REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM

https://revista.amiutem.edu.mx

Publicación periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática

Volumen VI Número 2 Fecha: Enero-Junio de 2018

ISSN: 2395-955X

EL CONCEPTO DE PENDIENTE EN UN AMBIENTE TECNOLÓGICO A TRAVÉS DE ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE CON EL USO DE LA CALCULADORA TI-NSPIRE CX CAS

G. Eréndira Núñez Palenius, J. Carlos Cortés Zavala, Esperanza Duarte Vázquez

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, México.

erendira.palenius@gmail.com, *cortes.zavala.jose@gmail.com*, *vazquezpera@gmail.com*

Para citar este artículo:

Nuñez, E., Cortés, J. C., Duarte, E. (2018).El concepto de pendiente en un ambiente tecnológico a través de actividades de aprendizaje con el uso de la calculadora TI-NSPIRE CX CAS. *REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM*. Vol. V, No. 2. Publicación Periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática. ISSN: 2395-955X. México.

REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM, Año V, No. 2, Enero-Junio de 2018, Publicación semestral editada por la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C Universidad de Guadalajara, CUCEI, Departamento de Matemáticas, Matemática Educativa. B. M. García Barragán 1421, Edificio V Tercer nivel al fondo, Guadalajara, Jal., S.R. CP 44430, Tel. (33) 13785900 extensión 27759. Correo electrónico: revista@amiutem.edu.mx. Dirección electrónica: https:/revista.amiutem.edu.mx/. Editor responsable: Dr. Rafael Pantoja Rangel. Reserva derechos exclusivos No. 042014052618474600203, ISSN: 2395.955X, ambos otorgados por el Instituto Nacional de Derechos de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C., Antonio de Mendoza No. 1153, Col. Ventura Puente, Morelia Michoacán, C.P. 58020, fecha de última modificación, 10 de julio de 2016. Las opiniones expresadas en los artículos firmados es responsabilidad del autor. Se autoriza la reproducción total o parcial de los contenidos e imágenes siempre y cuando se cite la fuente y no sea con fines de lucro. No nos hacemos responsables por textos no solicitados.

EL CONCEPTO DE PENDIENTE EN UN AMBIENTE TECNOLÓGICO A TRAVÉS DE ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE CON EL USO DE LA CALCULADORA TI-NSPIRE CX CAS

G. Eréndira Núñez Palenius, J. Carlos Cortés Zavala, Esperanza Duarte Vázquez

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, México.

erendira.palenius@gmail.com, *cortes.zavala.jose@gmail.com*, *vazquezpera@gmail.com*

Resumen

En este artículo se presentan los resultados obtenidos en una investigación en donde se trabajó con actividades de aprendizaje, cuyo propósito es que el estudiante logre aprender de una manera significativa el concepto de Pendiente apoyado con la calculadora simbólica TI-Nspire CX CAS, aprovechando su poderosa combinación de computación simbólica y visualización gráfica para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Se implementó la metodología de trabajo cooperativo y la discusión grupal con estudiantes de primer año de la carrera de Ingeniería Química. Obteniendo como evidencias de los resultados, las actividades resueltas, las hojas de trabajo y las videograbaciones.

Palabras clave: CAS, Aprendizaje Cooperativo, Pendiente, Representación semiótica

Introducción

Cuando se introdujeron las calculadoras graficadoras en la educación, fue evidente que los alumnos tenían dificultades en la interpretación de las representaciones graficas que aparecían en la pantalla de la calculadora (Goldenberg, 1987; Hillel et. al., 1992). Guin y Trouche (1999) observaron que la confusión de los alumnos se debe, al no poder distinguir entre el objeto matemático y su representación en la calculadora.

Por otro lado, de acuerdo con Kutzler (1994), la habilidad de “construir” bases conceptuales en CAS, permite que los alumnos puedan manejar problemas más complicados que la mayoría de los alumnos que trabajan de manera tradicional (lápiz y papel). Además, teniendo la facilidad de la manipulación simbólica, la capacidad numérica y la representación gráfica de la calculadora, se puede promover en los estudiantes el hábito de utilizar diferentes representaciones semióticas para incrementar su conocimiento (Pierce, 1999).

El uso de la tecnología en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, permite crear instrumentos atractivos con alto grado de interactividad que facilitan la exploración, el descubrimiento y la investigación de conceptos y sus relaciones; apoyándose con lo anteriormente citado, se trabajaron las actividades de la presente investigación.Además, de la búsqueda de contextos escolares que sean significativos para el aprendizaje de las matemáticas,e integrando la tecnología a través de actividades realizadas en la calculadora simbólica TI NSPIRE CX CAS.

