

## COMPRENSIÓN DE ESTUDIANTES DE NIVEL BACHILLERATO SOBRE LA DIVISIÓN DE POLINOMIOS A PARTIR DE LA DIVISIÓN SINTÉTICA

Viana Nallely García Salmerón – Ángel Jiménez Marín – Flor Monserrat Rodríguez  
Vásquez

[viana\\_nallely@hotmail.com](mailto:viana_nallely@hotmail.com) – [chelitozumjm@gmail.com](mailto:chelitozumjm@gmail.com) – [flormonr@hotmail.com](mailto:flormonr@hotmail.com)

Universidad Autónoma de Guerrero, México

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos.

Modalidad: CB

Nivel educativo: Bachillerato

Palabras clave: división sintética, división convencional, comprensión

### Resumo

*Este trabajo surge por nuestra inquietud como docentes al observar las dificultades que tienen los estudiantes de bachillerato al dividir polinomios. Consideramos que el algoritmo de división sintética es una forma más fácil, rápida y compacta para dividir dos polinomios. En esta investigación pretendemos analizar cómo comprenden los estudiantes la división sintética a partir de la división convencional de polinomios. Usamos la Metodología de la Enseñanza de las Matemáticas (Ballester, Santana, Hernández, Cruz, Arango, García, Álvarez, Rodríguez, Batista, Villegas, Almeida y Torres, 1992), para identificar las características esenciales del algoritmo de la división convencional y vincularlo con la división sintética. Se diseñaron actividades considerando estas características para analizar cómo comprenden los estudiantes, desde cuatro categorías de evidencia: concepciones, representaciones, conexiones y aplicaciones.*

### Introducción

Basados en nuestra experiencia como profesores de matemáticas de nivel bachillerato, hemos observado que los estudiantes de dicho nivel presentan dificultades en relación al tema de polinomios, ésto pese a que dicho tema es tradicional en nivel básico. Consideramos que lo anterior afecta a los estudiantes cuando se aborda la división convencional entre dos polinomios y por ende presentan dificultades en la comprensión de la división sintética, la cual es más práctica que la división convencional para dividir dos polinomio. En Fonseca, Bosch y Gascón (2010), se señala que en la mayoría de los casos la división sintética de trabaja de manera estereotipada, sin ninguna variación que permita evidenciar las limitaciones de dicha división.

En México, el programa de estudios de nivel bachillerato no contempla que se proporcione al estudiante un apoyo teórico para vincular ambas divisiones, ocasionando un tratamiento limitado del algoritmo de división sintética. Lo anterior provoca que el estudiante no reconozca las características invariantes de la división sintética y en acuerdo con Fonseca, Bosch y Gascón (2010), no se abordan las limitaciones de ésta.

En esta investigación propusimos algunas actividades didácticas para la enseñanza del algoritmo de división sintética utilizando la Metodología de la Enseñanza de las Matemáticas (Ballester et al., 1992), con la intención de que los estudiantes reconozcan sus características invariantes. Asimismo, que comprendan el algoritmo de división sintética y su relación con la siguiente proposición: Sea  $f(x)$  cualquier polinomio y sea  $g(x)$  un polinomio no nulo. Sólo hay dos polinomios,  $q(x)$  y  $r(x)$ , de tal manera que: a)  $f(x) = g(x)q(x) + r(x)$ ; b)  $\text{grado}(r(x)) < \text{grado}(g(x))$ . Los polinomios  $q(x)$  y  $r(x)$  son el cociente y el resto de la división de  $f(x)$  entre  $g(x)$ . (Cárdenas, Lluís, Raggi y Tomás, 2007).

### **Objetivo**

Elaborar una secuencia de actividades didácticas para la enseñanza-aprendizaje de la división sintética a partir del algoritmo de la división convencional de polinomios en nivel bachillerato.

### **Marco Metodológico**

Este trabajo se enmarcó dentro de la Metodología de la Enseñanza de la Matemática, la cual se ocupa de los procesos pedagógicos que transcurren en la adquisición de conocimientos y el desarrollo de habilidades y capacidades necesarias para dirigir el proceso de enseñanza-aprendizaje en la matemática.

De acuerdo a Jungk (1985) un concepto es un reflejo mental de una clase de cosas, procesos, relaciones de la realidad objetiva o de la conciencia (o el reflejo de una clase de cosas), sobre la base de sus características esenciales. También, en relación inmediata al concepto están la extensión y el contenido. La extensión es la clase de objetos a los que se refiere el concepto y el contenido es la totalidad de las características esenciales a todos los objetos.

Para efectos de la investigación tomamos la clasificación de los conceptos que se propone en la Metodología de la Enseñanza de la Matemática (Jungk, 1985), son tres clases de conceptos: de objetos, de operaciones y de relaciones.

