

## CONCEPÇÕES DE FUNÇÃO APRESENTADAS POR ESTUDANTES DE BIOLOGIA

Rogério Fernando Pires – André Lúcio Grande  
rfpires25@hotmail.com – andremath@uol.com.br

Amari Goulart  
moivre2@yahoo.com.br

Universidade Federal de Uberlândia/ Brasil

Núcleo temático: Investigação em Matemática

Modalidad: CB

Nível educativo: Sem especificar

Palabras clave: Função; Concepções; Reificação do Conceito; Biologia

### Resumo

*O presente estudo teve o objetivo de investigar as concepções de função manifestadas por um grupo de estudantes do curso de Licenciatura em Biologia de uma Universidade Pública localizada no interior de São Paulo, em dois momentos distintos, quais sejam: no início do primeiro semestre do curso e ao final desse período letivo. Para analisar as concepções apresentadas foi utilizada a categorização adotada por Sfard (1992) para a concepção de um objeto matemático (operacional e estrutural). Tratou-se de uma pesquisa de cunho qualitativo em que os dados foram coletados por meio do seguinte questionamento: o que você entende por função? Os resultados mostraram que inicialmente a concepção predominante dos sujeitos investigados foi a operacional e, no final do processo, houve uma mudança nessas concepções que se aproximavam da estrutural, porém, não foi possível observar a reificação do conceito.*

### Introdução

O conceito de função é um tema amplamente debatido no âmbito da Educação Matemática. Questões referentes ao ensino e a aprendizagem das noções inerentes a esse conceito frequentemente motivam a realização de pesquisas na área.

Uma das explicações para o grande volume de produções a respeito da temática pode estar no fato de que, embora seja um assunto bastante discutido, os fenômenos ligados ao ensino e aprendizagem das noções relacionadas ao conceito função apresentam características intrínsecas que contribuem para a constituição de um campo fértil para a investigação. De fato, vários aspectos já foram desvelados, porém ainda existem muitas questões a serem investigadas sobre o tema.

Assim, as dificuldades apresentadas pelos estudantes com as noções relacionadas à função têm sido foco de diversos estudos que tratam tanto do ensino quanto da aprendizagem. Sfard (1992), por exemplo, ressalta que, na maioria das vezes, os estudantes não conseguem fazer ligações entre as diferentes representações (gráfica, algébrica, diagramas, sentenças que descrevem inter-relações), tampouco a interpretação de gráficos e a manipulação de símbolos que descrevem representam funções, tais como:  $f(x)$ ,  $x \mapsto y$ ,  $\text{sen}(x + t)$ . Contudo, fazer essas relações e manipular tais símbolos não é tarefa simples, pois o que gerencia essas ações é o processo de compreensão que se trata de algo um tanto quanto complexo que é motivado e administrado pelas ações do professor.

Assim, procuramos corroborar as investigações que tratam desse objeto matemático do ponto de vista daquele que aprende Matemática, pois acreditamos que os resultados aqui apontados podem, de certa forma, contribuir para a formação de professores. Pactuamos da ideia de que essas informações tragam implicações diretas em sala de aula. Assim, a partir da análise de nossos dados, procuramos promover uma reflexão sobre o conceito de função, no sentido de repensar a forma que esse conceito é abordado para os alunos do Ensino Superior.

### **O proceso de concepção em Matemática**

Quando o indivíduo faz o exercício de conceber um objeto matemático, entra em jogo o que Sfard (1992) chama de dualidade ontológica das concepções matemáticas. Ela destaca que, normalmente, um novo conceito é introduzido a partir de outro já conhecido, e cita como exemplo a introdução dos números complexos que, comumente, é apresentado como um par ordenado  $(x, y)$  de números reais.

Essa abordagem, que utiliza um conceito já conhecido como ponto de partida para chegar a outro, é chamada por Sfard (1992) de estrutural. Aqui, os conceitos familiares são tidos como os tijolos da construção de uma casa que vão se encaixando visando ao produto final, que é a casa. Na Matemática esses conceitos conhecidos vão sendo utilizados para surgimento de um novo conceito. Todavia, esse tipo de abordagem não possibilita um posicionamento crítico por parte de quem aprende, uma vez que o ponto de partida normalmente é um conceito já conhecido e é considerado algo pronto e acabado.

A autora ainda destaca que a concepção estrutural parece prevalecer entre os matemáticos, não sendo aceitas definições que admitam abordagens diferentes, como a operacional, em

que uma noção é concebida como um processo operacional, e não como uma construção estática. Esse tipo de dualidade é muito frequente no tratamento de função, que, em alguns casos, descreve processos computacionais e em outros, relações estáticas.

Ao nos referirmos sobre a concepção operacional e a estrutural, estamos nos reportando às crenças implícitas sobre a natureza das construções matemáticas, e não às habilidades e competências relacionadas ao lidar com o objeto matemático. Ainda, de acordo com Sfard (1992), há a existência de uma concepção inferior à estrutural, a pseudoestrutural, que se manifesta quando o indivíduo descreve função como uma fórmula computacional, isto é, ao associar tal objeto a uma expressão algébrica, por exemplo.