Objetivo

Dar a conocer los resultados de una investigación en donde se aplicaron actividades de Aprendizaje,que se diseñaron bajo el esquema de *Tarea–Técnica–Tecnología* (TTT) dentro de un ambiente CAS (Ibarra, 2015), que involucran el desarrollo del concepto de Pendiente con el apoyo de una metodología de trabajo cooperativo.

Justificación

Haciendo un recorrido por la historia de la Tecnología Educativa, se constata que su conceptualización ha sufrido bastantes cambios a lo largo del tiempo a consecuencia de la evolución de nuestra sociedad. Así, en sus inicios existió un sentido artefactual, entendidos únicamente como dispositivos tecnológicos utilizados con fines instructivos, hasta llegar a evolucionar y encontrar nuevos enfoques bajo una perspectiva cognitiva mediacional, que se fundamenta en la psicología cognitiva y en su propósito de mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje mediante la aplicación de recursos tecnológicos; se interesa más por las características cognitivas de los alumnos y sus procesos internos, por el contexto en el que se desarrollan las actividades educativas y por los aspectos simbólicos de los mensajes vinculados en los medios, que por los medios mismos.

Por otro lado, las matemáticas se consideran una ciencia deductiva, porque con ella se pueden obtener resultados a partir de otros, mediante la aplicación de leyes lógicas. Específicamente la enseñanza y aprendizaje del cálculo, es un tema que preocupa a la educación matemática. Algunos investigadores consideran que la enseñanza tradicional del cálculo no es adecuada, por la falta de compresión que ponen de manifiesto los alumnos en su aprendizaje y la escasa conexión entre la teoría y la aplicación.

Para subsanar lo citado anteriormente, hay necesidad de utilizar algunos medios que faciliten la comprensión y la conexión entre la teoría y la práctica. El uso de la tecnología y su integración dentro del currículo, sirve como puente para la apropiación de conceptos matemáticos.

Marco teórico

Este trabajo de investigación considera como referencia teórica, el enfoque cognitivo basado en los registros de representación semiótica y su incidencia en el aprendizaje de nociones matemáticas, en particular de conceptos del cálculo. Este enfoque lo desarrolló Raymond Duval (1993) y se apoya en la noción de Registro de Representación Semiótica.

Por otro lado, Duval (1998) afirma que "las representaciones semióticas son producciones constituidas por el empleo de signos que pertenecen a un sistema de representación, el cual tiene sus propios constreñimientos de significancia y de funcionamiento". Por ejemplo un enunciado en lenguaje coloquial, una fórmula algebraica y una representación gráfica son tres representaciones que pertenecen a sistemas semióticos diferentes. El mismo autor sostiene que no es posible estudiar los fenómenos relativos al conocimiento sin recurrir a ellos; compartiendo lo que afirma este autor, hemos considerado este trabajo como un ejemplo en el que puede ser factible analizar este aspecto y además estudiar los distintos tipos de registros que se aplican durante el desarrollo del tema.

Asimismo, cita que "... este recurso de varios registros, parece una condición necesaria para que no se confunda a los objetos matemáticos con sus representaciones y para que también se les pueda reconocer en cada una de ellas. La coordinación de varios registros de representación semiótica aparece así como fundamental para una aprehensión conceptual de los objetos: es necesario que el objeto no sea confundido con sus representaciones y que se le reconozca en cada una de sus posibles representaciones, bajo estas condiciones una representación proporciona el acceso al objeto representado" (Duval, 1998).

Los procesos cognitivos matemáticos son procesos intrínsecamente semióticos que involucran una red compleja de símbolos y señales, y que a ese sistema de símbolos se le conoce como sistema semiótico (Duval, 2006). Lo anterior es caracterizado por un conjunto de símbolos básicos, un conjunto de reglas para la producción y transformación de símbolos, y una estructura de significado derivado de la relación entre los símbolos dentro del sistema. En los sistemas semióticos, existen registros de representación (Duval, 1995). No todos los sistemas semióticos son registros, sólo los que permiten una transformación de representaciones.

