



# REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM

<http://revista.amiutem.edu.mx>

Publicación periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores  
del Uso de Tecnología en Educación Matemática

Volumen VII Número 2 Fecha: julio-diciembre de 2019

ISSN: 2395-955X

## Directorio

Rafael Pantoja R.

## Director

Sección: Selección de  
artículos de investigación

Eréndira Núñez P.

Lilia López V.

Lourdes Guerrero M.

## VIDEOS TUTORIALES PARA EL APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES DE PRIMER ORDEN

## TUTORIAL VIDEOS FOR LEARNING FIRST-ORDER DIFFERENTIAL EQUATIONS

<sup>1</sup>Eliezer Casado Ramírez, <sup>2</sup>Jaime Ortegon Aguilar, <sup>2</sup>Melissa Blanqueto Estrada

Instituto Tecnológico Superior de Escárcega<sup>1</sup>, Universidad de Quintana Roo<sup>2</sup>

[casado-ramirez@hotmail.com](mailto:casado-ramirez@hotmail.com), [jortegon@uqroo.edu.mx](mailto:jortegon@uqroo.edu.mx), [melissa@uqroo.edu.mx](mailto:melissa@uqroo.edu.mx)

## Sección: Experiencias

### Docentes

Alicia López B.

Elena Nesterova

Verónica Vargas Alejo

### Para citar este artículo:

Casado, E., Ortegon, J. Blanqueto, M. (2019). Videos tutoriales para el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales de primer orden. *REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM*. Vol. VII, No. 2, pp. 21-36. Publicación Periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática. ISSN: 2395-955X. México: Editorial AMIUTEM.

## Sección: GeoGebra

Esnel Pérez H.

Armando López Zamudio

## Sitio Web

Edgardo Morales O.

REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM, Año VII, No. 2, julio-diciembre de 2019, Publicación semestral editada por la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C Universidad de Guadalajara, CUCEI, Departamento de Matemáticas, Matemática Educativa. B. M. García Barragán 1421, Edificio V Tercer nivel al fondo, Guadalajara, Jal., S.R. CP 44430, Tel. (33) 13785900 extensión 27759. Correo electrónico: [revista@amiutem.edu.mx](mailto:revista@amiutem.edu.mx). Dirección electrónica: <http://revista.amiutem.edu.mx/>. Editor responsable: Dr. Rafael Pantoja Rangel. Reserva derechos exclusivos No. 042014052618474600203, ISSN: 2395.955X, ambos otorgados por el Instituto Nacional de Derechos de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C., Antonio de Mendoza No. 1153, Col. Ventura Puente, Morelia Michoacán, C.P. 58020, fecha de última modificación, 10 de julio de 2016. Las opiniones expresadas en los artículos firmados es responsabilidad del autor. Se autoriza la reproducción total o parcial de los contenidos e imágenes siempre y cuando se cite la fuente y no sea con fines de lucro. No nos hacemos responsables por textos no solicitados.

## VIDEOS TUTORIALES PARA EL APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES DE PRIMER ORDEN

### TUTORIAL VIDEOS FOR LEARNING FIRST-ORDER DIFFERENTIAL EQUATIONS

<sup>1</sup>Eliezer Casado Ramírez, <sup>2</sup>Jaime Ortegon Aguilar, <sup>2</sup>Melissa Blanqueto Estrada

Instituto Tecnológico Superior de Escárcega<sup>1</sup>, Universidad de Quintana Roo<sup>2</sup>

casado-ramirez@hotmail.com, jortegon@uqroo.edu.mx, melissa@uqroo.edu.mx

#### Resumen

Este trabajo aborda el uso de videos tutoriales de apoyo para el aprendizaje de EDO de primer orden. Se desarrollaron videos en colaboración con los estudiantes del tercer semestre de la Ingeniería en Industrias Alimentarias del Instituto Tecnológico Superior de Escárcega. Se trabajó con dos grupos, A y B, donde en las primeras cuatro sesiones en ambos grupos se impartieron clases en forma de seminario, sin embargo, en las tres últimas sesiones: en el grupo A se implementaron videos tutoriales con teoría preliminar de EDO, su solución por el método de separación de variable y aplicación, mientras en el grupo B las clases continuaron de la manera tradicional. Durante el análisis de los resultados, se presentaron diferencias significativas entre los dos grupos. Al finalizar, se aplicó a los estudiantes una encuesta de satisfacción sobre el uso de videos en clases; de esta encuesta, se concluye que existe una motivación adicional al saber que profesores y compañeros han participado en la elaboración de los videos.

**Palabras clave:** ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO), video educativo, aprendizaje multimedia, motivación para el aprendizaje.

#### Abstract

This work deals with the use of tutorial videos to support the learning of ODE of first order. Videos were developed, in collaboration with the students in the third semester of the Engineering in Food Industries of the Higher Technological Institute of Escárcega. We work with two groups, A and B, where the first four sessions are taught in the form of a seminar, however, in the last three sessions: in the group Tutorial videos with preliminary theory of ODE, solution for the method are implemented of separation of the variable and the application, while in group B the classes continued in the traditional way. During the analysis of the results, the differences between the two groups are shown. At the end, a satisfaction survey on the use of videos in classes is applied to students; of this survey, it is concluded that there is an additional motivation to know that teachers and classmates have participated in the making of the videos.

**Keywords:** Ordinary differential equations (ODE), Educational video, Multimedia learning, Motivation for learning.

#### Introducción

Las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) tienen numerosas aplicaciones a la ciencia y a la ingeniería, de modo que los esfuerzos de los científicos se dirigieron, en un principio, a la búsqueda de métodos de resolución y de expresión de las soluciones en forma adecuada.

En general, cuando un modelo matemático está formulado con base en la razón de cambio de una variable con respecto a otra, las ecuaciones diferenciales aparecen. En las ciencias e ingeniería, se desarrollan modelos matemáticos para comprender mejor los fenómenos físicos, con frecuencia, estos modelos producen una ecuación que contiene derivadas de una función incógnita, y con ello se obtiene una ecuación diferencial.

El curso inicial de ecuaciones diferenciales tiene un papel significativo en la formación matemática de los estudiantes de nivel superior. Este curso proporciona a los estudiantes instrumentos que les permiten obtener funciones que modelan situaciones en contextos no matemáticos, partiendo de conocer aspectos de la situación relacionados con su rapidez de variación y algunos valores particulares de las variables que intervienen.