En particular debido a la naturaleza de la investigación trabajaremos con los conceptos de operaciones los cuales designan las acciones que se efectúan con los objetos. Ejemplos, adición, biseca a, divide a.

La estructura metodológica de la formación de un concepto se lleva a cabo por dos vías: la vía inductiva y la vía deductiva. Para fines de este trabajo se ha de utilizar la vía deductiva en la que se parte de la definición del concepto y mediante el análisis de ejemplos se descubre el contenido y la extensión del concepto. Esta vía conduce, por tanto, de lo general a lo particular. (Ballester et al, 1992).

Las etapas que se van a seguir para la formación del concepto por la vía deductiva son las siguientes:

- Aseguramiento del nivel de partida. Consiste en asegurar que los estudiantes dispongan de los conocimientos matemáticos previos necesarios para actuar sobre la situación. En este caso, conocimientos matemáticos relacionados con las características de un polinomio (etimología, nomenclatura, coeficiente, valor numérico, grado, etc.), operaciones entre polinomios (suma, resta, multiplicación y división). Esta etapa, se previó a través de la revisión de los programas de enseñanza.
- Motivación y orientación hacia el objetivo. Se motivó a través de un problema sobre el área de un jardín, el cual se espera que el alumno resuelva usando la división entre los polinomios que intervienen. Posteriormente resolvieron una división entre polinomios pero ahora de mayor complejidad. Se discutió en plenaria cuales fueron las dificultades que tuvieron para resolver cada una de las situaciones anteriores.
- Partir de la definición y analizar el significado de cada una de las partes (definiendum y definiens). Se proporcionó al estudiante el procedimiento para realizar la división sintética, la cual les facilitarán las divisiones entre dos polinomios.
- Poner a disposición de los estudiantes ejemplos y contraejemplos del concepto (objetos de investigación) que deben ser examinados uno a uno de acuerdo a las características (contenido) del concepto, expresadas en el definiens. Los estudiantes reconocieron cuales son los elementos de la división convencional de polinomios que son necesarios para efectuar la división sintética, así como las condiciones necesarias para ejecutar el procedimiento de la misma.

•Analizar con los estudiantes cuál sería la consecuencia si se omitiese alguna de estas características. En una última parte los estudiantes identificaron cuando es posible dividir dos polinomios usando la división sintética. Aquí el objetivo fue que los estudiantes reconozcan las características invariantes del objeto de estudio.

### **La situación de aprendizaje y contexto de aplicación**

La propuesta del diseño se constituye por cinco actividades, de las cuales las actividades uno y dos están diseñadas para que el estudiante identifique algunas de las dificultades que se pueden presentar durante el procedimiento de la división de polinomios, y las actividades tres, cuatro y cinco están diseñadas para que el estudiante reconozca las características invariantes de la división sintética, y la relación de ésta con la división convencional de polinomios.

Las actividades se realizaron en un ambiente de lápiz y papel, durante tres sesiones de una hora con 30 minutos cada una, con estudiantes de cuarto semestre de nivel bachillerato. El papel de los investigadores fue importante para orientar a los estudiantes, esto por tratarse de la introducción de un concepto.

### **Los participantes**

Se aplicó la propuesta de diseño a una muestra de 22 alumnos de cuarto semestre de entre 16-17 años de una institución privada que se encuentra ubicada en la Ciudad de Chilpancingo, Gro. Los estudiantes requirieron conocimientos previos sobre las características de un polinomio (etimología, nomenclatura, coeficiente numérico, valor numérico, grado, etc.), operaciones entre polinomios (suma, resta, multiplicación y división).

### **Características invariantes del objeto de estudio**

Se pretendió que los estudiantes reconocieran las siguientes características que definen al objeto de estudio.

- El divisor debe ser un polinomio lineal de la forma  $x-a$ .
- El dividendo debe ser un polinomio no nulo  $P(x)>0$ .
- Forma de representación de la división sintética.
- Algoritmo (procedimiento).

### **Características de la propuesta de diseño**

La propuesta de diseño para la introducción del concepto de división sintética constó de cinco actividades que se detallan en la Tabla 1, asimismo se considera el papel del investigadores. Lo anterior está adjunto en el Anexo 1.

