

EVALUACIÓN DE RESULTADOS EN TAREAS DE ESTIMACIÓN NUMÉRICA-GRÁFICA

M^a Macarena Fariña – Rut Almeida – Josefa Perdomo-Díaz – Alicia Bruno
macarena.farcast@gmail.com – rutalca@gmail.com – jperdomd@ull.edu.es –
abruno@ull.edu.es

Universidad de La Laguna. España

Núcleo temático: VII. Investigación en Educación Matemática

Modalidad: CB

Nivel educativo: Medio o Secundario

Palabras clave: Estimación, representaciones gráficas

Resumen

Se presenta una investigación sobre estimaciones numéricas de fracciones y porcentajes a través de representaciones gráficas. El objetivo del estudio es analizar el éxito y las estrategias de alumnado de 2º y 4º de Educación Secundaria Obligatoria (ESO). La metodología de investigación es cuantitativa sobre datos de un cuestionario contestado por 248 alumnos/as de 2º ESO y 199 de 4º ESO. Los resultados reflejan dificultades conceptuales sobre las fracciones que impiden aplicar correctas estimaciones sobre gráficas o construir representaciones aproximadas. Asimismo, se presentan los argumentos y justificaciones de futuros profesores de matemáticas al analizar las respuestas del alumnado de Secundaria al citado cuestionario, y evaluar lo razonable de las mismas, para lo cual se ha seguido una metodología cualitativa.

1. Introducción

En las dos últimas décadas, cuando se hace referencia al aprendizaje numérico surge el término *sentido numérico* que se define como *la comprensión personal de los números y las operaciones, junto con la capacidad para usar esta comprensión de forma flexible, de modo que se puedan hacer juicios y desarrollar estrategias adecuadas a cada problema* (Sowder, 1992). Las investigaciones realizadas con alumnado de Primaria y Secundaria muestran que tienen un escaso desarrollo del sentido numérico, prefiriendo el uso de procesos, reglas y algoritmos mecánicos, antes que usar otro tipo de conocimiento, en cierta medida, más complejo, creativo o flexible que involucre relacionar conceptos y/o los procesos (Yang, Hsu & Huang, 2004). Por otro lado, los estudios no muestran consenso sobre si los estudiantes

incrementan su sentido numérico a medida que avanzan en los niveles educativos (Akkaya, 2016).

El sentido numérico se ha caracterizado por distintas componentes: *Comprender el significado de los números; Reconocer el tamaño relativo y absoluto de los números; Usar puntos de referencias; Usar representaciones gráficas, pictóricas o manipulativas de los números y las operaciones; Identificar el efecto relativo de las operaciones; Establecer las relaciones entre las operaciones; Hacer uso de las propiedades de las operaciones para facilitar un cálculo numérico; Estimar el resultado de operaciones; Comprender la relación entre el contexto del problema y la operación necesaria; Ser consciente de que existen múltiples estrategias; Reconocer cuándo el resultado obtenido es razonable.* (McIntosh et al., 1991).

Aunque estas componentes se presenten separadas, están fuertemente interrelacionadas, siendo normal que en una misma tarea matemática se vean involucradas varias de ellas, de forma conjunta.

Este trabajo se centra en la estimación y reconocimiento de respuestas razonables en tareas numéricas con representaciones gráficas. Su interés radica en que la estimación de cantidades es un importante proceso matemático que implica razonamientos no rutinarios y requiere aplicar flexibilidad de pensamiento (Siegler and Booth, 2005), mientras que reconocer respuestas razonables ayuda a mejorar los resultados de cálculos, incluyendo los exactos y la estimación (Alajmi y Reys, 2010). Por tanto, la investigación pone especial interés en las componentes: *Usar representaciones gráficas, pictóricas o manipulativas de los números y las operaciones; Estimar el resultado de operaciones; y Reconocer cuándo el resultado obtenido es razonable.*

La primera parte de este trabajo analiza la estimación numérica en representaciones gráficas por parte de estudiantes de Secundaria, etapa en la que encontramos menos investigaciones que en alumnado de Primaria. Se muestran resultados de una prueba escrita contestada por alumnado de 2º y 4º de ESO. La segunda parte es un estudio con futuros profesores de Secundaria, quienes evaluaron algunas respuestas de los estudiantes de la ESO de la prueba anteriormente citada. Se les pidió que valorasen si las respuestas de los estudiantes eran razonables o no. La finalidad de esta segunda parte del estudio es indagar las creencias de los

futuros profesores sobre la importancia de la razonabilidad de las repuestas de los alumnos en tareas numéricas.