La característica principal que describe el funcionamiento cognitivo y por lo tanto el desarrollo del conocimiento en matemáticas, es que los sistemas semióticos permiten transformaciones y comparaciones entre símbolos. El enfoque semiótico estructural y funcional de Duval, relaciona el pensamiento y el aprendizaje matemático con la coordinación de representaciones semióticas, seguidas por los siguientes procesos cognitivos (Duval, 1993, 1995, 2006):

- *Representación:* en donde se describen las características distintivas, por ejemplo una gráfica que representa una función.
- *Tratamiento:* consiste en la transformación de una representación a otra dentro del mismo sistema semiótico, por ejemplo la manipulación de una expresión algebraica,
- *Conversión:* la cual consiste en la transformación de una representación a otra en otro sistema semiótico, por ejemplo el cambio de la representación simbólica $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$a su gráfica Cartesiana.

El enfoque estructural y funcional, proporciona una herramienta útil para entender los procesos cognitivos involucrados en el pensamiento y aprendizaje matemático. Duval (2006), concluyó que los procesos de pensamiento en matemáticas son basados en dos diferentes tipos de transformaciones de representaciones. Aunque un tipo de registro de representación sea suficiente desde el punto de vista matemático, cognitivamente la actividad matemática involucra la movilización simultánea de por lo menos dos registros de representación, o la posibilidad de cambiar en cualquier momento de un registro a otro, es decir, que la comprensión conceptual en matemáticas requiere del manejo de por lo menos dos registros. Lo anterior es la razón por la cual procesos matemáticamente sencillos para la construcción de conocimiento matemático pueden ser complejos cognitivamente y requieren del entendimiento sobre la coordinación de registros.

Los estudios implementados en las clases de matemáticas en el nivel medio superior y superior (Heid, 1988; Atkins, Creegan y Soan, 1995; Pierce, 1999; Lagrange 2000), han apoyado el argumento de que la manipulación simbólica dentro del CAS puede evitar los errores de manipulación de los alumnos, y por lo tanto, pueden generan resultados exactos y aproximados de manera rápida.

Sabemos que la educación involucra la interacción entre estudiantes, maestros y ambientes de aprendizaje; y que hoy en día, el estudiante puede decidir qué y cómo va aprender, debe tomar la iniciativa y hacerse responsable por su aprendizaje con el fin de ser un aprendiz eficaz (Kuhn, 2007). Por otro lado, la importancia del aprendizaje cooperativo es una de las suposiciones propuestas por teóricos constructivistas (Loyens*et al.*, 2007);y que las interacciones sociales con compañeros de clases, maestros y otros, contribuyen a la construcción de conocimientos (Steffe y Gale, 1995).

Metodología

La experimentación realizada para el proyecto de investigación, se llevó a cabo en tres sesiones y contó con la participación de 27 alumnos que cursaban el primer año de la carrera de Ingeniería Química de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Se formaron nueve equipos de tres personas, en donde cada integrante tenía una función específica, el de líder, manejo de la calculadora y manejo de la actividad, esta función cambiaba en cada sesión. A cada equipo, se les entregó una calculadora TI-Nspire CX CAS, actividad, hojas en blanco para posibles anotaciones extras y lapiceros de tres colores (azul, rojo y negro), esto con el propósito de que si consideraban que el razonamiento que tenían era equivocado, no lo borraran sino que continuaran escribiendo con un color diferente, para tener evidencia de su razonamiento inicial. Las interacciones y discusiones entre ellos y los investigadores fueron video-grabadas con tres cámaras, en donde una de ellas era estática y las otras dos móviles, para posteriormente ser analizados los videos y tener evidencias del trabajo.

Las actividades de aprendizaje que se aplicaron están estructuradas en tres partes: por una sección de lápiz y papel, otra sección utilizando el sistema CAS y la tercera es una parte de simbolización. Por otro lado, el contenido de las actividades es el siguiente: La **Actividad 1** de **D**iferencias, contiene el **S**ignificado de una diferencia matemática, una **S**ecuencia de números para plantear el operadorΔ, el **M**anejo de subíndices (u_i), el **S**ignificado del operador Δ y la**I**ntroducción básica de algunas idiosincrasias de la calculadora Ti-Nspire CX CAS; y la **Actividad 2** de Pendientes, contiene la Regla de tres y su relación con la pendiente, una Introducción de la ecuación lineal $y = mx + b$, la ecuación lineal a partir de dos puntos, el Manejo de datos y estadísticas, la Regresión lineal y exponencial, y por último, la gráfica de los datos dentro de la calculadora Ti-Nspire CX CAS.