Por lo general, los cursos relacionados incluyen la definición de EDO, definición de solución de una EDO, tipos de ecuaciones, teoremas relacionados con la existencia, y no existencia, de soluciones y de su multiplicidad, métodos para obtener las soluciones, entre otros tópicos. La metodología, que siguen ciertos cursos sobre ecuaciones diferenciales, suele ser metódica y rigurosa, en el sentido de que no existe una interacción entre el aprendizaje del estudiante y la enseñanza del profesor. Por lo regular, cuando se consideran las aplicaciones en un curso de EDO, se procede a resolver la ecuación diferencial asociada a la situación y no se explica el impacto de la solución en su contexto, es decir, no se discute sobre la importancia o implementación misma.

Se ha observado que los estudiantes mecanizan ciertos procedimientos para resolver una ecuación diferencial de primer orden, pero nunca logran plantear la ecuación y obtener su solución, a partir de que se les proporciona información sobre la variación de cantidades variables de una situación real, solamente memorizan las soluciones propuestas en diversas fuentes bibliográficas.

Este trabajo presenta una secuencia didáctica que proporciona al estudiante los conocimientos y habilidades para resolver problemas en contextos no matemáticos, cuya solución lleve a plantear y resolver una EDO de primer grado.

### **Referente teórico**

Las investigaciones relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales se pueden dividir en dos grandes grupos: aquellas centradas en la detección y análisis de dificultades en el proceso de aprendizaje y las que proponen modelos de enseñanza alternativos al modo tradicional, basado en el tratamiento algebraico del concepto, la clasificación de las ecuaciones en diferentes tipos y el uso de métodos algebraicos de resolución específicos para cada tipo de ecuación (Perdomo , 2011).

Distintos trabajos señalan este concepto como elemento que provoca la aparición de dificultades en el tratamiento de las EDO, considerando dos posibles causas: (i) el conjunto de soluciones de una ecuación diferencial es un espacio formado por funciones y no por valores numéricos y (ii) el uso de métodos de resolución o de cálculo en el que se consideran las variables como símbolos que se deben manipular, sin tomar en cuenta su significado (Rasmussen, 2001).

Carmona, Flores, Ruiz, Salazar, Chávez (2010) desarrollaron una propuesta didáctica con la cual se pretende que el alumno tenga un aprendizaje significativo de la ecuación diferencial por medio de la manipulación del fenómeno a estudiar en situaciones en contexto de física.

Morales (2010) nos habla de la enseñanza de las matemáticas desde las perspectivas de resolución algebraica, método geométrico y método numérico, en el que determina que la mayoría de los estudiantes creen que resolver una EDO, significa realizar una serie de pasos algebraicos.

Desde la perspectiva de uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en la enseñanza de las EDO, se pueden mencionar trabajos como: Oviedo (2013), quien realiza una propuesta didáctica de las EDO de primer grado en un enfoque cuantitativo-gráfico y analítico apoyado con el software Mathematica 9.0; Sandoval y Díaz Barriga (2002) plantean desde una perspectiva didáctica con geometría dinámica la enseñanza de las EDO de primer grado. Menárguez y Cánovas (2010) muestran la utilidad del Excel desde el punto de vista didáctico, en la aplicación de diferentes métodos numéricos a la resolución de problemas de valor inicial de EDO. Perdomo (2011) nos presenta el estudio de dos módulos de enseñanza de las EDO: uno de forma tradicional y el otro en un ambiente de resolución de problemas con el uso de las TIC; en ellos, se dio a los estudiantes la formación formal de conceptos, clasificación y métodos algebraicos de resoluciones de las EDO, al final de cada módulo resolvían problemas en contexto no matemático similares al resuelto antes por el profesor.

La literatura del estudio de las EDO se enfoca bajo las perspectivas de resolución analítica, cualitativa y numérica. La perspectiva analítica busca encontrar la solución a la EDO de forma algebraica-algorítmica. En la perspectiva cualitativa, se busca dar solución a la EDO explorando la geometría del comportamiento del modelo. Por último, la perspectiva numérica busca una solución aproximada a la EDO, con la ayuda de un método numérico y la computadora; actualmente hay una gran variedad de métodos numéricos para dar solución a EDO.

Las EDO de primer grado tienen en común el estudio de cuatro problemas de aplicaciones las cuales son: ley de enfriamiento de Newton, ley de Malthus, mezcla de dos sustancias y un circuito RL. Al resolver las EDO de primer grado como las anteriores, se utiliza el método de separación de variables que involucra una expresión algebraica como método de solución de estas, el cual permite despejar la primera derivada de la variable dependiente (Zill, 2009; Carmona y Filio, 2011).

### **El aprendizaje**

El aprendizaje es un tema que ha sido objeto de estudio desde años atrás por diversos investigadores, teóricos y profesionales del área de la educación, Feldman (2005) define al aprendizaje como un proceso de cambio relativamente permanente en el comportamiento de una persona generado por la experiencia. Esta definición supone que el aprendizaje implica un cambio conductual o un cambio en la capacidad conductual; dicho cambio es duradero y el aprendizaje ocurre, entre otras vías, través de la práctica o de otras formas de experiencia.

### **Aprendizaje multimedia**

A finales de 80's, con el apogeo de la multimedia y las nuevas posibilidades que brindaba la computadora en cuanto a gráficas y sonido, una infinidad de investigadores empiezan a realizar estudios sobre la manera en que estas herramientas podrían favorecer el aprendizaje. De lo anterior surge la teoría de aprendizaje multimedia, siendo su principal exponente Richard Mayer de la Universidad de California quien desarrolla la teoría cognitiva del

aprendizaje multimedia (Andrade, 2012). Por multimedia se entiende video, texto, gráficos, audio y animación controlados por computadora.

Para Mayer (2005), el aprendizaje multimedia es aquel en el que un sujeto logra la construcción de representaciones mentales ante una presentación multimedia, es decir, logra construir conocimiento. En la Tabla 1 se presentan los 12 principios del aprendizaje multimedia (Mayer, 2010).

### **Aprendizaje efectivo**

El aprender es una constante en la vida de cualquier individuo, algunas cosas se aprenden más rápido que otras o con menos esfuerzos y para lograr un aprendizaje se tiene que tomar en cuenta factores sociales, emocionales y culturales. El aprendizaje es efectivo si se cumplen cuatro características: un entorno creativo con múltiples herramientas y materiales (sonidos, imágenes, videos, etc.) que envuelven al estudiante en la adquisición de conocimiento, logrando un compromiso activo con cada integrante del aula; facilitan el contacto entre alumnos y profesor, permitiendo que realice actividades en conjunto y que comparten sus ideas (Hernández, 2008).