2. Estimación numérica en representaciones gráficas de estudiantes de Secundaria

Se realizó una prueba escrita compuesta por 12 preguntas, que contestaron 248 alumnos de 2º ESO y 199 de 4º ESO, de 7 centros públicos de Tenerife (España). Las preguntas correspondía a contenidos numéricos no superiores a 1º ESO: Ordenar, operaciones, estimar cantidades, estimar longitudes (con números naturales, fracciones, decimales). Cada pregunta se presentó en una hoja separada. Se les indicó que tenían 3 minutos para contestar cada pregunta y que para resolverlas no era necesario realizar cálculos exactos. Además debían escribir todo lo que realizaran, aunque no formara parte de su respuesta final. En esta comunicación se seleccionan los resultados correspondientes a las preguntas de fracciones y porcentajes en las que el alumnado debía realizar o interpretar una estimación gráfica.

Resultados del cuestionario de estudiantes de Secundaria

Los resultados son consecuentes con el curso de los estudiantes, ya que los porcentajes de éxito de 2º ESO son inferiores a los de 4º de ESO en todas las preguntas. Sin embargo, el éxito en 4º no puede considerarse adecuado, considerando que las tareas numéricas analizadas correspondían a 1º ESO y el mayor porcentaje de éxito fue 57.3% (Tabla 1).

Preguntas de la prueba	2º ESO	4º ESO
1. Estimar una representación gráfica de fracción menor que 1	25.8	45.2
2. Representar gráficamente una fracción – Reconstruir la unidad	21.8	40.7
4. Estimar una representación gráfica de suma de fracciones	44.8	57.3
5. Estimar una representación gráfica de multiplicación de fracciones	12.9	19.6
6. Estimar y representar porcentajes de “actividades durante un día completo”	12.5	27.1

Tabla 1. Porcentaje de respuestas correctas a las 6 preguntas de fracciones de la prueba

Como ejemplo del proceso de análisis realizado, mostramos los resultados de la pregunta 6 que denominamos a partir de ahora “Actividades durante un día completo” (Tabla 2), cuyas respuestas se usan además en la segunda parte de este trabajo.

Aproximadamente ¿qué porcentaje dedicas a las siguientes actividades durante un día completo? Representalo gráficamente.

Dormir:..... %

Comer:.....%

Estar en clase:.....%

Resto de actividades:.....%

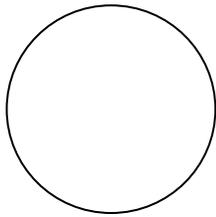


Tabla 2. Enunciado de la pregunta: “Actividades durante un día completo”

El porcentaje de respuestas correctas fue bajo en ambos cursos, 12.5% y 27.1%, en 2º y 4º respectivamente (Tabla 3). El error que apareció con mayor frecuencia fue dar porcentajes que no eran razonables respecto a su actividad cotidiana, por ejemplo, estar en clase un 60% del tiempo, comer un 50% o dormir un 15% del día. Otro error común fue que los cuatro porcentajes no sumaran 100 (Tabla 4)

Estimación de porcentajes de las actividades diarias		Representación gráfica		Respuestas correctas en ambos apartados	
2º ESO	4º ESO	2º ESO	4º ESO	2º ESO	4º ESO
29.8	45.2	27.8	42.7	12.5	27.1

Tabla 3. Porcentaje de éxito en “Actividades durante un día completo”

	2º ESO	4º ESO
Porcentajes no razonables en las actividades diarias	33.1	29.6
Los porcentajes suman más de 100	14.9	7.5
Los porcentajes suman menos de 100	9.3	5
Otros errores	6.4	5

Tabla 4 Tipos de errores en los porcentajes propuestos por los estudiantes en la pregunta “Actividades durante un día completo”

