

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN MATEMÁTICAS: PROCEDIMIENTOS DE RESOLUCIÓN EN ESTUDIANTES DE 7 AÑOS

Carmen Oval⁴⁰ – Izabella Oliveira⁴¹ – Claudio López⁴²

Carmen.oval@umag.cl – izabella.oliveira@fse.ulaval.ca - clalopez@umag.cl

Universidad de Magallanes, Chile - Université Laval, Canada

Núcleo temático: I. Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos.

Modalidad: CB

Nivel educativo: Formación y actualización docente

Palabras clave: resolución de problemas, primaria, procedimientos, matemática

Resumen

La resolución de problemas en matemáticas es un tema que atraviesa todos los ejes de enseñanza-aprendizaje en los diferentes niveles educativos, por lo que la manera en que los estudiantes resuelven los problemas propuestos por el profesor se torna un tema interesante a estudiar. Diversas investigaciones han demostrado que los estudiantes resuelven problemas incluso antes de entrar en un sistema formal de educación (Bermejo y Rodríguez, 1987; Bermejo, 1998; Bermejo, 2004; Carpenter y Moser, 1984; Carpenter et al., 1981).

En la presente comunicación se pretende dar a conocer los procedimientos empleados por estudiantes chilenos de 2do año primaria (7 años) para resolver problemas de estructura aditiva. Los problemas entregados a los estudiantes corresponden a las 4 categorías de Carpenter y Moser (1984) cambio, combinación, comparación e igualación. El análisis de las producciones escritas de los estudiantes permitió identificar que los procedimientos preferidos por ellos es el diseño y la utilización de algoritmos formales. Tal y como se esperaba, los problemas más fáciles son los de cambio un poco más del 50% de los estudiantes logran resolver este tipo de problemas. Los más difíciles son los de Igualación donde el 35% de los estudiantes resuelve correctamente este tipo de problema.

Introducción

⁴⁰ Académico Departamento de Educación y Humanidades, Fac. de Educación y Ciencias Sociales.

⁴¹ Professeure Département Enseignement et Apprentissage, Faculté Sciences de l'Éducation.

⁴² Estudiante Pedagogía en Matemática para Enseñanza Media

La resolución de problemas implica el desarrollo de habilidades, actitudes y valores ya que entrega la oportunidad a que los estudiantes puedan desarrollar el pensamiento crítico, la argumentación de sus ideas, entre otras competencias.

Poirier-Proulx (1999) subraya que la resolución de problemas pone en juego tanto habilidades intelectuales como habilidades metacognitivas. La autora afirma que resolver problemas requiere también la utilización de conocimientos y de ciertas habilidades que el estudiante debe poseer para poder reconocer los aspectos que van a permitirle resolver la situación propuesta, como se muestra en la siguiente cita:

Las características de un problema, los índices significativos de una situación dada, los conocimientos relacionados a la situación presentada para interpretar adecuadamente la información, la elaboración de una representación adecuada del problema y las soluciones a poner en práctica, las dimensiones afectivas ejercerán una influencia sobre los procedimientos. (Poirier-Proulx, 1999, p.25)

En el ámbito de la matemática se puede constatar que la resolución de problemas es vista como objeto de aprendizaje y un medio que permite al profesor la adquisición de nuevos conocimientos con el fin de que el estudiante pueda ejercer otros objetivos del programa, desarrollarlos y lograrlos. La resolución de problemas crea un ambiente espléndido para poder desarrollar la comunicación dentro del grupo curso, puesto que, el estudiante a través de esta forma da a conocer los métodos empleados, se crea un espacio de discusión entre los estudiantes en el que el profesor es un mediador. Finalmente, la resolución de problemas ocupa un lugar importante tanto en el aprendizaje de las matemáticas como en otras disciplinas.

