CB-854

Conhecimento matemático para o ensino dos números racionais: discussão na/da formação de professores

Francisco José Brabo Bezerra – Henrique Rizek Elias – Debora da Silva Souza
francisco.bezerra@ufabc.edu.br – henriqueelias@utfpr.edu.br – deborasou.za@hotmail.com
Universidade Federal do ABC – Santo André. Brasil
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Londrina. Brasil

Núcleo temático: IV Formación del profesorado em Matemáticas
Modalidad: Comunicación Breve (CB)
Nivel educativo: 5 - Formación y actualización docente
Palabras clave: Educação Matemática. Formação Continuada. Números Racionais. Conhecimento Matemático para o Ensino.

Resumo

O presente artigo visa discutir aspectos do conhecimento matemático para o ensino dos números racionais. Com base no referencial teórico do Conhecimento Matemático para o Ensino de Ball, Thames e Phelps (2008), analisamos as produções escritas de três professores participantes de um curso de formação continuada na Universidade Federal do ABC – Brasil. Do ponto de vista da formação tínhamos a expectativa de discutir diferentes questões sobre os números racionais relacionadas especificamente ao seu ensino, como formas de se trabalhar seus diferentes significados e representações, dificuldades frequentes de estudantes, etc., mas percebemos, pelas produções escritas, que alguns dos professores que atuam na Educação Básica não dominavam o conceito. Selecionamos duas questões respondidas pelos participantes que evidenciam: i) fragilidades na compreensão do conceito de número racional; ii) a não inclusão do zero como um elemento do conjunto dos números racionais. Isso indica que, em cursos de formação, assumir que há um domínio do conteúdo dos números racionais, seja por estudantes a professor ou por professores em atuação, pode, muitas vezes, ocultar insuficiências no chamado conhecimento comum do conteúdo.

Introdução

Não são recentes e nem poucas as pesquisas sobre os números racionais. Kieren (1976, 1980), ao apresentar o que chamou de subconstrutos dos números racionais, permitiu uma ampla discussão acerca dos diferentes significados atribuídos a esses números. O grupo *The Rational Number Project* (RNP) contribuiu amplamente para as discussões, trazendo considerações que são, por diversas vezes, citadas em trabalhos que tratam dos números racionais: os conceitos associados aos números racionais estão entre as ideias mais complexas e importantes que os estudantes encontram ao longo dos primeiros anos de

ISBN 978-84-945722-3-4

escolarização (BEHR; LESH; POST; SILVER, 1983). Trabalhos que se fundamentam em Raymond Duval para discutir os diferentes registros de representações semiótica também são frequentes, segundo Fávero e Neves (2012).

Aliado às pesquisas que reconhecem a complexidade dos números racionais, sejam relacionados aos seus diferentes significados e diferentes representações, ou pela sua relevância na aprendizagem de tópicos matemáticos mais avançados pelos estudantes, além das que se debruçam a discutir o conhecimento matemático necessário ao professor para ensinar os números racionais. Zakaryan e Ribeiro (2016), Pinto e Ribeiro (2013) e Rangel, Giraldo e Filho (2014) são alguns exemplos dessas pesquisas que nos permitem conhecer mais profundamente aspectos desse conhecimento matemático que é específico para o ensino dos números racionais e, portanto, diferente do conhecimento matemático de outros profissionais que não o professor.

Com esse amplo espectro de pesquisas em mãos, levamos o tema “números racionais” para a discussão em um curso de formação continuada realizado na Universidade Federal do ABC – Brasil. Naquele momento, tínhamos a expectativa de levantar questões a respeito de diferentes aspectos dos números racionais relacionadas ao seu ensino, como formas de trabalhar seus diferentes significados e representações, dificuldades frequentes de estudantes, abordagens de ensino utilizadas pelos professores para minimizar tais dificuldades, além de erros frequentes relacionados com o conceito de número racional, sua escrita e operações. Contudo, percebemos, pelas produções escritas, que alguns professores não dominavam o conceito, levando-nos a rever algumas ações planejadas e gerando reflexões acerca de cursos de formação (inicial ou continuada) de professores e a maneira como têm sido abordado os números racionais.

Diante disso, buscamos discutir aspectos do conhecimento matemático para o ensino dos números racionais, dando ênfase no cuidado que se deve ter ao assumir, em cursos de formação de professores, que há um domínio do conteúdo dos números racionais, seja por estudantes a professor ou por professores em atuação, que, muitas vezes, pode ocultar insuficiências no chamado conhecimento comum do conteúdo.