Gráficos incorrectos y que no son diagramas de sectores		
Sectores desproporcionados	Mayor número de sectores	Sectores no centrados

Tabla 5. Ejemplos de errores en la pregunta “Actividades durante un día completo”

La representación gráfica en el diagrama de sectores fue fuente de dificultad, especialmente en 2º de ESO. Las dificultades en algunos casos pueden considerarse de tipo procedimental (no entender cómo se construye un diagrama de sectores) y, en otros, reflejan una desconexión con los porcentajes dados por el estudiante sobre su actividad diaria. En cierta medida, el gráfico no ayuda al estudiante a corregir el error cometido en su estimación de porcentajes. En la Tabla 5 pueden verse algunos ejemplos de representaciones gráficas erróneas.

3. Cuestionario a futuros profesores de Matemáticas de Secundaria

La segunda parte del trabajo consistía en estudiar el análisis que realizaban ocho estudiantes (E1 a E8) del *Máster en Formación del Profesorado de ESO, Bachillerato, FP y Enseñanza de Idiomas* de la Universidad de La Laguna, Tenerife, de lo razonable de la respuesta de los estudiantes de secundaria. Para ello se seleccionaron 6 ejemplos de respuestas a la pregunta “Actividades durante un día completo” (Anexo 1).

En primer lugar, se pidió a los futuros profesores que resolvieran la actividad, indicándoles que pensarán como si su vida fuera la de un estudiante de Secundaria. A continuación, se les presentaron los seis ejemplos de respuestas (Anexo 1) con una serie de preguntas para indagar en cómo sería su evaluación de la actividad y cómo les explicarían los errores cometidos al alumnado (Anexo 2).

Resultados del cuestionario de futuros profesores de Matemáticas de Secundaria

Los futuros profesores de Matemáticas de Secundaria establecieron unos porcentajes razonables de la actividad diaria y solo uno se excedió en el tiempo dedicado a comer. No obstante, hay que destacar que seis sujetos recurrieron al uso de reglas para calcular los porcentajes exactos a partir de las horas dedicadas a cada actividad.

La Tabla 6 recoge las respuestas de los futuros profesores a las tres primeras preguntas del cuestionario que son las siguientes:

1. ¿Crees que los resultados dados por el estudiante son razonables? (**R**)
2. ¿Consideras correcta la respuesta del estudiante en el apartado de completar porcentajes? (**%**)
3. ¿Consideras correcto el gráfico de sectores realizado por el estudiante? (**G**)

	Ej1			Ej2			Ej3			Ej4			Ej5			Ej6		
	R	%	G	R	%	G	R	%	G	R	%	G	R	%	G	R	%	G
E1	N	C	I	N	I	I	N	C	I	S	C	C	N	C	I	S	C	I
E2	N	C	I	N	I	I	N	C	I	S	C	C	N	C	I	S	C	I
E3	S	C	I	S	I	C	N	C	I	S	C	C	N	C	I	S	C	I
E4	N	I	I	N	I	I	N	I	I	S	C	C	N	I	I	S	C	I
E5	S	C	C	S	I	I	N	I	I	S	C	C	N	I	I	S	C	I
E6	N	C	I	S	I	I	N	I	I	S	C	C	N	C	I	S	C	I

E7	N	C	I	N	I	I	N	C	I	S	C	C	N	C	I	S	C	I
E8	N	-	I	N	I	I	N	I	I	S	C	C	N	I	I	S	C	I
N: No S: Sí C: Correcto I: Incorrecto																		

Tabla 6. Resultados del cuestionario a futuros profesores de Matemáticas de ESO

Hay muchas coincidencias en las respuestas de los futuros profesores en todos los ejemplos. Las diferencias se deben a los rangos que ellos mismos establecen para considerar una distribución horaria del día razonable o no y si tienen en cuenta ese realismo horario para evaluar las respuestas o si, por el contrario, solo tienen en cuenta que se cumplan propiedades matemáticas como que la suma de los porcentajes sea 100. También cambia su exigencia de exactitud en la representación gráfica.

Las respuestas argumentadas de los futuros profesores de Matemáticas de Secundaria reflejan ciertas tendencias al evaluar las actividades y su grado de exigencia.