Tabla 1. *Principios del aprendizaje multimedia, adaptación de Mayer (2010)*

<b>Principio</b>	<b>Descripción</b>
Coherencia	Eliminación de imágenes, palabras o sonidos no relevantes.
Señalización	Agregar señales para focalizar la atención.
Redundancia	Mejora el aprendizaje con imágenes narradas o con texto pero no ambas modalidades.
Segmentación	Contenidos divididos en apartados que permiten libre navegación.
Pre-entrenamiento	Introducción preliminar de conceptos clave de la formación.
Modalidad	Mejora del aprendizaje con imágenes y narración.
Multimedia	Mejora del aprendizaje con contenidos que incorporan imágenes y textos.
Personalización	El tono utilizado en la narración es familiar.
Voz	Uso de voz humana amigable.
Contigüidad temporal	Uso de palabras e imágenes correspondientes de forma sincronizada.
Contigüidad espacial	Las palabras e imágenes correspondientes se presentan en un mismo espacio.
Imagen	Las personas no necesariamente aprenden mejor en ambientes multimedia cuando pueden visualizar al locutor que acompaña la narración.

Ambrose et. al. (2008) resumen en siete principios el aprendizaje desde una perspectiva holística, es decir, que interactúa y se interseca con otros procesos de desarrollo de la vida del estudiante. Los siete principios interactúan entre si y, en cada caso se puede destacar algún principio sobre los otros.

1. El conocimiento previo de los estudiantes influye en su aprendizaje, facilitando o impidiéndolo.
2. La forma como los estudiantes organizan internamente el conocimiento influye en el aprendizaje y su aplicación práctica.
3. Factores que motivan a los estudiantes determinan, dirigen y sostienen lo que los estudiantes están dispuestos a hacer para aprender. Hay dos conceptos importantes que son fundamentales para atender la motivación: el valor subjetivo de una meta y las expectativas de éxito. Esto se exemplifica en la Figura 1.
4. Las competencias se adquieren y desarrollan de una manera sistemática: los estudiantes deben aprender destrezas elementales, practicar su integración y saber cuándo aplicar lo aprendido.
5. La práctica y la retroalimentación deben estar dirigidas hacia metas y deben articularse entre sí.
6. El nivel de desarrollo de los estudiantes interactúa con el clima social, emocional e intelectual del curso, impactando en el aprendizaje.
7. El autoaprendizaje o aprendizaje autodirigido debe ser adquirido. Para ello es estudiante debe monitorear y ajustar su aproximación al proceso de aprendizaje. Los estudiantes deben afrontar variados procesos metacognitivos durante su aprendizaje, evaluando sus fortalezas y debilidades.

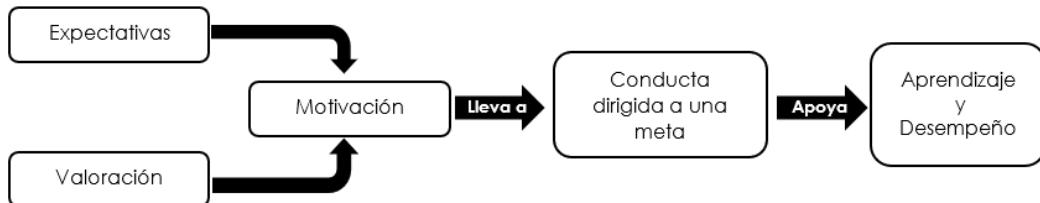


Figura 1. Impacto de la valoración y expectativas en el aprendizaje y desempeño.

### Representaciones semióticas

Para las matemáticas, la adquisición conceptual de objeto pasa necesariamente a través de la adquisición de una o más representaciones semióticas. Para Tamayo (2006) las representaciones semióticas son aquellas representaciones de sistemas de expresión y representación que pueden incluir diferentes sistemas de escritura, como números, notaciones simbólicas, representaciones tridimensionales, gráficas, redes, diagramas, esquemas, etc., las cuales cumplen funciones comunicación, expresión, objetividad y tratamiento. Por otro lado, para Duval (2000) los objetos matemáticos no son directamente accesibles a la percepción, consecuentemente pasa su estudio y tratamiento se requieren representaciones de carácter geométrico, algebraico y numérico del objeto; así como actividades de formación, tratamiento y conversión.

Durante el aprendizaje de un objeto matemático, los estudiantes pueden realizar un registro (representación semiótica), algunos de los cuales pueden ser (Macías, 2014): el Registro Numérico (RN) para representaciones numéricas de características y elementos identificados de los objetos matemáticos y su posible vinculación y relación con representaciones gráficas y geométricas; el Registro Algebraico (RA) que permite las generalizaciones, modelizaciones y señalar características particulares del objeto que representa; y el Registro Gráfico (RGr), para inferir el comportamiento que va seguir una determinada función, así

como efectuar tratamientos como traslaciones, reflexiones, simetrías, contracciones, dilataciones, etc.

### Video educativo

El desarrollo tecnológico en las últimas décadas ha producido un cambio en nuestra sociedad en aspectos, laborales, sociales y en la educación. La comunicación audiovisual se ha convertido en una herramienta para transmitir o recibir información de manera rápida y sencilla. Se puede definir al video educativo como:

“*Aquel que cumple un objetivo didáctico previamente formulado*” (Bravo, 1996).

Los docentes ocupan los videos como medio de enseñanza, para reducir el tiempo de explicación de los temas o mejorar la compresión de los temas. Los videos ofrecen demostraciones, ejemplos, información con la finalidad de alcanzar los objetivos académicos de diferentes niveles. El video con fines educativos debe ser usado como una herramienta de apoyo en la enseñanza, un instrumento o un recurso según contenidos y objetivos previstos en la estrategia didáctica, sin sustituir al profesor.

El video en línea es un video corto por las restricciones de tamaño de los archivos impuestas por los servicios de alojamiento como Youtube, que sólo permite videos de aproximadamente 10 min. El diseño instruccional a pequeña escala se ajusta al paradigma del nivel micro diseño instruccional. Según Snelson y Elison-Bowers (2007) “El diseño educativo de nivel micro se refiere a la práctica de diseñar y producir pequeñas unidades de instrucción”. Este nivel se centra en los procesos de diseño y desarrollo de grano fino que se producen al crear un producto educativo, como un video instructivo. En la Tabla 2 se pueden observar algunas de las ventajas y desventajas en el uso del video.

Tabla 2. *Ventajas y desventajas en el uso de video, adaptado de Jiménez y Marín (2012);(Guzmán, 2011).*

Ventajas	Desventajas
Motivación del alumno y profesor. Cercanía de los estudiantes hacia lo visual y auditivo. Facilidad de reproducción y repetición. Adaptación a los objetivos planteados por el profesor. Facilita visualización grupal de objetos pequeños.	Tiende a la pasividad si el diseño de actividades no es motivador. Tiempo en la elaboración de videos.

