CB-804

APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA: INTERPRETAÇÃO DE SÍMBOLOS E APLICAÇÃO DE REGRAS

Marisa Rosâni Abreu da Silveira
marisabreu@ufpa.br
Universidade Federal do Pará – Brasil

Núcleo temático: **Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos**
Modalidad: CB.
Nivel educativo: No específico.
Palabras clave: Textos matemáticos. Regras matemáticas. Filosofia da linguagem.

Resumen
Os textos matemáticos podem ser escritos por meio da linguagem natural e/ou da linguagem matemática. A primeira é polissêmica, a segunda é codificada e pretende ter um sentido único. A linguagem matemática não possui oralidade e utiliza a linguagem natural para ser lida. Textos matemáticos possuem um resíduo - aquilo que foi extinto no processo de formalização - que precisa ser interpretado para que o texto tenha sentido. Estes textos são governados por regras matemáticas e regras gramaticais que subtendem conceitos matemáticos, pois a matemática é um jogo de signos segundo regras relacionadas com a formação de conceitos. Aplicar uma regra de decodificação é traduzir o texto que está codificado para descobrir uma determinação conceitual e transforma-lo em palavras com sentido. Um dos problemas de aprendizagem na matemática é a interpretação de seus enunciados e assim, nos propomos analisar a tradução de códigos matemáticos por palavras da linguagem natural, porém elas mudam de sentido conforme o contexto em que são empregadas. Nosso referencial teórico está pautado na filosofia da linguagem de Ludwig Wittgenstein, bem como em algumas pesquisas de educadores matemáticos que trabalham nesta perspectiva.

INTRODUÇÃO

Este texto tem o objetivo de discutir a compreensão do aluno quando trabalha com textos matemáticos em situação de aprendizagem. O referencial teórico adotado é a filosofia da linguagem de Wittgenstein, bem como algumas pesquisas de educadores que trabalham na perspectiva de buscar a linguagem como fonte de informações de análise para compreender os problemas de aprendizagem do aluno quando estuda matemática. Para Wittgenstein (1987), a matemática faz parte do aparelho da linguagem e sua aplicação faz dela uma linguagem propriamente dita. Nesse sentido, a aritmética é a gramática dos números. A

ISBN 978-84-945722-3-4

gramática é o conjunto de regras que governam a aritmética. Estas regras não podem ser modificadas porque elas nasceram do acordo entre homens e posteriormente passaram a ser consideradas normas. Um cálculo aritmético deve obter o resultado que já está previsto. 2 + 3 deve ser igual a 5 porque existe uma regularidade na forma de fazer este cálculo. Podemos perceber que Wittgenstein se preocupa com a linguagem e com as regras de sua gramática. Assim, o filósofo austríaco não quis tratar de processos mentais. Ele diz saber de sua existência, mas não quis se preocupar com eles. Sabedores desta filosofia, alguns educadores se engajaram à sua filosofia para tratar dos problemas da educação matemática via processos linguisticos.

Para atingirmos nosso objetivo, em primeiro lugar analisamos as características da linguagem matemática e da linguagem natural. Essas linguagens configuram os textos matemáticos que são regidos por regras matemáticas e regras gramaticais. A primeira é polissêmica e a segunda é codificada por meio de símbolos matemáticos que precisam ser interpretados, bem como pretende ter um único sentido para não haver ambiguidades. Em segundo lugar, buscamos compreender como as regras matemáticas devem ser seguidas, bem como o que caracteriza os seus usos em diferentes contextos de aplicação. E finalmente buscamos algumas pesquisas no âmbito da educação matemática para ilustrar nosso estudo.