Dificultades en la resolución de problemas

Si bien la resolución de problemas es un espacio privilegiado para el desarrollo de aprendizaje en matemática, diversos estudios realizados en el área de la didáctica de la matemática, sobretudo en la resolución de problemas de estructura aditiva, han mostrado la presencia de ciertos aspectos (posibles dificultades, estructura del enunciado, etc.) que pueden influenciar la elección del profesor cuando crea los problemas a entregar a los estudiantes (Bermejo y Rodríguez, 1987; Carpenter et al, 1981; Carpenter y Moser, 1984; Kamii, 1996; Vela y Betancourt, 2004; Vergnaud, 1990; Weisser, 1999). Estas diferentes investigaciones se detuvieron en la resolución de problemas matemáticos por los estudiantes desde el punto de vista de las estrategias de resolución privilegiadas así como también en la

utilización del simbolismo matemático pasando por las cuatro operaciones elementales (adición, sustracción, multiplicación y división). Un análisis de los trabajos de investigación sobre resolución de problemas pone en evidencia el interés de estos autores sobre el desarrollo de conocimiento matemáticos de los estudiantes. Otras investigaciones se interesaron tanto en las variables didácticas como en la estructura del problema y el tipo de número utilizado que pueden influenciar la manera en la que el estudiante resuelve el problema (Baffrey-Dumont, 1996; Bermejo y Rodríguez, 1987; Bermejo, Vela y Betancourt, 2004; Carpenter, Hiebert y Moser, 1981; Levain, 1992; Weisser, 1999).

Las investigaciones llevadas a cabo por Riley et al (1983), Vergnaud (1982) así como también por Bermejo y Rodríguez (1987) han mostrado que ciertas variables didácticas, tales como el largo del enunciado del problema, la complejidad gramatical, el ámbito numérico en juego en la situación y el orden de los datos de un problema, tienen efectos significativos sobre la resolución de problemas en el estudiante. Estas variables pueden ser controladas por el profesor cuando crea los problemas que entregará a los estudiantes. De hecho, las investigaciones llevadas a cabo por Bermejo y Rodríguez (1987) y Fayol (1990) han mostrado que los problemas representados por frases donde la incógnita está en primer o en segundo lugar son más difíciles para los estudiantes que los problemas representados por ecuaciones donde el resultado es desconocido. Estas mismas investigaciones han establecido también que la formulación verbal del problema aumenta el nivel de dificultad para los niños que deben resolver este tipo de problema propuesto por el profesor. Además, de estas variables se desprenden cuatro grandes conjuntos: cambio, reunión y complemento de conjuntos, comparación e igualación.

Categoría de problemas de Carpenter & Moser (1983)

Desde los años 1980, la resolución de problemas de estructuras aditivas ha sido un objeto de estudio importante en diferentes universidades de los Estados Unidos y Europa. Varios estudios realizados en esa época se volvieron clásicos en el área de la resolución de problemas en matemática. (Carpenter et al, 1981; Carpenter y Moser, 1983; Riley et al, 1983; Riley y Greeno, 1988; Vergnaud y Durand, 1976; Vergnaud, 1982)

La investigación llevada a cabo por Carpenter y Moser (1983) ha permitido identificar cuatro clases diferentes de problemas que utilizan las operaciones de adición y sustracción: cambio, combinación, comparación e igualación. Los problemas de *cambio* se caracterizan porque

presentan una cantidad inicial y una acción directa o implícita que provoca un cambio en la cantidad inicial. Los problemas de esta categoría se pueden subdividir en tres según el lugar que ocupa la incógnita: estado inicial, transformación o estado final. Los problemas de *combinación* presentan una relación estática implicando dos cantidades distintas que son parte de un todo. No hay transformaciones y la incógnita puede concernir al total o a una de las partes. En algunos casos, para Carpenter et al (1981) los problemas de comparación implican buscar la diferencia entre las dos cantidades dadas. Es decir, el estudiante hace una comparación de conjuntos para encontrar la diferencia que puede concernir a uno de los dos conjuntos. Finalmente, los problemas de *igualación* presentan las mismas características que los problemas de cambio y de comparación. La diferencia consiste en que los dos conjuntos dados son comparados y que para responder a la pregunta del problema, hay que igualar una de las dos cantidades.

Vergnaud (1982) explica que los problemas de comparación, combinación y de cambio permiten al niño comprender las dos ideas principales del concepto primitivo del número: la cardinalidad y la adición. El autor señala que las situaciones de tipo aditivo son de disímil dificultad porque ellos están contruidos a partir de diferentes variables didácticas como las clases de problemas, los tipos de números y los cálculos a realizar, el orden de presentación de datos y el contenido de los problemas. El autor señala que desde que los niños están en la edad escolar, se enfrentan a situaciones en las que ellos deben apropiarse de los conocimientos diversos sobre el número.