El uso de los videos con fines educativos en los últimos años es utilizado con mayor frecuencia por parte de los profesores como recurso en su práctica por las ventajas anteriormente mencionadas. M. Cebrián (1987) distingue entre cuatro tipos de videos diferentes:

- Curriculares, se adaptan expresamente a la programación de la asignatura.

- Divulgación cultural, presentan a una audiencia dispersa aspectos relacionados con determinadas formas culturales;
- Carácter científico-técnico, se exponen contenidos relacionados con el avance de la ciencia y la tecnología o se explica el comportamiento de fenómenos de carácter físico, químico o biológico.
- Videos para la educación, tienen una intencionalidad didáctica, son utilizados como recursos didácticos y que no han sido específicamente realizados con la idea de enseñar.

## Metodología

Este trabajo de investigación corresponde al tipo de investigación experimental, teniendo un grupo experimental y un grupo de control, los grupos A y B, respectivamente. Se aborda la resolución de ecuaciones diferenciales de primer grado en 30 estudiantes de tercer semestre de la carrera de Ingeniería en Industrias Alimentarias que cursaron la materia “Ecuaciones Diferenciales” durante el ciclo Febrero - Julio 2018 en el Instituto Tecnológico Superior de Escárcega. Las edades de los estudiantes comprenden entre 19 y 21 años y han cursado cálculo diferencial e integral, cálculo vectorial y álgebra elemental. En la unidad ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, se abordan los temas: definición de ecuación diferencial, soluciones de las ecuaciones diferenciales y aplicaciones.

## Diseño

Para el diseño de los videos y de los instrumentos (cuestionarios), se plantearon 3 problemas acordes a la carrera de ingeniería en Industrias Alimentarias que a continuación se describen, junto con una sinopsis del video:

Problema # 1 “Ley de enfriamiento de Newton”. *En el proceso de elaboración de queso, la leche debe de hervirse hasta los 80 °C, posteriormente, se deja enfriar hasta que alcanza los 35 °C para poder agregarle el cuajo, el cual tiene una enzima encargada de separar la caseína de su fase líquida. ¿Cuánto tiempo tardará en enfriarse la leche de la temperatura 80 °C a 35 °C si la temperatura en la habitación donde se realiza el proceso es constante?*

Se presenta las problemáticas, posteriormente tres estudiantes contestaron sobre cómo estimar el tiempo que tardaría en enfriarse la leche en el proceso de elaboración de queso, luego el maestro resolvió la problemática utilizando la ley de enfriamiento de Newton, acto seguido muestra el tiempo real y tiempo estimado en enfriarse la leche y por último los estudiantes proponen cómo la aplicarían en otros contextos.

Problema # 2 “Ley de Malthus”. *Se sabe que la tasa de crecimiento de una determinada población de bacterias es directamente proporcional al número de bacterias existentes. Se realizó un estudio a una muestra de carne, se le introdujeron 120 bacterias. La muestra se introdujo en un medio esterilizado para su estudio, el cual se observó que la población de bacterias se duplica cada 3 horas. ¿Cuál será la población de bacterias después de haber transcurrido 48 horas?*

El maestro presentó la problemática, posteriormente, pregunta a los alumnos cómo resolverla, acto seguido, el profesor empieza a resolver el problema con la ley de Malthus, al final los estudiantes enfatizan su importancia y sus futuras aplicaciones.

Problema # 3 “Mezcla de 2 sustancias”. *Un tanque grande de mezcla inicialmente contiene 400 galones de salmuera. Otra solución de salmuera se introduce en el tanque a una velocidad de 4 galones por minuto; en este flujo la concentración de sal es de 2 libras por galón. Cuando la solución se mezcla bien en el tanque, se extrae al mismo ritmo que la solución de entrada. Encuentre el número A (t) de gramos de sal presentes en el tanque en el tiempo t.*

Se presenta la opinión de un estudiante sobre el curso de ecuaciones diferenciales, posteriormente el maestro en un laboratorio presenta la problemática y empieza a resolver el problema usando una ecuación de diferencial, al final los estudiantes enfatizan su importancia y sus futuras aplicaciones.

Los video tutoriales realizados para los estudiantes del Instituto Tecnológico Superior de Escárcega fueron alojados en YouTube para facilitar el acceso externo en el enlace <https://tinyurl.com/videotutorialesEDO>.

Los instrumentos consisten en cuestionarios, los cuales constan de un conjunto de reactivos cuya finalidad pretenden explorar y buscar los diferentes errores o dificultades que presenta los estudiantes al resolver ecuaciones diferenciales de primer orden por el método de separación de variable, y resolver problemas de aplicación ecuaciones diferenciales de primer orden por el método de separación de variables.

## Implementación

Se tuvo cuatro sesiones cuyo objetivo fue presentar el contenido e importancia de la unidad (ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden) en el curso; hacer un breve repaso de álgebra, funciones, así como, cálculo diferencial e integral.

En las sesiones posteriores, con el grupo experimental (A) se utilizaron video tutoriales, por otro lado, con el grupo de control (B) no se utilizaron videos, impartiendo los temas en forma de seminario. De estas sesiones, la quinta trata la teoría preliminar de ecuaciones diferenciales, donde se explicó qué es una ecuación diferencial, como se clasifican según su tipo, orden, grado y linealidad.

Durante la sexta sesión, se explicó la solución de ecuaciones diferenciales de primer grado por el método de separación de variable. Finalmente, la séptima sesión sirvió para instruir sobre el modelado de ecuaciones diferenciales de primer orden como la ley de enfriamiento de Newton, Mezcla de dos sustancias y Ley de Malthus.