ACTIVIDAD	LO QUE SE QUIERE LOGRAR	EL PAPEL DEL INVESTIGADOR	CARACTERÍSTICAS INVARIANTES
1	Resolver un problema del contexto usando la división convencional entre polinomios. Resolver una división entre dos polinomios sin contexto.	Reconocer los conocimientos previos de estudiante sobre el procedimiento de la división convencional.	
2	Comparar resultados e identificar las dificultades que se presentaron durante el procedimiento.	Dar tratamiento a las dificultades que se presentaron en la actividad anterior para consolidar el procedimiento de la división convencional de polinomios. Ya que es necesario para abordar el algoritmo de división sintética.	
3	A Conocimientos generales de la división sintética.	Plantear el algoritmo, las condiciones y las ventajas de la división sintética.	
	B Reconocer el proceso que se sigue a partir de la división convencional de polinomios hasta llegar a la división sintética.	Orientar al alumno acerca del procedimiento y recalcar los elementos necesarios para trabajar la división sintética.	*Algoritmo (procedimiento).
	C Reconocer las características de la división convencional de polinomios que se conservan en el algoritmo de división sintética.	Orientar al estudiante para que identifique los elementos de la división convencional que se conservan en la división sintética.	*El divisor es un polinomio lineal de la forma $x-a$ . *El dividendo es un polinomio no nulo $P(x)>0$ . *Algoritmo de la división sintética.
4	Identificar los elementos de la división sintética con respecto a la convencional, así como la construcción polinómica del resultado a partir de sus elementos.	Verificar que los estudiantes construyan correctamente el resultado de la división sintética.	*Algoritmo de la división sintética.
5	Completar el algoritmo de la división sintética a partir de la división de dos polinomios e identificar las condiciones para llevar a cabo la división sintética.	Verificar que ejecuten correctamente el procedimiento para completar el algoritmo de la división sintética y resaltar las condiciones para que esta se lleve a cabo.	*El divisor es un polinomio lineal de la forma $x-a$ . *El dividendo es un polinomio no nulo $P(x)>0$ .

**Tabla 1.** Características de la propuesta de diseño

## Comentarios finales

Estamos en el análisis de resultados de nuestra propuesta de actividades, sin embargo hemos observado que los estudiantes al menos logran identificar las características invariantes de la división sintética, aunque algunos de ellos aún conservan la noción que podrán aplicar la división sintética para dividir polinomios de cualquier naturaleza.

## Referencias Bibliográficas

Ballester, S., Almeida, B., Álvarez, A., Arango, C., Cruz I., García, M., González, J., Hernández, S., Santana, H., Torres, P., Villegas, E. y Machado A. (1992). *Metodología de la enseñanza de la Matemática Tomo I*. Cuba: Pueblo y Educación.

Fonseca, C., Bosch, M., & Gascón, J. (2010). El momento del trabajo de la técnica en la completación de Organizaciones Matemáticas: el caso de la división sintética y la factorización de polinomios. *Educación matemática*, 22(2), 5-34.

Jungk, W. (1982). *Conferencias sobre metodología de enseñanza de la Matemática 2*. Playa, Ciudad de la Habana : Pueblo y Educación.

Buriticó, B. Universidad de Antioquia- Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Medellín 2004. *División Sintética*. Recuperado el 18 de enero del 2016, de [http://docencia.udea.edu.co/cen/AlgebraTrigonometria/Archivos/capi05/capi05\\_6.html](http://docencia.udea.edu.co/cen/AlgebraTrigonometria/Archivos/capi05/capi05_6.html).

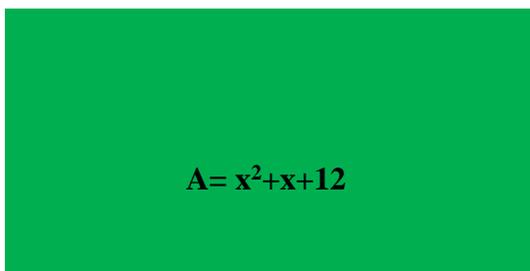
Departamento de Ciencias Exactas, Puerto Rico (2012). *Funciones y ecuaciones polinómicas*. Recuperado el 18 de enero del 2016, de [http://quiz.uprm.edu/tutorial\\_es/division\\_sintetica/Dsintetica\\_home.html](http://quiz.uprm.edu/tutorial_es/division_sintetica/Dsintetica_home.html).

## Anexo 1

Se presentan algunas de las actividades que son parte del Diseño de la propuesta.

### ACTIVIDAD 1

1.- El área de un jardín rectangular es  $x^2+x-12$  como se muestra en la figura, y se sabe que uno de los lados del jardín mide  $x+4$ . ¿Cuál es la medida del otro lado?



UCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS. 397

¿?