En primer lugar, destaca el alto grado de exigencia al considerar lo razonable de una respuesta valorando lo realista de las respuestas de los estudiantes de Secundaria. Por ejemplo, no consideran correcto que los estudiantes indiquen que duermen más de ocho horas o que están en clase más de seis. En el ejemplo 4, el sujeto E2 afirma: *“En este caso sí parecen razonables salvo las horas de estar en clase ya que si estamos en Secundaria el horario lectivo es de 8:00-14:00 en centros públicos, eso son 6h, sin embargo, el 30% del día se corresponde a 7’2h”*.

En segundo lugar, se distinguen tres tendencias de evaluación en los futuros profesores. La tendencia predominante es evaluar, por un lado, lo realista de las respuestas del alumnado de Secundaria y, por otro lado, el que los porcentajes sumen 100 y las áreas de los sectores gráficos sean proporcionales a los correspondientes porcentajes.

Otra tendencia radica en la exigencia de “exactitud”. Es el caso del sujeto E5, quien, en repetidas ocasiones, solicita al alumnado que en su respuesta aparezcan cálculos exactos y no solo una aproximación, aunque ésta esté bien. Este mismo sujeto realizó la primera actividad especificando todos los cálculos.

La última tendencia es valorar el currículo correspondiente al curso de Secundaria para considerar una respuesta correcta o no. Destacamos aquí al sujeto E4 que considera en el Ejemplo 1 que *“La respuesta de completar porcentajes matemáticamente es correcta, pero*

no se ajusta a la vida real. Por lo que si mi intención era evaluar el bloque de números y álgebra y el de métodos y procesos, la respuesta no es correcta, no lo adecúa a la vida real”. Este es el motivo de que este sujeto considere incorrectas todas las respuestas de los estudiantes, salvo en el ejemplo 4.

La forma de explicar de los futuros profesores a los estudiantes los errores cometidos y cómo corregirlos es hacerlos reflexionar sobre el número de horas que dedican a una actividad y ver que ese número de horas no se corresponde ni aproxima con el porcentaje que han dado. Por ejemplo, a aquellos estudiantes que pusieron que dedicaban un 50% del día a dormir, les harían pensar en que ellos no duermen 12h. El sujeto E8 también indica que trabajaría con los estudiantes las horas en forma de fracciones para a continuación pasar a los porcentajes. Con respecto a los errores cometidos en la representación gráfica se dan pocos argumentos para explicar cómo corregirlos de forma aproximada, se basan en enseñar al alumnado a hacer diagramas de sectores exactos. Solo el sujeto E8 indica que utilizaría una representación rectangular para pasar luego a la circular para facilitar la comprensión.

Conclusiones

El estudio realizado con alumnado de Secundaria en España, ratifica los resultados encontrados en otros países sobre el escaso uso de sentido numérico del alumnado. Observamos que aunque los resultados mejoran de 2º ESO a 4º ESO, no se pueden considerar adecuados para estos niveles. Los estudiantes tuvieron errores considerables en las estimaciones de representaciones numéricas de fracción y sus operaciones que reflejan dificultades conceptuales notables.

Con respecto al grupo de futuros profesores de Matemáticas de Secundaria, los resultados son positivos, ya que reconocen las respuestas razonables y, en mayor o en menor medida, lo tienen en cuenta para evaluar las actividades del alumnado. Así, consideran que aunque una actividad esté resuelta de forma matemáticamente correcta, si los resultados no son realistas no puede considerarse del todo correcta. Este resultado es contrario al que obtuvo Alajmi (2007) en su estudio con profesores de Secundaria de Kuwait. En dicho estudio concluyó que la mayoría del profesorado consideraba que una respuesta era razonable si se había seguido el procedimiento correcto aunque un error de cálculo nos diera una respuesta bastante alejada de la esperada.

Agradecimientos: Este trabajo se ha realizado bajo la financiación del Proyecto de Investigación del Ministerio de Economía y Competitividad. Madrid. España. EDU2015-65270-R: “Una perspectiva competencial para la formación matemática y didáctica de profesores de educación Primaria y Secundaria: implicaciones para la enseñanza y el aprendizaje”.