## Resultados

En la sexta sesión, los estudiantes visualizaron 3 videos tutoriales de la solución de ecuaciones diferenciales de primer grado por el método de separación de variable. Se reprodujo dos veces cada video, donde el profesor atendió las dudas de los estudiantes, para poder conocer las habilidades o los errores que comenten los estudiantes al resolver ecuaciones diferenciales de primer orden por el método de separación de variables, se aplicó

el cuestionario 5 compuesto de 10 ejercicios, en la

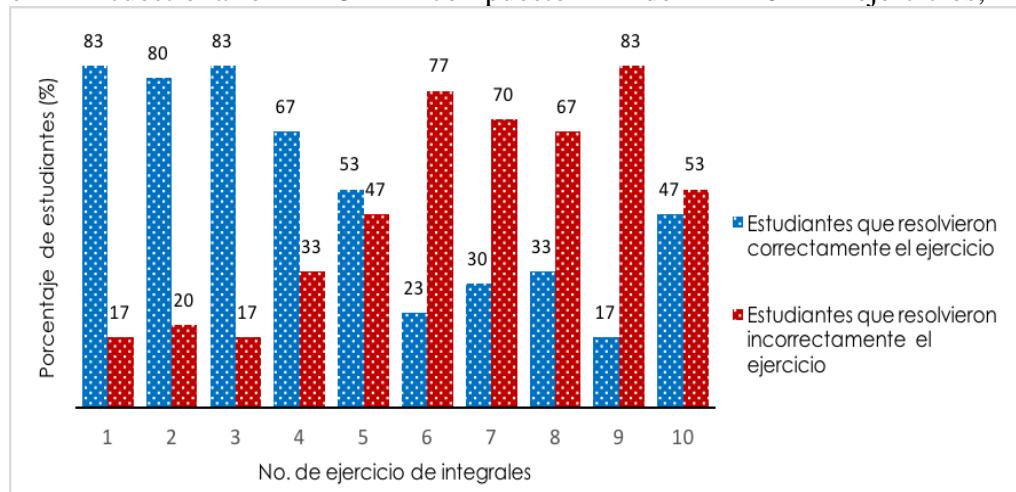


Figura 2 se muestran los resultados obtenidos por los estudiantes.

En los ejercicios 4, 5 y 10 los estudiantes lograron realizar la separación de variables correctamente, sin embargo, al momento de resolver la ecuación cometan errores algebraicos al replantear las integrales o resolver erróneamente la integral.

Un alto porcentaje de estudiantes resolvieron incorrectamente los ejercicios 6, 7, 8 y 9. La principal causa fue que al realizar la separación de variables de la ecuación diferencial de primer orden cometían errores algebraicos de despejes, factorización, dejaban las variables  $x$  e  $y$  en algún lado de la ecuación, resolución errónea de la integral con raíz cuadrada o despejar erróneamente con raíz.

De la solución de los ejercicios del cuestionario 5, se puede decir que los estudiantes comprendieron el procedimiento del método de separación de variables para solución de EDO, pero los errores más comunes que cometieron son los siguientes: errores algebraicos en la separación de variables, errores de integración de las variables de la ecuación, errores algebraicos al tratar de despejar  $y$  de la solución, errores por manipulación de las propiedades de logaritmos de naturales de base  $e$ .

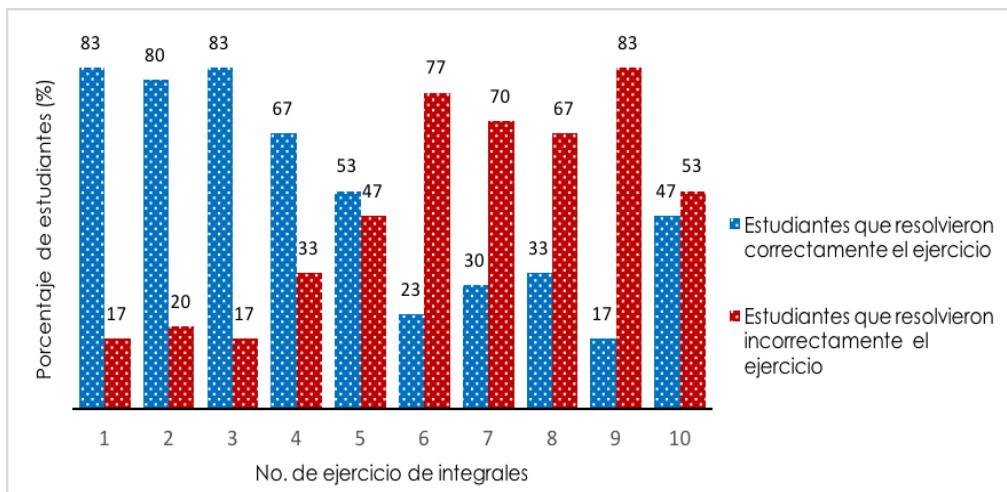


Figura 2. Resultados de los estudiantes en los ejercicios del cuestionario 5.

Para el grupo de control no se utilizaron los video tutoriales, es decir, la clase se impartió de la manera tradicional donde el maestro explica cómo se resuelven los ejercicios usando la pizarra como apoyo didáctico. En la **Error! La autoreferencia al marcador no es válida.** se observa que el grupo A tuvo mejores resultados que el grupo B.

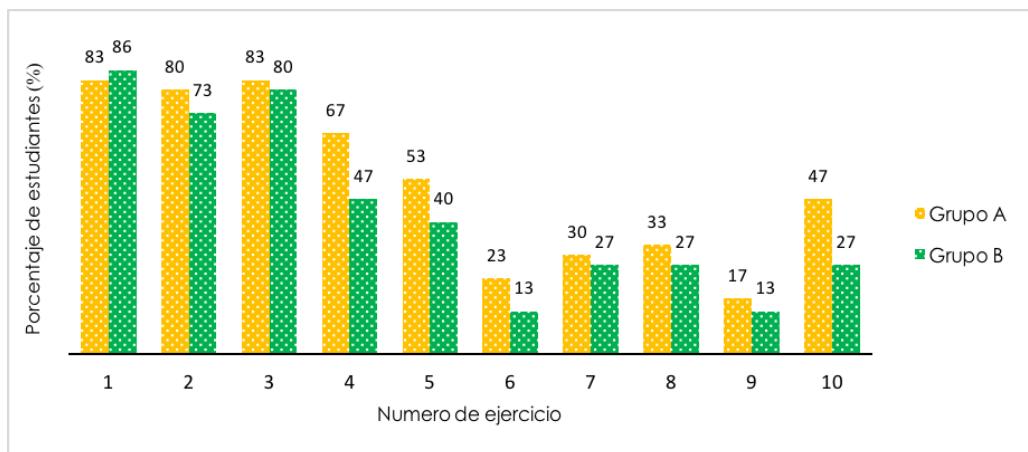
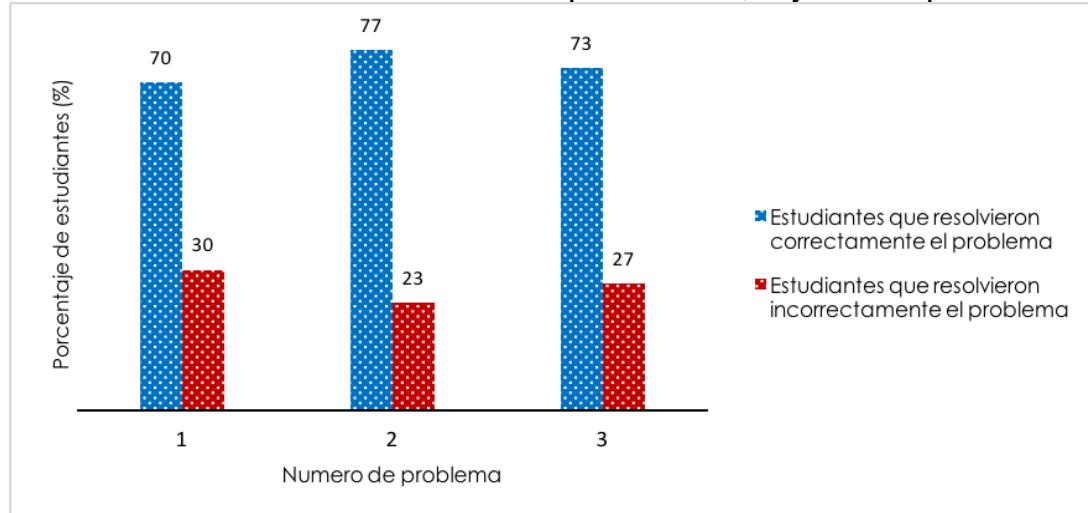