Las sesiones de trabajo se distribuyeron de la siguiente forma:

- En la **primera sesión**, se trabajó con el uso y manejo de la calculadora, así como el **uso** de los principales comandos: ENTER, FACTOR, EXPAND y SOLVE; ya que estos eran importantes para resolver las actividades con la calculadora; a cada equipo se le entregó una calculadora TI-Nspire CX CAS, además de la actividad diseñada por el equipo de investigación y hojas en blanco, para que fueran practicando con la calculadora y los comandos. También se inició con la resolución de la primera actividad.
- En la **segunda sesión** de trabajo, se terminó la primera actividad y se resolvió toda la segunda actividad. A los equipos, se les entregó la calculadora TI-Nspire CX CAS, la actividad correspondiente y hojas en blanco para que anotaran todas sus observaciones y dudas que surgieran durante el desarrollo de la actividad. Por otro lado, a los integrantes de los equipos se les cambió el rol de trabajo que tuvieron en la primera sesión.
- En la **tercera sesión** se trabajó la última parte de la experimentación, se aplicó la tercera actividad y se les pidió a los estudiantes dar su opinión acerca del desarrollo de las actividades, para que comentaran acerca de su experiencia, además, tener una idea

de qué era lo que pensaban al resolver las actividades, acerca de la redacción que hicieron y si se les había complicado la solución de las mismas.

Resultados

Algunos de los resultados recabados de las evidencias que se obtuvieron, se presentan a continuación:

- Dentro de la actividad 1 los objetivos que se plantean son: entender el concepto de una diferencia matemática y, formular y aplicar los conceptos de "Δx" y "Δy".En la evidencia que se presenta, se puede observar por las respuestas que dan, que los alumnos al resolver la actividad logran uno de los objetivos propuestos.

g) Analice la tabla del inciso f, ¿hay una relación con respecto a Δi y Δu? ¿qué puede concluir?

Por cada 1 Δi , Δu aumenta 3.
Debido a que Δu depende de Δi

h) Exprese su observación del inciso g en forma matemática (fórmula). ¿Se cumple en cada caso de la tabla?

Δu = Δi · 3
Si

Figura 1. Evidencia de la aplicación.$\Delta_i y \Delta_u$.

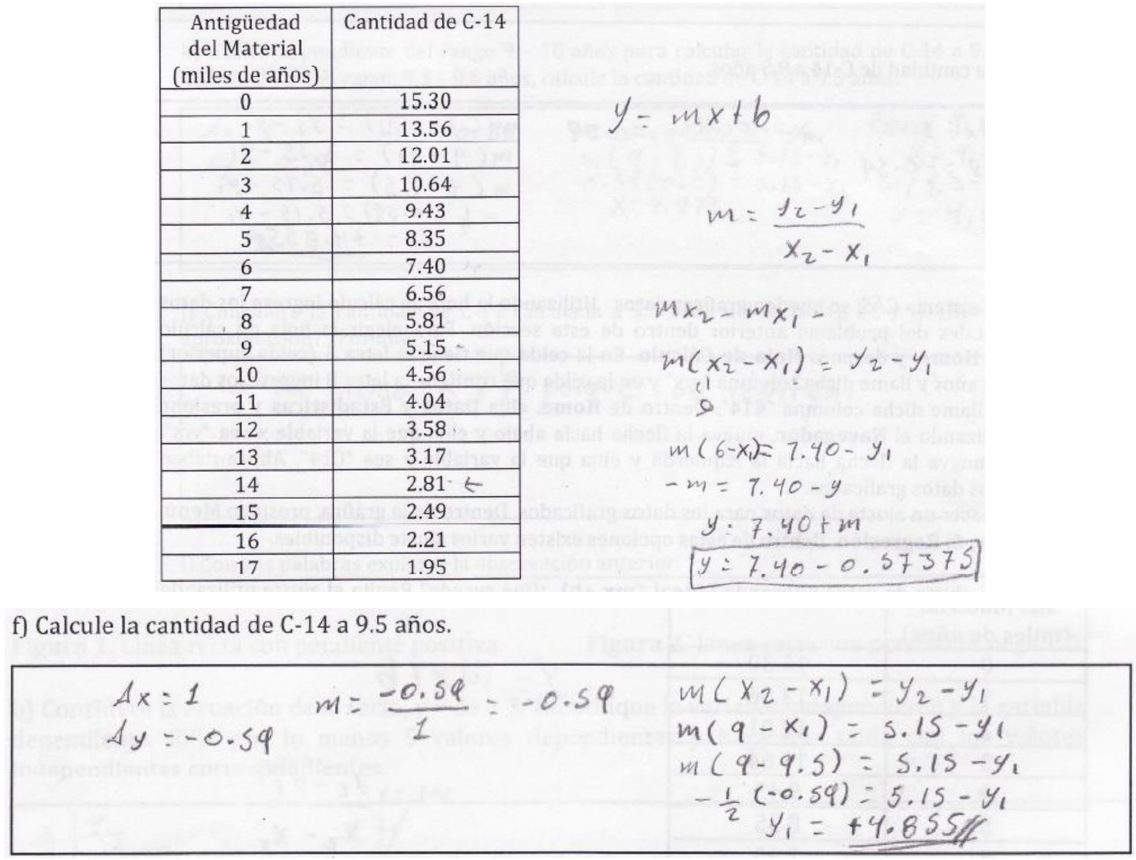
- Cuando los estudiantes resuelven la actividad 2, los objetivos que se pretendenque logren son: formular el concepto de la pendiente, llegar a la expresión de la ecuación de la recta $y_2 = m(x_2 - x_1) + y_1$partiendo de la ecuación de la pendiente$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, y aplicar la expresión obtenida. Con la evidencia que se presenta a continuación, se puede ver que por medio de la explicación que dan los estudiantes, entienden la relación que hay entre una razón de cambio y la pendiente, en el contexto del problema.