LINGUAGEM NATURAL E LINGUAGEM MATEMÁTICA

Os textos matemáticos podem ser escritos por meio da linguagem natural e/ou da linguagem matemática. A primeira é polissêmica e a segunda é codificada e pretende ter um sentido único. A linguagem matemática não possui oralidade e utiliza a linguagem natural para que o texto possa ser lido, ou seja, o texto escrito em linguagem matemática precisa ser traduzido para a linguagem natural, porém, ele possui um resíduo que fica subentendido no processo de tradução. Tal resíduo precisa ser interpretado para que o texto tenha sentido. O resíduo é aquilo que foi extinto pelo processo de formalização da linguagem natural, tal como afirmar que $x \in N / x \geq 2$ subentende que $x = 2, 3, 4, ...$

Os textos matemáticos são governados por regras matemáticas e estão envolvidos por uma rede de conceitos, ou seja, a matemática é um jogo de signos segundo regras relacionadas com a formação de conceitos. Aplicar uma regra de decodificação é traduzir o texto que está

ISBN 978-84-945722-3-4

codificado. Neste sentido, decodificar é descobrir uma determinação conceitual. É transformar o texto codificado em palavras com sentido, de certa forma é traduzir de uma língua para outra. Esta tradução é um jogo de linguagem que podemos encontrar usos equivalentes com palavras da linguagem natural, porém essas palavras podem ter mais de um sentido, já que nossa linguagem é polissêmica e muda conforme o contexto em que as palavras são empregadas.

Jogo de linguagem para Wittgenstein é a analogia entre jogo e linguagem, palavras com sentido que possuem uma forma de vida nas palavras pronunciadas. Os participantes do jogo se compreendem mutuamente, tal como quando um pedreiro ao dizer "lajota!" seu colega lhe entrega uma lajota, ou quando o professor diz um triângulo retângulo, seu aluno desenha um triângulo com um ângulo de noventa graus.

> Apresentam-me uma sentença em um código desconhecido, juntamente com a chave para decifrá-lo. Então, em certo sentido, tudo o que é exigido para o entendimento da sentença me foi dado. E, contudo, se me perguntassem se entendi a sentença, eu deveria responder "Tenho de decodificá-la primeiro" e, apenas quando a tivesse decodificada diante de mim, como uma sentença em inglês, eu diria "agora a entendo". Se agora levantarmos a questão "Em que momento da tradução para o inglês começa o entendimento?", obteremos um vislumbre da natureza do que é chamado "entendimento" (Wittgenstein, 2010, p. 30).

O entendimento é necessário para que haja aprendizagem. Uma proposição matemática apresentada em códigos matemáticos precisa ser decodificada, tal como quando nos deparamos com uma frase em língua estrangeira. Não basta apenas substituir os códigos por palavras, é necessário dar sentido ao texto conforme o contexto matemático de sua aplicação. A expressão $x \in N / x \geq 2$ corresponde a diversas constatações subentendidas, a saber, *x* pertence ao conjunto dos números naturais, *x* é maior que dois incluindo 2, assim como *x* não pode ser um número que pertence ao conjunto dos números irracionais, etc.

Para Wittgenstein (1989), traduzir de uma língua para outra é uma tarefa matemática porque como vimos é necessário traduzir o texto codificado para a linguagem natural para que o texto tenha sentido. Não existe um único método porque todo o jogo de linguagem depende do contexto em que está sendo empregado, bem como dos participantes do jogo. O uso dos signos constitui a matemática como uma linguagem. "Tratam as matemáticas acerca dos signos no papel? Esses signos são seus objetos tanto como as figuras de madeira são o objeto

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

do xadrez” (Wittgenstein, 2014, p. 496). A linguagem da matemática não é a própria matemática, pois se faz matemática, no uso dos signos. A matemática é uma atividade humana. Proposições matemáticas são regras gramaticais, tais como 2 + 2 = 4. As proposições matemáticas apontam para uma necessidade objetiva, enquanto que as proposições empíricas são atendidas por acordos entre os homens. A proposição empírica duas maçãs mais duas maçãs pode ser quatro maçãs mesmo que falte um pedaço em uma das maçãs, já a proposição matemática 2 + 2 deve ser igual a 4 porque é uma proposição normativa. Neste sentido, o ensino e a aprendizagem da matemáca constitui-se em jogos de linguagem entre professor e alunos quando buscam um mesmo universo discursivo com palavras que tenham sentido como uma forma de vida.