Figura 3. Resultados obtenidos de estudiantes de los grupos A y B en los ejercicios del cuestionario 5.

En la séptima sesión, como primera acción, se abordó la importancia del modelado matemático con ecuaciones diferenciales. Posteriormente, los estudiantes vieron 2 veces seguidas el video tutorial llamado ley de enfriamiento, donde los estudiantes expusieron y aclararon sus dudas. Posteriormente, se les entregó el problema 1 a resolver en un tiempo de 20 minutos. De igual manera se realizó para los problemas 2 y 3, es decir, los estudiantes veían los videos tutoriales y después se aplicaron los problemas del cuestionario 6. Los resultados de los estudiantes en los problemas 1,2 y 3 se pueden ver en la



4.

Figura

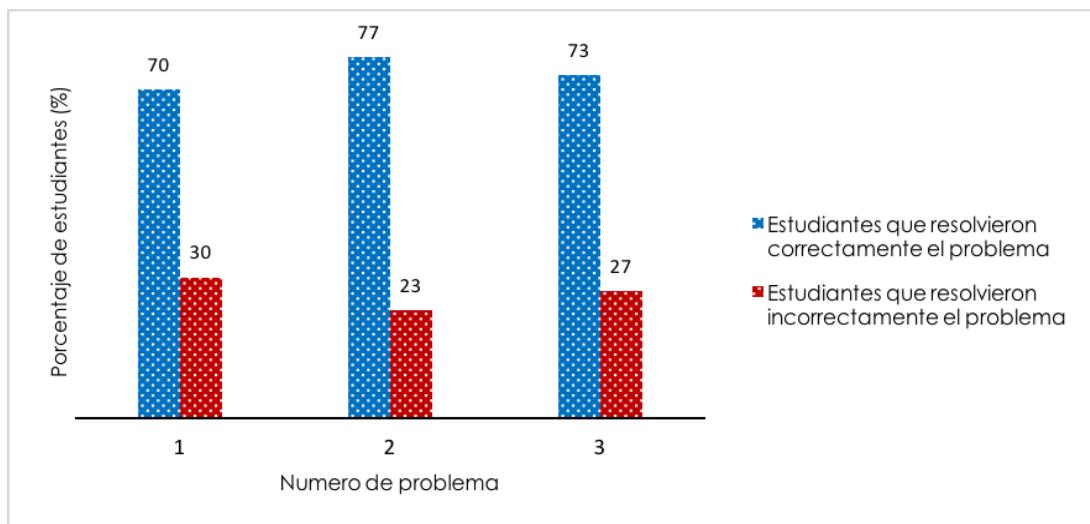


Figura 4. Resultados de los estudiantes en los problemas del cuestionario 6.

Los errores más comunes fueron: selección incorrecta de condiciones iniciales, mal uso de las propiedades de los logaritmos natural o de base e, desconocimiento total de cómo resolver la ecuación de diferencial de primer orden que modela la problemática y algún error algebraico en la solución de la ecuación.

Para el grupo B, no se utilizaron los videos tutoriales como apoyo para resolver los problemas de aplicación de modelos de ecuaciones diferenciales. La Figura 5, muestra los resultados obtenidos por los estudiantes del grupo B, en comparación con los del grupo A, en los tres problemas del cuestionario 6. De la Figura 5, se puede decir que los estudiantes del grupo B tuvieron menor porcentaje de acierto, comparado con el grupo A; en general, los errores cometidos por los estudiantes del grupo B fueron similares a los del grupo A.

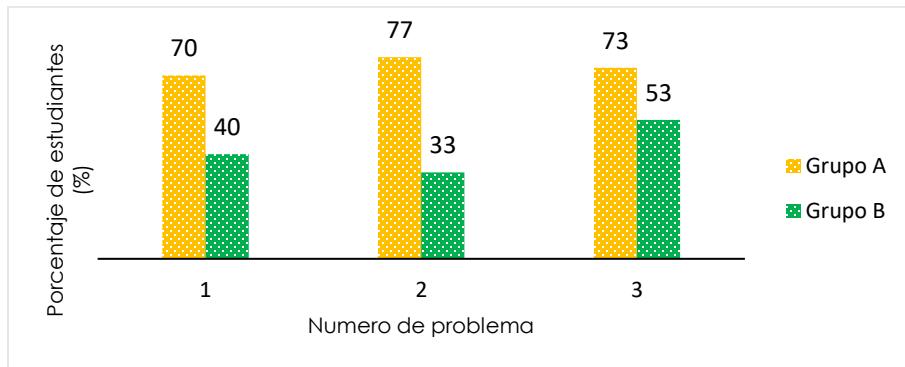


Figura 5. Resultados de los estudiantes del grupo A y B que resolvieron correctamente los problemas del cuestionario 6.

### 5.3 Análisis de la opinión de los estudiantes sobre los videos tutoriales

Para saber la opinión de los estudiantes sobre el empleo de los videos tutoriales, se aplicó una encuesta de satisfacción, la cual se compone de 10 preguntas con respuestas en la escala de Likert. Además, se incluyó una pregunta abierta donde el estudiante expresó sus observaciones, comentarios o sugerencias sobre la utilización de los videos tutoriales.

