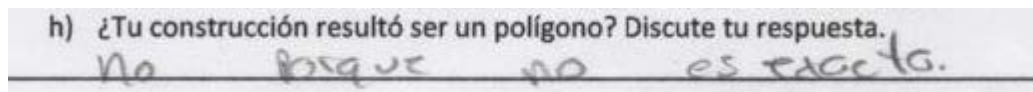


Figura 4. Respuesta típica de los estudiantes

Como se puede observar los alumnos logran establecer por sí mismos un resultado importante en términos de la construcción: la imposibilidad de construir geoméricamente ciertos polígonos. Así mismo, podemos observar la confusión que tienen con algunos conceptos matemáticos, como el de proporcionalidad.

Tabla 1. Parte de las respuestas de los equipos a la actividad Construyendo polígonos.

Equipo 1, sec. 424	No, porque le faltó cerrarse
Equipo 2, sec. 424	No, porque sobran partes en el polígono
Equipo 3, sec. 424	No, tenía siete lados aunque uno era de menor tamaño
Equipo 4, sec. 424	No, porque no es exacto
Equipo 1, sec. 403	Sí, pues cuando vamos cambiando las medidas, cambias los ángulos y salen diferentes figuras, polígonos regulares e irregulares
Equipo 2, sec. 403	No, porque tiene 7 lados iguales y no es proporcional
Equipo 3, sec. 403	Sí, por los lados que obtuvimos.
Equipo 4 y 5, sec. 403	Sí
Equipo 6 y 7, sec. 403	No respondieron

En el caso del heptágono, los estudiantes logran hacer aproximaciones para el ángulo solamente hasta la tercera cifra decimal del ángulo sin que puedan cerrar completamente el polígono. No logran dar explicaciones pertinentes a este fenómeno ni ir más allá en las aproximaciones. Sus respuestas a preguntas relativas a la exactitud de resultados son muy básicas, englobando solamente una idea geométrica perceptiva sin conexión con los valores numéricos que obtienen.

Conclusiones generales

En el currículo de matemáticas se establece que existe un polígono regular de n lados para cada entero $n > 2$ y, para cada uno de ellos, el ángulo central mide $\frac{360}{n}$ grados. Se espera también que el estudiante comprenda que ciertas fracciones no pueden expresarse de manera exacta en una forma decimal finita, y que no siempre es posible utilizar el signo de igualdad entre una fracción de la forma $\frac{m}{n}$ y una escritura decimal finita que represente lo mismo. Se insiste en la necesidad de utilizar diferentes formas de escritura de los números y que dichas formas serán útiles en el trabajo matemático posterior; sin embargo, estas ideas se dan de manera aislada, de tal forma que generan dificultades conceptuales en el aprendizaje de los estudiantes como lo muestra esta investigación.

Si bien los estudiantes que participaron en esta investigación se vieron interesados en realizar las actividades y trabajaron en ellas a lo largo de todas las sesiones sin tener dificultades en el manejo del software (aun cuando señalaron que nunca habían trabajado con un SGD), mostraron dificultades para seguir un argumento lógico y sus ideas fueron muy intuitivas y carentes de formalismo. Los estudiantes no trataron de comprobar sus respuestas por otros medios y además se observaron respuestas contradictorias en diferentes situaciones. Estas dificultades muestran que los estudiantes tienen problemas aún con nociones muy básicas, como las asociadas a los polígonos regulares.

Por otro lado, el software Geogebra permitió estudiar la abertura que queda en algunos polígonos “regulares”; haciendo que los estudiantes se percaten de este tipo de dificultades de construcción. Fue un importante auxiliar que ayudó a obtener información de manera experimental.