5) ¿Qué relación hay entre una razón de cambio y una pendiente?

Que es lo mismo, ya que las dos indican una razon, de distancia por litro de gasolina.

Figura 2. Evidencia de la relación entre pendiente y razón de cambio.

- En la misma actividad 2, los estudiantes formulan el concepto de pendiente y llegan a la ecuación de una línea recta de la forma$y_2 = m(x_2 - x_2) + y_1$, además, formulan y aplican la expresión Δx/Δy; cumpliendo con algunos de los objetivos de la actividad al dar respuesta a los problemas de contexto planteados.



Antigüedad del Material (miles de años)	Cantidad de C-14
0	15.30
1	13.56
2	12.01
3	10.64
4	9.43
5	8.35
6	7.40
7	6.56
8	5.81
9	5.15
10	4.56
11	4.04
12	3.58
13	3.17
14	2.81
15	2.49
16	2.21
17	1.95

$y = mx + b$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$mx_2 - mx_1 =$

$m(x_2 - x_1) = y_2 - y_1$

$m(6 - x) = 7.40 - y_1$

$-m = 7.40 - y$

$y = 7.40 + m$

$\boxed{y = 7.40 - 0.57375}$

f) Calcule la cantidad de C-14 a 9.5 años.

$\Delta x = 1$ $\quad m = \frac{-0.59}{1} = -0.59$ $\quad m(x_2 - x_1) = y_2 - y_1$

$\Delta y = -0.59$ $\quad m(9 - x_1) = 5.15 - y_1$

$m(9 - 9.5) = 5.15 - y_1$

$-\frac{1}{2}(-0.59) = 5.15 - y_1$

$y_1 = +4.855$

Figura 3. Evidencia de la aplicación de la ecuación de la línea recta de la forma $y_2 = m(x_2 - x_2) + y_1$

Conclusiones

Después de revisar la evidencia extraída de las actividades resueltas, los videos y las hojas con razonamientos extras; de analizar los resultados que obtuvieron los estudiantes al dar solución a las actividades de aprendizaje y las opiniones vertidas por cada equipo al ser captadas por las cámaras, se pudieron sacar las siguientes conclusiones:

- Los razonamientos que tienen los estudiantes en la solución de las actividades parten por lo general de la visualización, lo anterior por trabajar con lápiz y papel, y posteriormente con la calculadora. Asimismo, maneja diferentes registros de representación y transita de un registro a otro, lo cual, favorece que el estudiante conceptualice los tópicos algebraicos involucrados en la actividad (Duval, 1993, 1995).
- Los estudiantes utilizan como estrategia de solución, el consenso de las discusiones entre los integrantes del equipo y las interrogantes que se hacen acerca de cómo resolver la actividad, de tal manera que el alumno crea un razonamiento propio. Así como también, aprendieron a trabajar en forma colaborativa (Brady, 2010;

Calzadilla, 2001) intercambiando los roles de trabajo que tenían (líder, manejo de calculadora y solución de la actividad)y que se plantearon dentro de la metodología de la experimentación.