Las preguntas que se realizaron a los estudiantes fueron las siguientes:

1. Presté mucha atención a los videos tutoriales.
2. El video tutorial despertó mi interés por su contenido.
3. El video tutorial ha sido un complemento útil a lo que hemos visto en clase.
4. El video tutorial me ayudó a la hora de realizar las tareas en clases.
5. El video tutorial debería incluirse como herramienta de aprendizaje en otros temas de la asignatura.
6. Me llevó poco tiempo obtener una comprensión profunda del contenido del video tutorial.
7. Aprendí con rapidez cómo desarrollar la actividad propuesta a partir del video tutorial.
8. A partir de lo que he aprendido a través del video tutorial, podré resolver otras actividades que sigan la misma línea.
9. Consideras que los videos tutoriales tienen una secuencia que facilita tu proceso de aprendizaje.
10. Consideras que el tiempo de los videos tutoriales es el adecuado.

La Figura 6 muestra los resultados de los estudiantes de las cinco primeras preguntas del cuestionario de satisfacción, en ella podemos ver que el 87% de los estudiantes prestó atención a los videos tutoriales, una de las posibles causas es que al 86% de los estudiantes les despertó el interés por su contenido. Por otro lado, el 97% de los estudiantes dice estar de acuerdo en que los videos tutoriales han sido un complemento útil de las clases y el 84% dice estar de acuerdo que fueron de utilidad para realizar las tareas propuestas en clases. Cabe destacar que el 70% de los estudiantes está totalmente de acuerdo que los videos tutoriales se deben de emplear en otros temas de la asignatura.

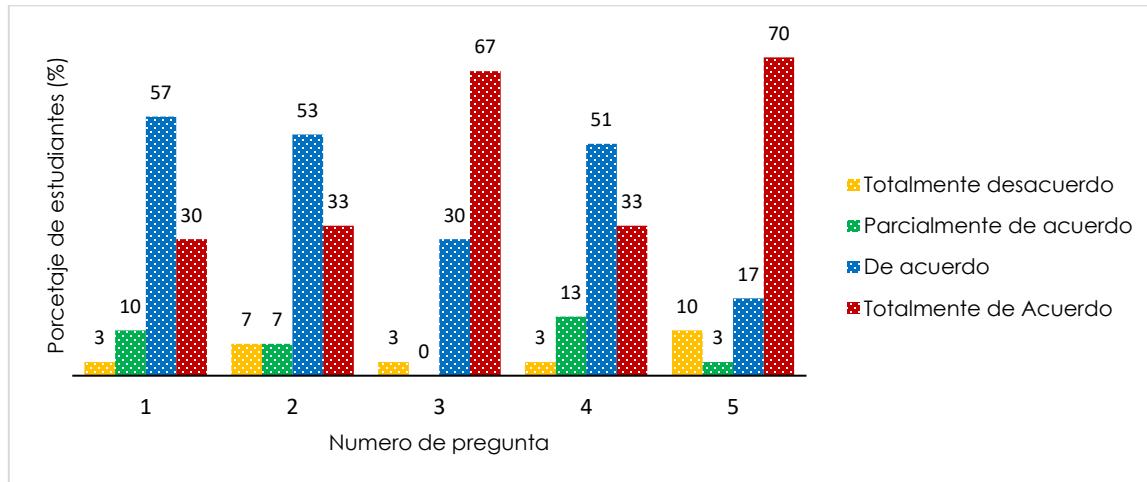


Figura 6. Respuesta de los estudiantes de la pregunta 1-5.

La Figura 7 muestra los resultados de los estudiantes de la pregunta 6 a la 10 del cuestionario de satisfacción, de la cual se puede decir que el 73% de los estudiantes está de acuerdo en el tiempo corto para obtener una comprensión profunda del contenido del video tutorial, el 70% dice estar de acuerdo con que aprendió con rapidez cómo desarrollar la actividad propuesta a partir del video tutorial, el 86% dice estar de acuerdo con que a partir de lo que ha aprendido

a través del video tutorial, podrá resolver otras actividades que sigan la misma línea, el 94% está de acuerdo en considerar que los videos tutoriales tienen una secuencia que facilita el proceso de aprendizaje y el 93% está de acuerdo en que el tiempo de los videos tutoriales es el adecuado.

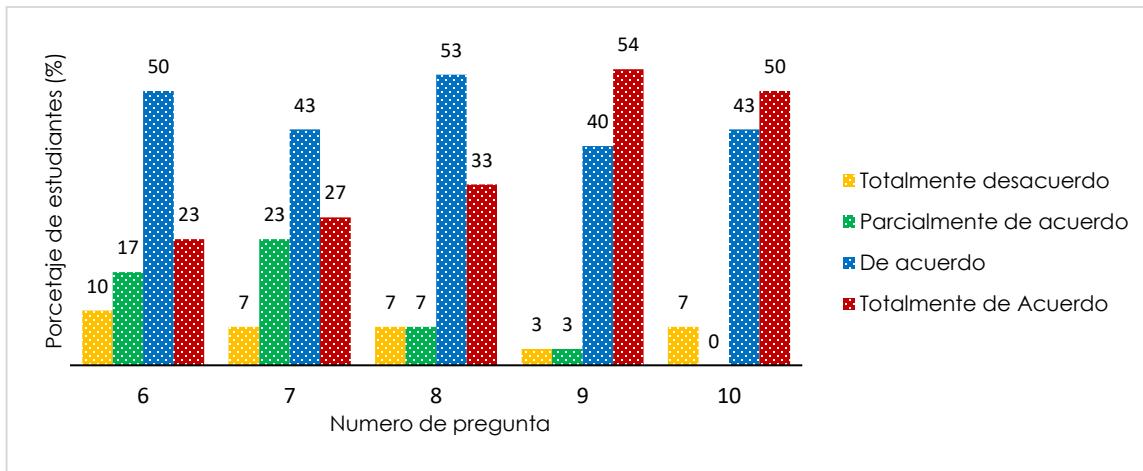


Figura 7. Repuesta de los estudiantes de la pregunta 6-10.

De la pregunta abierta donde el estudiante expresó sus observaciones, comentarios o sugerencias sobre la utilización de los videos tutoriales se obtuvieron las respuestas siguientes:

- Les gustó que compañeros participaron como autores en los videos tutoriales.
- Los videos tutoriales fueron de gran apoyo para el aprendizaje de los temas.

#### 5.4 Participación de los estudiantes

En la elaboración de los videos se contó con la ayuda de cinco estudiantes de la carrera de ingeniería en industrias alimentarias, tres participaron como actores en el video tutorial la “ley de enfriamiento de Newton”, un cuarto estudiante prestó su voz al video tutorial llamado “Ecuaciones Diferenciales Teoría Preliminar”, un quinto estudiante realizó tareas de apoyo como: cuidar el orden en el laboratorio que fungió como set de grabación.