As bases teóricas

ISBN 978-84-945722-3-4

No presente artigo, estamos tomando o Conhecimento Matemático para o Ensino[30] (MKT) na perspectiva de Ball, Thames e Phelps (2008). Esse grupo focou no trabalho do professor ao ensinar matemática, analisando a prática do professor para, então, analisar as demandas matemáticas para o ensino. Além disso, desenvolveram um levantamento sobre formas para se medir o conhecimento do conteúdo para o ensino de matemática. Estas medidas proporcionam uma forma de investigar a natureza, o papel, e a importância de diferentes tipos de conhecimento matemático para o ensino. A teoria do MKT tem sua origem no trabalho de Shulman (1986), quando introduziu o termo conhecimento pedagógico do conteúdo, o que significou o reconhecimento de que o conhecimento de conteúdo dos professores tem sua especificidade, e essa implicações na prática e na formação do professor (RANGEL; GIRALDO; FILHO, 2014). O MKT, nessa perspectiva, envolve os conhecimentos matemáticos necessários para que o professor possa exercer seu papel de ensinar. Trata-se de uma modelo teórico baseado na prática docente, a partir das demandas matemáticas para o ensino.

Na tentativa de ampliar e aprofundar os trabalhos de Shulman, Ball, Thames e Phelps (2008) propõem que o conhecimento matemático para o ensino é composto pelos subdomínios: (i) Conhecimento Comum do Conteúdo é o conhecimento do conteúdo necessário, mas não exclusivo ao ensino. Reconhecer uma resposta incorreta é uma tarefa do professor, mas um engenheiro também é capaz de reconhecer quando o resultado de uma multiplicação está incorreto; (ii) Conhecimento Especializado do Conteúdo é o conhecimento matemático não tipicamente necessário para outros fins além do ensino. Avaliar rapidamente a natureza de um erro, especialmente um erro não familiar, é um exemplo do Conhecimento Especializado do Conteúdo; (iii) Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes é o conhecimento que combina saber sobre os estudantes e saber sobre matemática. Os professores devem antecipar a forma como seus alunos podem pensar e as dificuldades que podem encontrar em determinadas situações matemáticas. Ter familiaridade com os erros comuns e saber a razão disso fazem parte deste conhecimento; (iv) Conhecimento do Conteúdo e do Ensino é o conhecimento que combina saber sobre o ensino e sobre matemática. Professores precisam estabelecer uma sequência específica do conteúdo para o ensino, escolher exemplos mais pertinentes para introduzir um conceito e que levem os alunos a se aprofundarem no conteúdo; (v) Conhecimento do Conteúdo e do Currículo, Trata-

[30] No original: *Mathematical Knowledge for Teaching – MKT*. Ao longo do artigo, usaremos a sigla MKT quando nos referirmos ao Conhecimento Matemático para o Ensino.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

se do conhecimento sobre a maneira como a matemática está organizada ao longo do currículo; (vi) Conhecimento do Conteúdo no Horizonte é o conhecimento matemático que permite ao professor ter uma consciência de como temas matemáticos estão relacionados ao longo do currículo. Por exemplo, professores de séries iniciais precisam saber como a matemática que ensinam está relacionada com o que os alunos irão aprender em anos posteriores.

Longe de tomarmos a abordagem do MKT como um prescrição do que o professor precisa saber para ensinar, admitimos sua proposta como um quadro de referência que nos permite compreender e pesquisar a ação docente e (re)pensar os cursos de formação de professores de matemática. Nesse sentido, propomos uma reflexão sobre o conhecimento comum do conteúdo, enquanto conhecimento necessário para o ensino, em cursos de formação de professores a partir de uma experiência que relatamos, brevemente, na próxima seção.

Contexto e método

A experiência a que nos referimos aconteceu no curso de extensão *O Ensino de Álgebra para a Educação Básica*, realizado em 2016 na Universidade Federal do ABC, em que os autores do presente artigo compunham a equipe realizadora.

Com o curso, buscávamos propiciar um ambiente de formação de professores de matemática que se discutisse conhecimentos algébricos desenvolvidos pelos professores ao ensinar Álgebra na Educação Básica e, também, investigar diferentes significados de conceitos matemáticos do campo da Álgebra que emergem nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática, no âmbito dos Ensinos Fundamental e Médio. Além disso, era nossa intenção investigar como as Estruturas Algébricas (anel, corpo e grupo) se relacionam com a álgebra ensinada na Educação Básica.