Objetivo

Conocer los procedimientos empleados por estudiantes chilenos de 2do año primaria para resolver problemas de estructura aditiva

Metodología

Para efectos de esta comunicación, presentaremos el análisis de la resolución a 14 problemas⁴³ pertenecientes a las 4 categorías de Carpenter y Moser (1983): *cambio*, *comparación*, *combinación*, *igualación*. Los problemas fueron presentados de manera aleatoria y fueron resueltos por 90 estudiantes chilenos de 2do año de primaria (7 años) de manera individual, en el marco de una investigación doctoral que buscaba analizar las

⁴³ Ver anexo

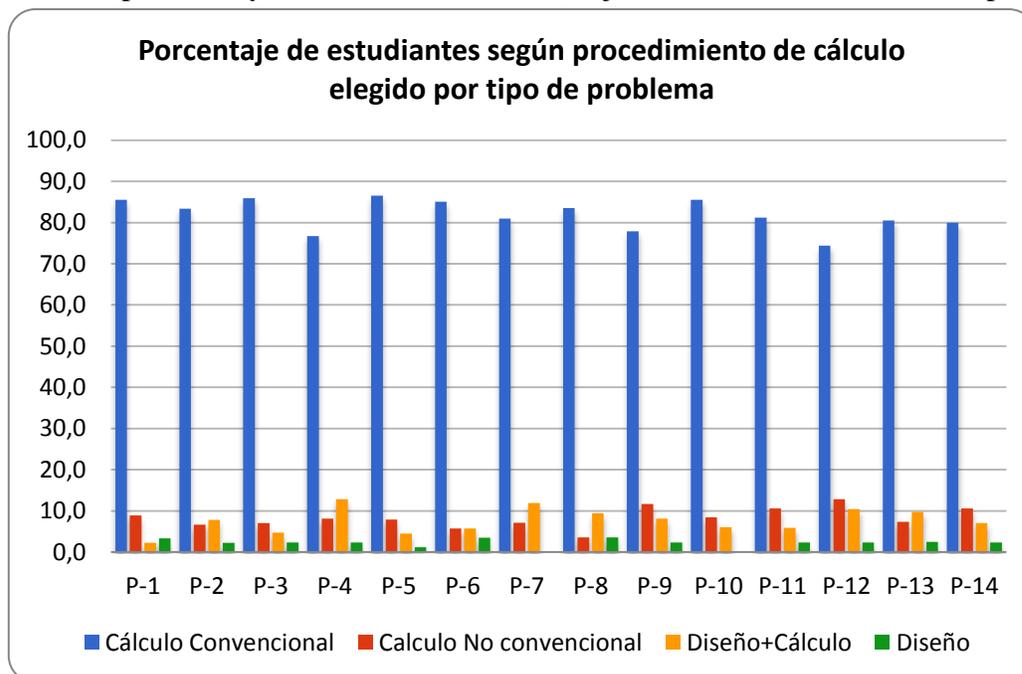
prácticas de enseñanza de los profesores al momento de enseñar la resolución de problemas de estructura aditiva.

Discusión de los resultados

De manera general, el análisis de los resultados permitió dar cuenta de los procedimientos elegidos por los estudiantes de 2do año de primaria (7 años), la comprensión del enunciado y realización de cálculo matemático al momento de resolver problemas de estructura aditiva. En cuanto a los *procedimientos elegidos por los estudiantes*, el gráfico 1 muestra que la gran mayoría de los estudiantes utilizan el cálculo convencional por sobre otros procedimientos como el diseño o el cálculo no convencional. El gráfico permite constatar que para resolver los problemas como el 7 (Susana tiene 28 chalecos. Cecilia tiene 9 más que Susana. ¿Cuántos chalecos tiene Cecilia?) o el 10 (Cecilia tiene 27 chalecos. Susana tiene 5 menos que Cecilia. ¿Cuántos chalecos tiene Susana?), ningún estudiante ha realizado un diseño. Este resultado no es sorprendente teniendo en cuenta el hecho de que los procedimientos convencionales son largamente enseñados en las clases. Este resultado podría, igualmente, ser explicado por el hecho de que los problemas propuestos a los estudiantes son problemas que se parecen mucho a los presentados en los textos escolares, por lo que los estudiantes asocian rápidamente la forma de hacerlo en clase.