Para Wittgenstein (1996, § 496), “a gramática descreve o emprego dos signos, mas de maneira alguma os elucida”, ela é a composição de regras que descreve o emprego, o uso dos signos de nossa linguagem. A linguagem tem a função de comunicação. “A comunicação oral deixa na memória uma impressão muito mais frágil que a visualização da palavra” (Wittgenstein, 1986, p. 237). É por isso que precisamos escrever no quadro quando estamos ensinando. Dizemos o triângulo é um polígono de três lados e ao mesmo tempo desenhamos o triângulo no quadro. E aí reside também a importância do gesto ostensivo, tal como discutido por Oliveira e Silveira (2016), pesquisa com o objetivo de tratar da utilização de gestos ostensivos como auxiliares do professor no processo de mostrar provas matemáticas aos seus alunos.

De acordo com Wittgenstein, a comunicação é mais eficaz por meio da expressão escrita que pode ser salientada por meio do gesto ostensivo, como também é mais fácil de memorizar. Neste sentido, o aluno literalmente cego ou o aluno cego para alguns aspectos fica prejudicado e aí sim, é mais eficaz a comunicação oral.

“Os jogos primitivos são jogados sem que suas regras sejam codificadas e até mesmo sem a formulação de uma única regra” (Wittgenstein, 2010, p .44). Quando uma criança aprende a falar, ela utiliza jogos primitivos, após ela aprender a falar começa a compreender a gramática e assim aprende o uso das palavras em diferentes contextos, da mesma forma que aprende na escola novas palavras, novos conceitos. Para esta aprendizagem é necessário a prática do uso das palavras que governam estes conceitos. É no uso da palavra que aprende o seu significado, no uso de regras da gramática que subentendem nossos conceitos. A objetividade

ISBN 978-84-945722-3-4

da matemática pressupõe um conjunto de conceitos que possui uma oraganização interna, tal como o conjunto dos números naturais que está contido no conjunto dos números inteiros e por sua vez, o conjunto dos números inteiros está contido no conjunto dos números racionais e assim por diante. De certa forma, nós criamos a objetividade por meio da linguagem, objetividade que faz parte do automimento da matemática – movimiento intra-teórico da matemática.

SEGUIR REGRAS MATEMÁTICAS

Para Wittgenstein, nós não interpretamos regras, nós as seguimos. Quando interpretamos fazemos hipóteses que podem se revelar falsas ou verdadeiras. Seguir uma regra é um livre jogo da imaginação (Benoist, 2011).

"A proposição: os signos..., decodificados de acorco com esta regra, dão por resultado..., é uma proposição matemática" (Wittgenstein, 1987, p. 218). Uma regra de decodificação é similar a uma regra de tradução. "Encontrar o produto lógico oculto é uma tarefa matemática" (Wittgenstein, 2014, p. 129), tal como encontrar o produto lógico da operação 753:3. O professor não pode antecipar todos os casos de aplicação de uma regra, como também não pode antecipar os casos em que não se aplicam tal regra. O professor explica uma regra, mas o aluno pode aplica-la de modo errado devido a incompreensão do sentido das palavras pronunciadas.

Aprendemos o significado de uma palavra no seu uso da mesma forma que aprendemos aplicar a linguagem no cálculo de uma multiplicação. O uso efetivo de uma palavra depende do contexto em que ela está sendo aplicada. A letra 'b' é a sucessora de 'a' considerando nosso alfabeto, já no conjunto das vogais seria 'e'. No meio político dizemos que o presidente Trump é o sucessor de Obama. O sucessor de 'x' no universo da matemática é 'x+1' e assim podemos fazer muitos outros usos da palavra 'sucessor', porém não temos como regular seu uso. A codificação de um de seus usos característicos tais como na linguagem matemática é mostrado na escola, mas não impede que o aluno confunda com outros usos que não pertencem à matemática.