Com carga horária de 180 horas divididas em 40 encontros, o curso contou com a participação de professores que ensinam Matemática na Educação Básica. Além de professores com licenciatura em Matemática, tínhamos, em menor número, professores com formação em Pedagogia. Nos encontros foram discutidos diferentes conteúdos matemáticos, como os conjuntos numéricos (naturais, inteiros, racionais e reais), equações e funções. Destinou-se cinco dos 40 encontros para o tema números racionais.

Por se tratar de um curso de longa duração, houve desistentes. Das 40 vagas oferecidas e preenchidas, somente 11 professores participaram dos encontros referentes aos números racionais, e destes, trouxemos a produção escrita de três deles, que ilustram a discussão neste artigo. Essas produções escritas são de atividades desenvolvidas no primeiro dos cinco encontros previstos para discutirmos os números racionais.

Buscou-se discutir acerca dos números racionais, cujas intenções (como, discutir os diferentes significados e representações, algumas dificuldades frequentes de estudantes, abordagens de ensino utilizadas pelos professores para minimizar tais dificuldades etc.) vinham acompanhadas de pesquisas (KIEREN, 1976, 1980; BEHR; LESH; POST; SILVER, 1983; ZAKARYAN; RIBEIRO, 2016; PINTO; RIBEIRO, 2013; RANGEL, GIRALDO, FILHO, 2014) que nos orientariam nesse objetivo. Pressuponhamos que os professores participantes responderiam adequadamente o que entendem por número racional e que saberiam reconhecer os elementos do conjunto Q.

No primeiro encontro destinado à discussão dos números racionais, propusemos duas atividades: uma individual e outra em grupo. Na primeira atividade, realizada individualmente, pedimos aos professores que respondessem indicando não apenas suas concepções acerca dos números racionais, mas também, e principalmente, que manifestassem características do conhecimento matemático para o ensino desses números. Dentre essas questões, destacamos duas para nossas análises[31].

Os dados analisados são, portanto, produtos das respostas de três professores – cujos nomes fictícios são Marcos, Cláudio e Mirian – às questões 1, item a), e 4, item a). Marcos e Cláudio são Licenciados em Matemática e Miriam em Pedagogia.

Análises

Com relação à questão 4, item a), apresentamos a maneira como os três professores responderam à pergunta *o que você entende por número racional?*

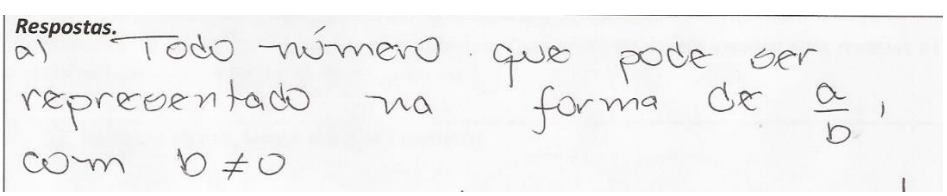

Respostas.
a) Todo número que pode ser representado na forma de $\frac{a}{b}$, com $b \neq 0$

Figura 1: resposta da questão 4, item a), do professor Marcos

[31] Tais questões podem ser observadas no apêndice deste artigo.

ISBN 978-84-945722-3-4

Figura 2: resposta da questão 4, item a), do professor Cláudio

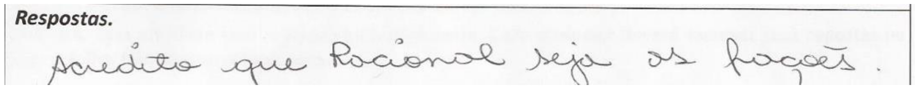


Figura 3: resposta da questão 4, item a), da professora Mirian

As figuras 1, 2 e 3 mostram as concepções equivocadas dos professores. Marcos não considera que a e b ($b \neq 0$), na representação $\frac{a}{b}$, precisam ser números inteiros. Não explicitar isso gera a possibilidade de considerarmos $\frac{\pi}{2}$ um número racional, o que não é verdade. Cláudio, sucintamente, considera que um número racional é aquele *com fração*, como se a fração fosse um atributo do número, não uma forma de representação. A definição dada por Cláudio incorre no mesmo erro de Marcos, ao considerar um número irracional (como $\frac{\pi}{2}$) como racional. A definição dada por Mirian também leva a esse erro, pois esta professora considera que os números racionais sejam as frações.