- Desde el punto de vista de la aprehensión del objeto matemático y teniendo en cuenta los resultados obtenidos, podemos decir que en general los alumnos lograron interactuar con diferentes registros de representación semiótica y por ende suponer, que alcanzaron un buen nivel de abstracción en el tema estudiado logrando así un aprendizaje del concepto de límite.
- Somos conscientes de que la preparación que los estudiantes poseen es insuficiente en este tipo de tareas y que la habilidad para interactuar entre diferentes registros no surge como una acción espontánea del sujeto, requieren de aprendizaje, el cual se logra enfrentando a los alumnos a situaciones problemáticas, que requieran del tránsito entre las distintas representaciones semióticas y que admitan al objeto matemático en cuestión.
- Por otra parte estamos convencidos de que se debe seguir investigando acerca de nuevas teorías y trabajar arduamente en el aula para ponerlas en práctica, analizando y tratando de mejorar la labor docente, con el fin de que los estudiantes puedan aprender los diferentes tópicos matemáticos.
- La metodología de la experimentación propuesta, fue diseñada para crear un ambiente de aprendizaje, en el que tanto los alumnos como el profesor ejerzan un rol protagónico. Que el alumno sea creativo, capaz de pensar, razonar, resolver problemas en un proceso de cuestionamiento de los conceptos y de construcción crítica de sus propios conocimientos. El profesor por su parte, debe ser un mediador del conocimiento, que organiza y diseña actividades de aprendizaje significativo para el estudiante.
- Uno de los aspectos importantes observados, es el intercambio de ideas que se da entre los estudiantes cuando tratan de responder las preguntas o dudas que les surgen al estar realizando la solución de las actividades de aprendizaje. Sin embargo, por tener poco manejo de conceptos matemáticos, algunas veces no lograban transmitir sus ideas a los demás compañeros o lo hacían de manera errónea, confundiendo en ocasiones los conceptos tratados.

Referencias bibliográficas

Atkins, N., Creegan, A. y Soan, P. (1995). You can lead students to DERIVE, but can you make them think? International DERIVE Journal, 2(1), 63-82.

Brady, C. (2010). El aprendizaje colaborativo con tecnología. *Innovaciones educativas.* Texas Instrument.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnementco gnitif de la pensé. *Annales de Didactique et de SciencesCognitives*, 5, 37-65.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et penséehumaine*. *Registressémiotiques et apprentissagesintellectuels.*Berne: Peter Lang.

Duval R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. Investigaciones en Matemática Educativa II (pp. 173-201). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Duval, R. (2006).A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics.*Educational Studies in Mathematics*, 61(1), 103-131.

Goldenberg, E. (1987). Believing is seeing: How preconceptions influence the preceptions of graphs. Proceedings of the 11th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics, Vol 1.Montreal, pp. 197-204.

Guin, D., y Trouche, L. (2002). Mastering by the teacher of the instrumental genesis in Casenvoriments: necessity of intrumental orchestrations. ZentralblattfürDidaltik der Mathematik, 34(5), 204-211.

Heid, M. K. (1988). Resequencing skills and concepts in applied calculus using the computer as a tool.Journal for Research in Mathematics Education, 19(1), 3-25.

Hillel, J., Lee, L., Laborde, C. y Linchevski, L. (1992). Base functions through the lens of computer alegbra systems. Journal of MathematicalBehaviour, 11, 119-158.

Ibarra, G. (2015). *Conceptualización del cálculo diferencial a través de actividades con la calculadora TI-Nsipire CX CAS*. (Licenciatura, no publicada).UMSNH. Morelia, Mich.

Kuhn, D. (2007). Is direct instruction an answer to the right questions? *Educational Psychologist*, 42(2), 109-113.

Kutzler, B. (1994). DERIVE – the future of teaching mathematics. *International DERIVE Journal*, 1(1), 37-48.

Lagrange, J. B. (2000). L'Intégrationd'InstrumentsInformatiquesdansl'Enseignement: uneApproche par les Techniques. Educational Studies in Mathematics, 43(1), 1-30.

Loyens, S. M. M., Rikers, R. M. J. P., y Schmidt, H. G. (2007). Students' conceptions of distinctconstructivist assumptions.*European Journal of Psychology of Education*, 12, 179-199.

Pierce, R. (1999). Using CAS as a scaffolding for calculus: Some observations. En W. Spunde, P. Cretchley y R. Hubbard (eds.), *The Challenge of Diversity: Proceedings of the Delta-99 Symposium on Undergraduate Mathematics* (pp. 172-176). Brisbane: Delta 99 Committee.

Steffe, L. P. y Gale, J. (1995). *Constructivism in Education*. Hillsdale, NJ: Erlbaum, 575 p.