Wittgenstein não se preocupa com os processos mentais. Quando estamos interessados em compreender o que os alunos pensam precisamos escutar o que eles dizem ou ver o que eles escrevem enquanto fazem exercícios matemáticos. Eles aprendem a descrever o que é visto

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

utilizando palavras e assim vão se apropriando de diferentes jogos de linguagem nas aulas de matemática.

“”Estou fazendo contas de cabeça”? A dificuldade com que se topa aqui é a vagueza nos critérios para a existência do processo mental.” (Wittgenstein, 2006, § 649). Fazer cálculos de cabeça é similar a fazer cálculos no papel. As regras utilizadas para os dois tipos de cálculos são as mesmas. As técnicas desenvolvidas servem para ambos casos. A diferença dos cálculos produzidos no ofício de construção de imóveis e os cálculos realizados em atividades escolares está na objetivação de sua escrita. Feirantes, por exemplo, têm dificuldades de fazer cálculos escritos porque não dominam as técnicas de desenvolvimento da escrita matemática (Silveira, Silva, 2016).

PESQUISAS EDUCACIONAIS COM ÊNFASE NA LINGUAGEM

Em sua pesquisa Oliveira (2012) constatou que alunos de uma escola técnica não tiveram problemas de aprendizagem com geometria espacial pelo fato de terem em seu currículo a disciplina de desenho técnico e assim ter o conhecimento das técnicas de desenho de sólidos geométricos, já estudantes de escolas de cursos não técnicos tiveram muita dificuldade de aprendizagem. O autor em suas análises utilizou um dos conceitos de Wittgenstein *ver* e *ver como*. Ver para Wittgenstein é uma forma de interpretar. Ver a apótema de uma pirâmide como a hipotenusa formada pelo triângulo com catetos iguais a altura e apótema da base e o apótema da pirâmide. Esta forma de ver exige o conhecimento de técnicas para ver o sólido e desenhá-lo no espaço da forma que consiga destacar aspectos relacionados com conceitos matemáticos que envolve a figura.

De forma similar Souza e Silveira (2015) mostram que as técnicas desenvolvidas por um engenheiro e um mestre de ofício são semelhantes, porém o engenheiro consegue sistematizar seus conhecimentos por meio de um documento escrito. A pesquisa teve como objetivo investigar a relação entre linguagem e os saberes de física do mestre de ofício na construção de canoas, bem como investigar como os construtores de canoas expressam seus saberes sobre o conceito de flutuabilidade. Ao relacionarem esses saberes aos saberes científicos, os pesquisadores evidenciam que o mestre de ofício usa em sua prática os mesmos princípios físicos sobre densidade e empuxo que usaria um engenheiro ou professor para falar sobre flutuabilidade, porém com um outro vocabulário. Os saberes do mestre de ofício aparecerem

ISBN 978-84-945722-3-4

subentendidos nos jogos de linguagem estabelecidos com os pesquisadores. Esta pesquisa denota os diferentes jogos de linguagem em que palavras do universo da física podem ter semelhanças de família com a física estudada na escola.

Savietto (2013) afirma que uma das dificuldades dos estudantes relacionadas a compreender conceitos físicos e interpretar o mundo do ponto de vista da Física, está no fato desta utilizar a linguagem matemática. Assim, o ensino da Física, muitas vezes, se resume ao ensino da própria linguagem matemática. Nesta pesquisa, o autor destaca que a noção de jogos de linguagem, com suas regras próprias e semelhanças de família, colaboram para o entendimento da significação do uso que se faz da linguagem matemática. Para tanto, analisou as aulas de um professor que foi caracterizado por dar aulas de forma diferenciada. Os episódios analisados evidenciaram jogos de linguagem estabelecidos pelo professor e seus alunos.

Barata (2017) em sua pesquisa mostra não só a dificuldade dos alunos em lidarem com expressões algébricas, como também em seguirem as regras de desenvolvimento de produtos notáveis. Os alunos não compreendem os significados das letras das expressões, pois a álgebra lhes parece uma língua estrangeira.