Referencias Bibliográficas

- Aspinwall, L., Shaw, K. & Presmeg, N. (1997). Uncontrollable Mental Imagery: Graphical Connections between a Function and its Derivative. *Educational Studies in Mathematics*, 33(3), 301-317.
- Cortés, C., Guerrero, L., Morales ch., & Pedorza, L. (2014) Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC): Aplicaciones Tecnológicas para el Aprendizaje de las Matemáticas. En: (2014) Agustín Carrillo (Ed.) *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. No 39. Septiembre 2014, pp. 141-161.
- Chang, K., Males, L., Mosier, A. & Ginulates, F. (2011) Exploring US textbooks' treatment of the estimation of linear measurements. *ZDM*, 43(5), 697-708.

- Duval, R. (1993) Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, n°5, p. 37-65. IREM de Strasbourg.
- Filloy, E., Puig, L., Rojano, T. (2008). *Educational algebra. A theoretical and empirical approach*. Springer, USA.
- Gooya, S., Khosroshahi, L. & Teppo, A. (2011) Iranian students' measurement estimation performance involving linear and área attributes of real-world objects. *ZDM*, 43(5), 709-722.
- Guerrero, L. & Cortés, C. (2013) Ambientes tecnológico – interactivos para el aprendizaje de las matemáticas: investigaciones y experiencias en geometría y cálculo. En: Rojano, T. (Editora) *Las tecnologías digitales en la enseñanza de las matemáticas*. Ed. Trillas, México.
- Guerrero, L. y Rivera, A. (2002) Exploration of patterns and recursive functions. En: Proceedings of the 24th PME-NA Conference, vol. 1. Athens, GA, USA.
- Guerrero, L., Rojano, T., Mavirikis, M., Hoyles, C. (2011). Critical Moments in generalization tasks. Building algebraic rules in a digital sign system. En: Wiest, L. R., & Lamberg, T. (Eds.) Proceedings of the 33rd Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of *Mathematics Education*. Reno, NV: University of Nevada, Reno.
- Hannighofer, J., Van den Heuvel-Panhuizen, M., Weirich, S. & Robitzsch, A. (2011) Revealing German primary school students' achievement in measurement. *ZDM*, 43(5), 651-665.
- Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. En: Lester, Jr., (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 707-762). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Kuzniak, A. (2012) Understanding the nature of the geometric work through its development and its transformations. *12th International Congress on Mathematical Education*, COEX, Seoul, Korea.
- Kuzniak, A. (2013) Travail mathématique et domaines mathématiques. To appear in A. Kuzniak et P. R. Richard (eds), *Proceedings of the 3rd symposium Espace de Travail Mathématique*. Université de Montréal.
- Kuzniak, A. & Rauscher, J. (2011) How do teachers' approaches to geometric work relate to geometry students' learning difficulties? *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 77 (pp.129–147).
- Núñez, E. y Cortés, C. (2008) Propuesta de una metodología de enseñanza usando ambientes tecnológicos interactivos. En: R. Pantoja, E. Añorve, C. Cortés y L. Osornio (Editores) *Investigaciones y propuestas sobre el uso de la tecnología en educación matemática*. Vol. 1, 121-231, Editorial AMIUTEM.
- Rojano, T. (2001). Algebraic Reasoning with Spreadsheets. *Proceedings of the International Seminar "Reasoning explanation and proof in school mathematics*

and their place in the intended curriculum". Qualifications and Curriculum Authority. Cambridge, UK, pp. 1-16.

SEP (2011). *Programas de estudio 2011. Guía para el Maestro. Educación Básica. Secundaria. Matemáticas*. Subsecretaría de Educación Básica de la SEP, México.

Smith, J., Van den Heuvel-Panhuizen, M. & Teppo, A. (2011) Learning, teaching, and using measurement: introduction to the issue. *ZDM, Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 43, 617–620.

Tanguay, D., Geeraerts, L., Saboya, M., Venant, F., Guerrero, ML. & Morales, Ch. (2013) An activity entaliling exactess and aproximation of angle measurment in a DGS. *CERME 8*. 6-10 de febrero, Turquía.