2.- Realiza la siguiente división entre polinomios:

$$x-3 \overline{) 2x^4 - 5x^3 + 2x^2 - x + 9}$$

**B.-Indicaciones:** Los esquemas A, B y C pertenecen al procedimiento convencional de dividir el polinomio  $x^3 - 8$  entre  $x - 2$ , analízalos y contesta las preguntas:

**A**

$$\begin{array}{r}
 x^2 + 2x + 4 \\
 x - 2 \overline{) x^3 + 0x^2 + 0x - 8} \\
 \underline{-x^3 + 2x^2} \phantom{+ 0x - 8} \\
 2x^2 + 0x - 8 \\
 \underline{-2x^2 + 4x} \phantom{- 8} \\
 4x - 8 \\
 \underline{-4x + 8} \\
 0
 \end{array}$$

**B**

$$\begin{array}{r}
 1 \ 2 \ 4 \\
 1 - 2 \overline{) 1 \ 0 \ 0 \ -8} \\
 \underline{-1 + 2} \phantom{0 - 8} \\
 2 + 0 - 8 \\
 \underline{-2 + 4} \phantom{- 8} \\
 4 - 8 \\
 \underline{-4 + 8} \\
 0
 \end{array}$$

**C**

$$\begin{array}{r}
 1 \ 2 \ 4 \\
 2 \overline{) 1 \ 0 \ 0 \ -8} \\
 \underline{2} \phantom{0 - 8} \\
 4 \\
 \underline{4} \phantom{- 8} \\
 8 \\
 \underline{8} \\
 0
 \end{array}$$

- i. ¿Qué cambio observas que sucedió al esquema A para pasar al esquema B?
- ii. ¿Qué características del esquema A se conservan en el esquema B?
- iii. Identifica el divisor en el esquema A y escríbelo.
- iv. ¿Qué cambio observas en el divisor al pasar del esquema A al esquema B?
- v. ¿Qué cambio observas que sucedió al esquema B para pasar al esquema C?
- vi. ¿Qué características del esquema B se conservan en el esquema A?
- vii. ¿Qué cambio observas en el divisor al pasar del esquema B al esquema C?
- viii. El primer término del cociente es 1 ¿aparecerá en los términos del dividendo? ¿en qué lugar o posición?
- ix. ¿Encuentras alguna semejanza del cociente con algunos otros elementos de la división? ¿Cuál es?
- x. ¿Cuál es?

**C.- Indicaciones:** Ahora observa y compara los siguientes esquemas:

**C**

$$\begin{array}{r}
 1 \ 2 \ 4 \\
 2 \overline{) 1 \ 0 \ 0 \ -8} \\
 \underline{2} \phantom{0 - 8} \\
 4 \\
 \underline{4} \phantom{- 8} \\
 8 \\
 \underline{8} \\
 0
 \end{array}$$

**D**

$$\begin{array}{r}
 1 \ 0 \ 0 \ -8 \\
 2 \ 4 \ 8 \\
 1 \ 2 \ 4 \ 0 \quad | \quad 2
 \end{array}$$



2.- **Indicaciones:** Analiza los esquemas y completa los datos que hacen falta.

$$\begin{array}{r}
 x - 7 \\
 x + 4 \overline{) x^2 - 3x - 10} \\
 \underline{-x^2 - 4x} \phantom{-10} \\
 0 - 7x - 10 \\
 \underline{-7x + 28} \\
 \phantom{0} - 18
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 - \square \\
 1 + \square \overline{) 1 - \square - 10} \\
 \underline{-1 - 4} \\
 0 - 7 \square \\
 \phantom{0} 7 + \square
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 1 & -3 & -10 & -4 \\
 & -4 & 28 & \\
 \hline
 1 & -7 & 18 & 
 \end{array}$$

A partir del esquema de la división sintética anota el polinomio que corresponda a los elementos que se mencionan a continuación:

Cociente: \_\_\_\_\_  
 Dividendo: \_\_\_\_\_  
 Residuo: \_\_\_\_\_  
 Divisor: \_\_\_\_\_

¿A partir de estos elementos como expresarías el resultado de la división?

### ACTIVIDAD 5

1.- El siguiente esquema representa la división sintética del polinomio  $x^2 + 2x - 15$  entre el polinomio lineal  $x - 5$ . Completa los datos que hacen falta.

$$\begin{array}{r|l}
 1 & 2 & \square & 5 \\
 & \square & 35 & \\
 \hline
 1 & 7 & \square & 
 \end{array}$$

Construye el polinomio que corresponde al resultado \_\_\_\_\_

2.- ¿Es posible utilizar el algoritmo de división sintética para realizar la división del polinomio  $x^2 + 5$  entre el polinomio  $2x + 8$ ? Justifica tu respuesta \_\_\_\_\_

3.- ¿Será posible utilizar el algoritmo de división sintética donde el dividendo sea el polinomio  $P(x) = 0$ ? Justifica tu respuesta \_\_\_\_\_