Essas quatro pesquisas apontam para a importância dos alunos desenvolverem capacidades, tais como compreender enunciados e seguir regras corretamente. A aplicação de regras matemáticas está atrelada ao uso sistemático, o treino do uso de determinadas regras em diferentes contextos de aplicação e são fatores associados na interpretação de textos matemáticos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As pesquisas educacionais pautadas no uso da linguagem natural e linguagem matemática pretendem apontar os problemas que os estudantes encontram em lidar com textos matemáticos. Partimos do pressuposto que não temos acesso ao pensamento do aluno, e assim, nos resta analisar suas verbalizações e suas escritas. É recomendável que o profesor forneça a oportunidade do aluno se expresar oralmente, pois na linguagem oral podemos nos expresasr mais fácilmente, bem como retomar a palavra quando percebemos que nossa exposição não foi adequada. O profesor também pode compreender as dúvidas dos alunos,

ISBN 978-84-945722-3-4

as suas confusões na interpretação das palavras utilizadas no momento de uma explicação do profesor ou de um texto escrito no livro didático.

Sabemos que muitos conflitos na comunicação das pessoas são originários da interpretações das palavras. Num debate, nos perguntamos dos motivos pelos quais nosso adversario pronunciou determinadas palavras. O debate continua na tentativa de esclarecermos o uso de algunas palabras, isso é uma prova que nosso discurso pode ser mal interpretado. Da mesma forma na sala de aula, não estamos isentos dos efeitos da polissemia de nossa linguagem natural e nada melhor que um bom diálogo para que sejam dissolvidos tais conflitos.

Referencias bibliográficas

Barata, R. C. (2016). *A compreensão de expressões algébricas na filosofia da linguagem de Wittgenstein*. Dissertação de mestrado, Educação Matemática. Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil.

Benoist, J. (2011). Les limites de l'interprétation. En *Wittgenstein et les questions du sens*. n. 20, 2ª. Série, pp. 147-162, Paris: L'art du compreendre.

Oliveira, R. R. N. (2012). *"Ver como": uma vivência do olhar para a aprendizagem de geometria*. Dissertação de mestrado, Educação Matemática. Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil.

Oliveira, M. S. y Silveira, M. R. A. (2016). Falar e mostrar para provar: uma contribuição teórica sobre a utilização dos gestos ostensivos wittgensteinianos como auxiliares na prova matemática. *Alexandria*, Florianópolis, v. 9, n. 2, 271-285.

Savietto, N. (2013). *Jogos de linguagem e significação em aulas de Física no ensino médio*. Dissertação de mestrado. Educação Cientifica e Tecnológica. Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, Florianópolis, Brasil.

Silveira, M. R. A. e Silva, P. V. (2016). O cálculo e a escrita matemática na perspectiva da filosofia da linguagem: domínio de técnicas. *Educação Matemática e Pesquisa*, São Paulo, v.18, n.1, 469-483.

Souza, E. S. R. e Silveira, M. R. A. (2015). Etnofísica e linguagem. *Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, Belém, v. 12, n. 23, 103-117.

Wittgenstein, L. (2014). *Escrito a máquina [The Big Typescript***]**. Madrid: Editorial Trotta.

Wittgenstein, L. (1989). *Fichas* (Zettel). Lisboa: Edições 70.

Wittgenstein, L. (2010). *Gramática Filosófica*. São Paulo: Edições Loyola.

ISBN 978-84-945722-3-4

Wittgenstein, L. (1996). *Investigações Filosóficas*. Rio de Janeiro: Coleção Pensamento Humano.

Wittgenstein, L. (2006). *Observaciones sobre la filosofía de la psicología*. México: Instituto de Investigaciones Filosóficas, v. 1.

Wittgenstein, L. (1987). *Observaciones sobre los fundamentos de la matemática*. Madrid: Alianza Editorial.

Wittgenstein, L. (1986). Vocabulaire à l'usage des écoles primaires. (Tradução de Jean-Pierre Cometti. In.: Ludwig Wittgenstein. Marseille: SUD. *Revue Litteraire Bimestrielle*, 233-244.

ISBN 978-84-945722-3-4