No ensino dos números racionais na Educação Básica, sob o ponto de vista do conhecimento comum do conteúdo, o professor precisa reconhecer que a fração é uma forma de representar números e expressões algébricas, como: $\frac{3}{2}$, $\frac{\pi}{2}$ e $\frac{x^2+1}{2x-1}$.

Com relação à resposta da questão 1, item a), os três professores cometeram um equívoco em comum: não incluir o zero entre os números racionais. Esse foi o único erro do professor Marcos, como pode ser visto na figura 4.

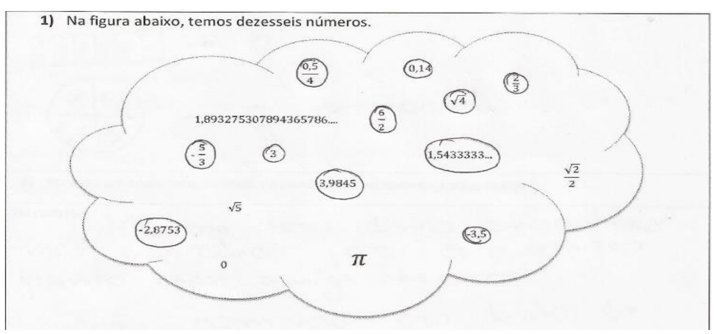


Figura 4: resposta da questão 1, item a), do professor Marcos

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

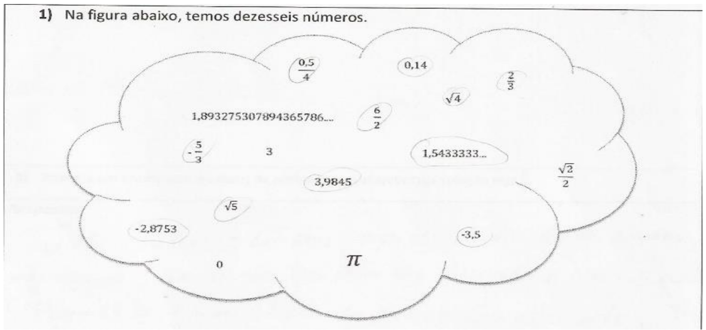


Figura 5: resposta da questão 1, item a), do professor Cláudio

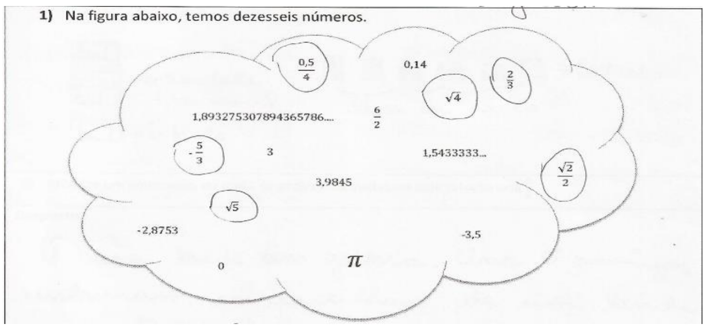


Figura 6: resposta da questão 1, item a), do professor Mirian

Já os professores Cláudio e Mirian cometeram outros, vide as figuras 5 e 6.

É possível fazer um paralelo entre as respostas dos professores sobre o que entendem por número racional e os números que circularam na questão 1. E vale observar que pela definição apresentada pelo professor Marcos na questão 4, mesmo que incorreta, seria possível perceber que o zero é, sim, um elemento do conjunto dos números racionais. Porém, parece que o professor não fez essa relação.

Já o professor Cláudio, além do excluir o zero, cometeu outro erro: incluiu o $\sqrt{5}$ entre os elementos do conjunto dos números racionais. Apesar das definições de Cláudio e de Marcos possibilitarem dizer, incorretamente, que $\frac{\sqrt{2}}{2} \in \mathbb{Q}$, nenhum dos dois professores circulou o $\frac{\sqrt{2}}{2}$. No caso da professora Mirian, parece que sua concepção de que os números racionais são as frações a levou a circular todos os números escritos na forma de fração, como o $\frac{\sqrt{2}}{2}$, como elementos de $\mathbb{Q}$. Por outro lado, essa mesma concepção não a impediu de circular corretamente o $\sqrt{4}$ e incorretamente o $\sqrt{5}$.