Gráfico 1: Porcentaje de estudiantes de 2do básico que resolvieron problemas de estructura aditiva según el procedimiento de cálculo elegido.

En cuanto a la comprensión del enunciado y el logro de los cálculos realizados por los estudiantes, el gráfico 2 muestra que los problemas 1 y 5 fueron comprendidos de manera correcta por la mayoría de los estudiantes, dejando entrever como los dos problemas más



fácil de resolver. Por otro lado, se puede observar

igualmente que los problemas 9 y 13 están entre los más difíciles ya que los estudiantes no comprendieron el enunciado ni fueron capaces de realizar los cálculos de manera correcta. A pesar de lo que se pudiera creer, al parecer hay una relación entre la comprensión del problema y el logro del cálculo. Primero en el sentido, en que hay pocos estudiantes que han comprendido el problema pero que se han equivocado en el cálculo. Sin embargo, uno puede notar una frecuencia poco más elevada de estudiantes que no comprenden el problema pero realizan el cálculo correcto. De una manera general, este resultado muestra que realizar un cálculo es más fácil que la comprensión de las relaciones establecidas en un problema en matemáticas.

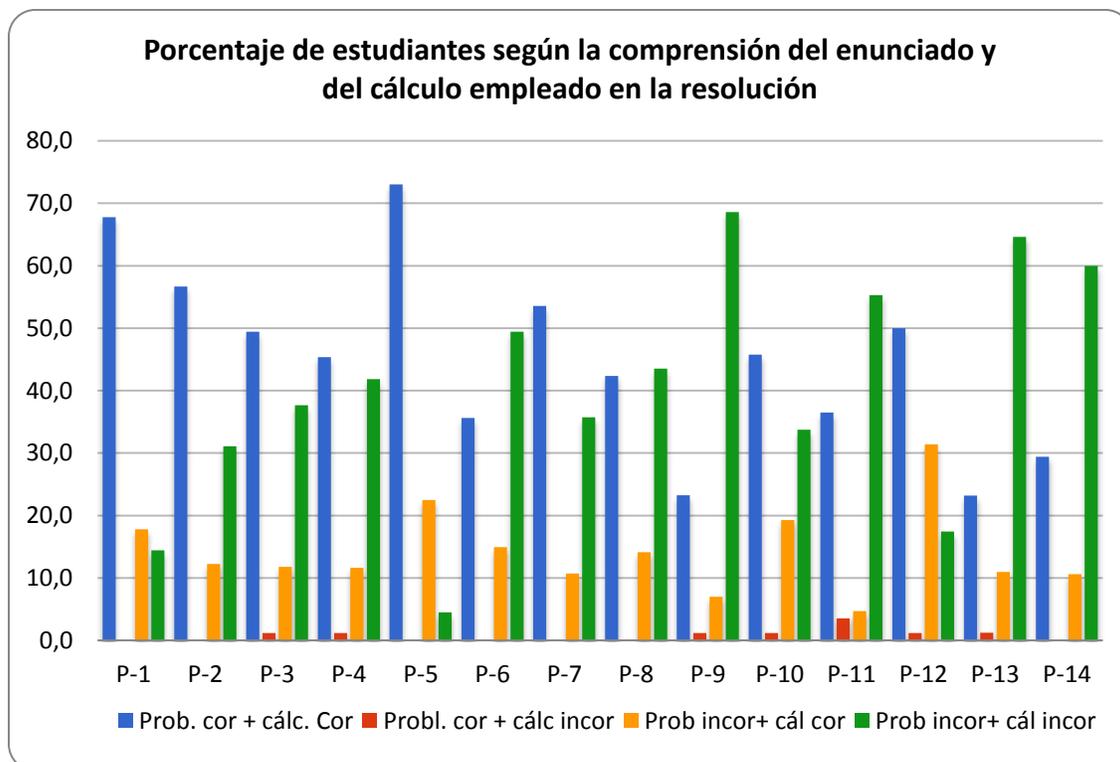


Gráfico 2: Porcentaje de estudiantes de 2do básico que resolvieron problemas de estructura aditiva según la comprensión del enunciado y del cálculo empleado en la resolución.