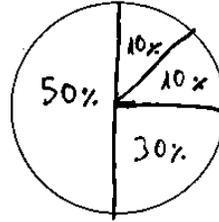
Referencias bibliográficas

- Akkaya, R. (2016). An Investigation into the Number Sense Performance of Secondary School Students in Turkey. *Journal of Education and Training Studies*, 4(2), 113-123.
- Alajmi, A.; Reys, R. (2007). Reasonable and reasonableness of answers: Kuwaiti middle school teachers' perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 65, 77-94.
- Alajmi, A.; Reys, R. (2010). Examining eighth grade Kuwaiti students' recognition and interpretation of reasonable answers. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 8, 117-139.
- McIntosh, A.; Reys, B. J.; Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the learning of mathematics*, 12(3), 2-8.
- Siegler, R.S.; Booth, J.L. (2005). Development of numerical estimation: A review. In J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (pp 197-212). Boca Ratan, FL: CRC Press.
- Sowder, J. (1992). Estimation and number sense. In Grouws, D. (ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, pp. 245-275. MacMillan Publishing Company. New York.
- Yang, D. C., Hsu, C. J. y Huang, M. C. (2004). A study of teaching and learning number sense for sixth grade students in Taiwan. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 2, 407-430.

Anexo 1. Ejemplos de respuestas de estudiantes de la ESO analizadas por futuros profesores de Matemáticas de Educación Secundaria Obligatoria

Ejemplo 1

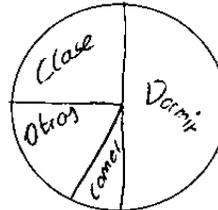
Dormir 50 %
 Estar en clase 30 %
 Comer 10 %
 Resto de actividades 10 %



Ejemplo 2

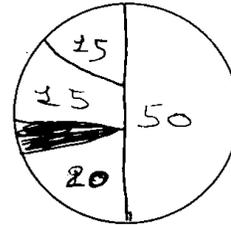
Dormir 50 %
 Estar en clase 15 %
 Comer 5 %
 Resto de actividades 10 %

$$\begin{array}{r} 50 \\ + 25 \\ + 10 \\ \hline 90 \end{array}$$



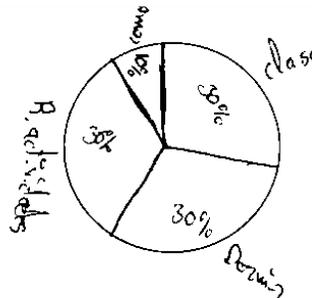
Ejemplo 3

Dormir ~~50~~ % 35
 Estar en clase ~~30~~ %
 Comer ~~10~~ % 20
 Resto de actividades ~~10~~ %



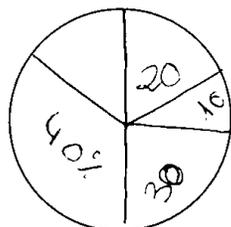
Ejemplo 4

Dormir 30 %
 Estar en clase 30 %
 Comer 10 %
 Resto de actividades 30 %



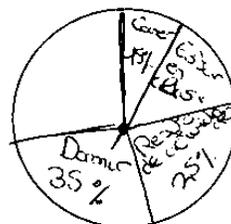
Ejemplo 5

Dormir 20 %
 Estar en clase 40 %
 Comer 30 %
 Resto de actividades 10 %



Ejemplo 6

Dormir 35 %
 Estar en clase 25 %
 Comer 15 %
 Resto de actividades 25 %



Anexo 2. Preguntas de la segunda parte del cuestionario realizado a los futuros profesores de Matemáticas de Educación Secundaria Obligatoria

1. ¿Crees que los porcentajes dados por el estudiante son razonables? ¿Por qué?
2. ¿Consideras correcta la respuesta del estudiante en el apartado de completar porcentajes? Justifica tu respuesta.
3. ¿Consideras correcto el gráfico de sectores realizado por el estudiante? Justifica tu respuesta.
4. Evalúa el ejercicio de forma global:

Fracaso	Insuficiente	Satisfactorio	Bien	Excelente

5. ¿Qué argumentos utilizarías para justificar tu evaluación ante el estudiante? ¿Cómo le explicarías, si fuera el caso, los errores cometidos?