Al momento de implementar los videos tutoriales en el grupo A, se pudo notar el interés por verlos sin saber el contenido de éstos. Una de las razones que argumentaron fue saber de la participación de algunos de sus compañeros en los videos tutoriales.

De lo anterior, y de pláticas informales con los estudiantes, se concluye que la participación de los estudiantes en los videos tutoriales, influenció en gran medida la visualización de los videos por primera vez, sin embargo, el interés de volver a visualizarlos cambió al momento de resolver las tareas, ya que les ayudó a mejorar la comprensión de los temas y la aplicación de las ecuaciones diferenciales en la vida cotidiana, misma que su pudo notar en el desempeño del grupo.

#### Conclusiones

Los videos con mayor reproducción en la web se presentan en los escenarios siguientes: el experto explicando la temática en una pizarra, explicación en hojas blancas y al momento de

usar los programas informáticos. La explicación a través de programas informáticos presentó ventajas sobre aquellos que no los utilizan, es decir, presentan una variedad de herramientas y dinamismo al momento de estar desarrollando los ejercicios. Asimismo, en pláticas informales con los estudiantes, estos comentan que se apoyan mucho en este tipo de escenario para la elaboración de sus tareas, lo cual confirma y sugiere que en la impartición de asignaturas de ecuaciones diferenciales, se utilicen este tipo de video tutoriales para el complemento de sus clases.

Se realizaron siete videos tutoriales utilizando Microsoft Power Point y Camtasia 8.0. La implementación de los tutoriales, reveló que una de las principales causas que conlleva a los estudiantes a cometer errores es su falta de conocimiento en álgebra elemental, en particular, al despejar ecuaciones, uso incorrecto de las propiedades de los exponentiales, ley de los signos y manejo inadecuado en las propiedades de los logaritmos naturales o logaritmos de base.

Los videos tutoriales facilitaron la comprensión del procedimiento de solución de ecuaciones diferenciales de primer orden por el método de separación de variable, en menor tiempo, a comparación de las clases tradicionales. Los estudiantes manifestaron que la participación de sus compañeros en la elaboración de los videos, influenció el interés por ver los videos y posteriormente fueron de utilidad al momento de hacer sus tareas, por lo que quisieran implementar video tutoriales para otros temas de la asignatura.

De lo anterior, se concluye de manera general que esta investigación contribuyó en la mejora de impartición de clases de las asignaturas de ecuaciones diferenciales, por lo que se recomienda el uso de videos tutoriales, lo que favorece en el aprovechamiento escolar de esta asignatura y la disminución en los índices de reprobación.

## Bibliografía

- Ambrose, S., Bridges, M. W., DiPietro, M., Lovett, M. C., Norman, M. K. (2008). *How Learning Works: Seven Research-Based Principles for Smart Teaching*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Andrade, L. (2012). Teoría de la carga cognitiva, diseño multimedia y aprendizaje: un estado del arte, Magis. *Revista Internacional de Investigación en Educación*, Vol. 5, Núm. 10, Págs. 75-92.
- Bravo, JL. (1996). ¿Qué es el video educativo? *Revista Comunicar*, Núm. 6, Págs. 100-105.
- Carmona, I. y Filio, E. (2011). *Ecuaciones diferenciales*, México D.F., México: Pearson
- Carmona, K., Flores, S., Ruiz, J., Salazar, M. y Chávez, J. (2010). Ecuaciones diferenciales en un contexto físico, *Revista CULCyT: Cultura Científica y Tecnológica*, Vol. 7, Núm. 36-37, Págs. 40-50.
- Cebrián, M. (1987): El vídeo Educativo, en *II Congreso de Tecnología Educativa*. Madrid: Sociedad Española de Pedagogía.
- Duval, R. (2000). *Representación, visión y visualización: Funciones cognitivas en el pensamiento matemático*. Université du Littoral Côte-d'Opale, Boulogne, et Centre IUFM Nord Pas-de Calais, Lille.

- Feldman, R. (2005). *Psicología: con aplicaciones en países de habla hispana*. México: McGrawHill.
- Guzmán, M. (2011). El video como recurso didáctico en educación infantil. *Revista Pedagogía Magna*, Vol. 10, Págs.132-139.
- Hernández, S. (2008). El modelo constructivista con las nuevas tecnologías: aplicado en el proceso de aprendizaje. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento*, Vol.5, Núm. 2, Págs. 26-35.
- Jiménez, D. y Marín, G. (2012). Asimilación de contenidos y aprendizaje mediante el uso de videotutoriales. *Revista Enseñanza & Teaching*, Vol.30, Núm. 2, Págs. 63-79.
- Macías, J. (2014). Los registros semióticos en matemáticas como elemento de personalización en el aprendizaje. *Revista de Investigación Educativa Conect*, 2, 27-57.
- Mayer, R. (2005). *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning*. New York: Cambridge University Press.
- Mayer R. (2010). Applying the science of learning to medical education. *Medical Education*. 44: Págs. 543-549.
- Menárguez, M. y Cánovas, F. (2010). Métodos de un paso para ecuaciones diferenciales ordinarias: recursos didácticos. *I Jornada Internacional: Matemáticas*. Madrid, España: Everywhere.
- Morales (2010). Enfoques y dificultades en la enseñanza de las ecuaciones diferenciales, *Revista Premisa*, Vol. 12, Núm 45, Págs. 25-36.
- Oviedo, N. (2013). Abordaje cualitativo-gráfico y analítico de ecuaciones diferenciales ordinarias primer orden con apoyo software Mathematica 9.0, *Actas del VII CIBEM*, Montevideo, Uruguay, Págs. 1017-1024.
- Perdomo, J. (2011). Módulo de enseñanza para la introducción de las ecuaciones diferenciales ordinarias en un ambiente de resolución de problemas con tecnología. *Revista Números*, Vol.78, Págs. 113-134.
- Rasmussen, C. (2001). New directions in differential equations. A framework for interpreting students' understandings and difficulties. *Journal of Mathematical Behavior*, 20, 55-87.
- Sandoval, I y Díaz-Barriga, E. (2002). Ecuaciones diferenciales de 1er. Orden una perspectiva didáctica con geometría dinámica. *Memorias de la XII Semana Regional de Investigación y Docencia en Matemáticas*, pp. 189-196.
- Snelson, C., y Elison-Bowers, P. (2007). Micro-level design for multimedia-enhanced online courses. *MERLOT Journal of Online Learning and Teaching*, pp. 383-394
- Tamayo, Ó. (2006). Representaciones semióticas y evolución conceptual en la enseñanza de las ciencias y las matemáticas. *Revista Educación y Pedagogía*, 18(45), 37-49.
- Zill, D. (2009). *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado*. México: Cengage Learning.