Conclusiones

Los análisis realizados en torno a la resolución de problemas de estructura aditiva, nos ha permitido conocer la manera en que los estudiantes de 7 años (2do año en Chile) afrontan la resolución de problemas en matemáticas. El análisis en torno a los procedimientos como tal, muestra una cierta institucionalización del procedimiento convencional por sobre la utilización de procedimientos no convencionales. Lo cual deja entrever la importancia de dejar “cierta” libertad en la resolución de problemas y de esa forma evitar que los estudiantes se vean obligados a responder sin necesariamente comprender el problema. En cuanto a los enunciados, los análisis permiten confirmar que los problemas de cambio son mucho más fáciles que los problemas de comparación e igualación, estos últimos con un alto porcentaje de incomprensión y realización de cálculos incorrectamente. Finalmente, se hace necesario provocar la reflexión en torno a los procedimientos de resolución durante la formación inicial con el objetivo de que los futuros profesores tomen conciencia de las diferentes maneras de

resolución que existen para un mismo problema y de desarrollar el razonamiento de los estudiantes en lo que concierne a la comprensión de las relaciones.

Referencias bibliográficas

Carpenter, T., Hiebert, J y Moser, J. (1981). Problem Structure and First-Grade Children's Initial Solution Processes for Simple Addition and Subtraction Problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 12(1), 27–39. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/748656>

Carpenter, T y Moser, J. (1983). The acquisition of addition and subtraction concepts. Dans R. Lesh et M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. Academic Press.

Poirier-Proulx, L. (1999). La résolution de problèmes: une stratégie de pensée. En L. Poirier Proulx (Ed.), *La résolution de problèmes en enseignement. Perspectives en Éducation*. Bruxelles, Belgique: DeBoeck.

Vergnaud, G y Durand, C. (1976). Structures additives et complexité psychogenetique. *Revue française de pédagogie*, (36), 28–43.

Anexo

Problemas de estructura aditiva según Categoría (Carpenter y Moser, 1983)

Categoría	Problema
Cambio	<ol style="list-style-type: none"> 1. Juan tenía 3 autitos. Pablo le dio 8. ¿Cuántos autitos tiene ahora Juan? 2. Juan tenía 15 autitos. Él le dio 9 a Pablo. ¿Cuántos autitos tiene ahora Juan? 3. Carolina tenía chocolates. Ella le dio 13 chocolates a Paulina. Ahora, Carolina tiene 18 chocolates. ¿Cuántos chocolates tenía Carolina al comienzo? 4. Juan tenía 15 autitos. Él le dio algunos a Pablo. Ahora, Juan tiene 8 autitos. ¿Cuántos autitos le dio a Pablo?
Combinación	<ol style="list-style-type: none"> 5. Cristina tiene 12 lápices. Amelia tiene 24. ¿Cuántos lápices tienen entre las dos? 6. En un jardín hay 38 flores. Hay 15 rosas y el resto son margaritas. ¿Cuántas margaritas hay en el jardín?

Comparación	<p>7. Susana tiene 28 chalecos. Cecilia tiene 9 más que Susana. ¿Cuántos chalecos tiene Cecilia?</p> <p>8. Claudio tiene 23 globos. Pedro tiene 8. ¿Cuántos globos menos tiene Pedro?</p> <p>9. Susana tiene 28 chalecos. Ella tiene 9 chalecos menos que Cecilia. ¿Cuántos chalecos tiene Cecilia?</p> <p>10. Cecilia tiene 27 chalecos. Susana tiene 5 menos que Cecilia. ¿Cuántos chalecos tiene Susana?</p>
Igualación	<p>11. Sara tiene 13 libros. Francisca tiene 5. ¿Cuántos libros tiene que comprar Francisca para tener tantos libros como Sara?</p> <p>12. Francisca tiene 5 libros. Si ella compra 8 libros, ella tendrá tantos libros como Sara. ¿Cuántos libros tiene Sara?</p> <p>13. Sara tiene 13 libros. Si Francisca compra 5 libros, ella tendrá tantos libros como Sara. ¿Cuántos libros tiene Francisca?</p> <p>14. Francisca tiene 5 libros. Si Sara pierde 8 libros, ella tendrá tantos libros que Francisca. ¿Cuántos libros tiene Sara?</p>