Considerações finais

ISBN 978-84-945722-3-4

Nesse artigo, nos propusemos a discutir aspectos do conhecimento matemático para o ensino dos números racionais. Apresentamos alguns erros cometidos por professores em formação continuada que nos levaram a problematizar cursos de formação (inicial e continuada) de professores. Do mesmo modo que tínhamos expectativas de que os professores participantes, por já atuarem na Educação Básica, dominassem o conteúdo em questão, de maneira que pudéssemos avançar nas discussões acerca de diferentes aspectos do ensino dos números racionais na escola, percebemos, pela literatura científica, que os cursos de formação inicial de professores também têm tomado os números racionais como conhecidos pelos licenciandos, ignorando a possibilidade de que esse conceito não seja dominado dos futuros professores. Chamamos a atenção para a constatação de Damico (2007), quando afirma que cursos de Licenciatura em Matemática não têm oferecido aos futuros professores uma preparação sobre os números racionais com a abrangência e o cuidado que este assunto requer.

Referências bibliográficas

Ball, D. L.; Thames, M. H.; Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59, 389-407.

Berh, M. J.; Lesh, R; Post, T. R.; Silver, E. A. (1983). Rational number concepts. In: Lesh, R.; Landau (Eds.). *Acquisition of mathematics concepts and process*. 91-126.

Damico, A. (2007). *Uma investigação sobre a formação inicial de professores de matemática para o ensino de números racionais no ensino fundamental*. 2007. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

Favero, M. H.; Neves, R. S. P. (2012). A divisão e os racionais: revisão bibliográfica e análise. *Zetetiké*, 20, n. 37.

Kieren, T. E. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In: Lesh, R. (Ed.) *Number and measurement*: papers from a research workshop. 101-144.

Kieren, T. E. (1980). The rational number construct – its elements and mechanisms. In: Kieren, T. (Ed.) *Recent Research on Number Learning*. 125-150.

Pinto, H. G.; Ribeiro, C. M. (2013). Conhecimento e formação de futuros professores dos primeiros anos – o sentido dos números racionais. *Da investigação às práticas*, 3, 77-96.

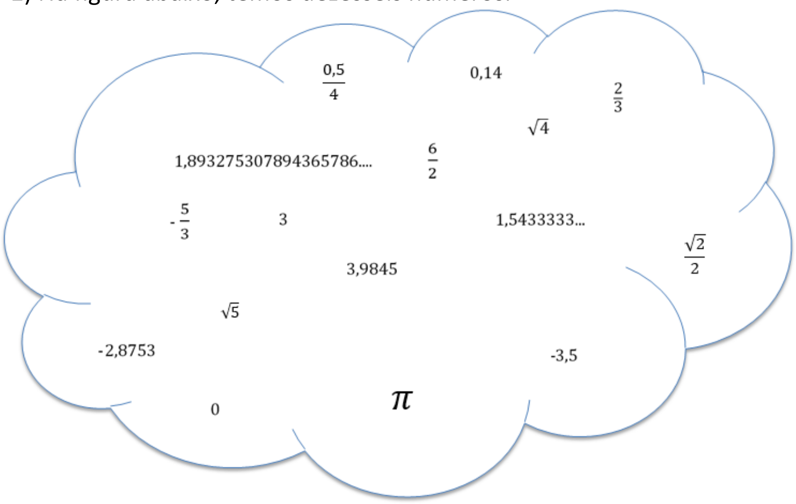
Rangel, L.; Giraldo, V.; Filho, N. M. (2014). Conhecimento de matemática para o ensino: um estudo colaborativo sobre números racionais. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 8.

ISBN 978-84-945722-3-4

Zakaryan, D.; Ribeiro, C. M. (2016). Conocimiento de la enseñanza de números racionales: una ejemplificación de relaciones. *Zetetiké*, 24, 301-321.

Apêndice

(**Questão 1**) Na figura abaixo, temos dezesseis números.



a) Circule os números que pertencem ao conjunto dos números racionais;
b) Dentre os números apresentados, quais você acredita que os estudantes têm mais dificuldade em identificar como sendo um número racional? Por quê?

(**Questão 4**) Escreva um pequeno texto que contemple os seguintes aspectos:

a) o que você entende por número racional?
b) quais as principais dificuldades que seus alunos apresentam quando lidam com este conceito?
c) que dificuldades você, enquanto professor, percebe ter ao ensinar números racionais ou ao trabalhar situações que envolvam estes números?

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4