Assim, com as ideias aqui apresentadas procuramos evidenciar alguns aspectos envolvidos no processo de concepção de função que revelaram as crenças implícitas relativas às construções dos indivíduos. Portanto, analisamos os dados coletados no estudo aqui descrito amparados nesses aspectos.

## **Metodologia**

A pesquisa, de cunho qualitativo (CRESWELL, 2010), contou com a participação de 17 estudantes do primeiro semestre do curso de Licenciatura em Biologia em uma universidade pública localizada no interior de São Paulo. Esses estudantes cursavam a disciplina Fundamentos de Matemática Elementar I, que tinha por objetivo abordar o conceito de função durante todo o semestre.

Os dados da pesquisa foram coletados em dois momentos, o primeiro foi na primeira semana de aula que durante a realização de uma lista com 13 atividades sobre função afim e quadrática, uma das questões pedia para os estudantes escreverem o que entendiam por função. O segundo momento aconteceu no último dia de aula, em que os estudantes realizaram as mesmas atividades do início do semestre e responderam uma questão, que precisavam explicitar os entendimentos que tinham sobre função.

Ao pedir para os estudantes realizarem tais atividades no início e no final da disciplina e, em especial, pedir para que eles explicitassem o que entendiam por função era conhecer as concepções desse estudantes no início do curso e, ao final da disciplina evidenciar se houveram e como foram as transformações dessas concepções.

Para efeito desse relato, iremos analisar somente as respostas dadas pelos estudantes nos dois momentos quando questionados sobre o que entendiam por função. Portanto, procuramos desvelar as concepções de função desses estudantes e, ainda, investigar qual e como foi a contribuição da disciplina de Fundamentos de Matemática Elementar I na maneira de conceber tal objeto matemático por parte desses indivíduos.

### **Análise e discussão dos resultados**

Com o intuito de organizar as informações recolhidas junto aos estudantes de maneira sintética e ao mesmo tempo explorar esse material à luz dos subsídios teóricos em que nos respaldamos, decidimos categorizar as respostas dadas pelos participantes da investigação em três categorias, de acordo com os tipos de concepção de função proposto por Sfard (1992), quais sejam:

- operacional – quando o indivíduo concebe o objeto como um processo dinâmico, no qual ocorrem transformações; ou como uma ferramenta para realizar cálculos;
- pseudoestrutural – quando a concepção fica restrita às maneiras de representar esse objeto (algébrica, gráfica, tabular etc.);
- estrutural – quando a concepção ocorre de maneira estática, as noções matemáticas são tratadas como se referissem a entidades permanentes, que podem ser manipuladas e combinadas em estruturas mais complexas.

Nesse sentido, o quadro a seguir nos dá um panorama geral de como se apresentaram as concepções de função desses estudantes em ambos os momentos, no início da disciplina e no final.

| <i>Momento I</i>   |                         |                   |
|--------------------|-------------------------|-------------------|
| <b>operacional</b> | <b>pseudoestrutural</b> | <b>estrutural</b> |
| 4                  | 5                       | 4                 |
| <i>Momento II</i>  |                         |                   |
| <b>operacional</b> | <b>pseudoestrutural</b> | <b>estrutural</b> |
| 3                  | 3                       | 7                 |

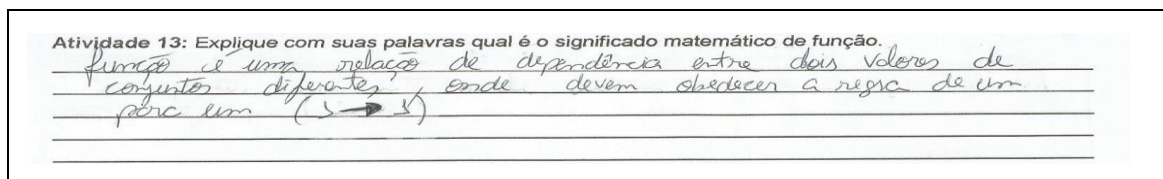
**Quadro 1<sup>26</sup>: Síntese das concepções apresentadas pelos participantes**

<sup>26</sup> Os números tratam da quantidade de respostas enquadradas em cada uma das categorias de concepção.

Os dados apresentados no Quadro 1 mostram um panorama das concepções manifestadas por esses estudantes nos dois momentos em que questionamos seus entendimentos de função. Pelo exposto, inicialmente é possível perceber que quatro deles não manifestaram suas concepções em nenhum dos momentos (momento I e II) e, ainda, fica evidente uma mudança nas concepções, com destaque para a estrutural que salta de 4 para 7 estudantes que manifestaram esse tipo de concepção no momento II.

De posse desses dados numéricos que evidenciaram uma possível mudança nas concepções dos estudantes, decidimos realizar uma análise mais detalhada acerca das respostas apresentadas por esses sujeitos, na tentativa de compreender como essas concepções foram manifestadas.

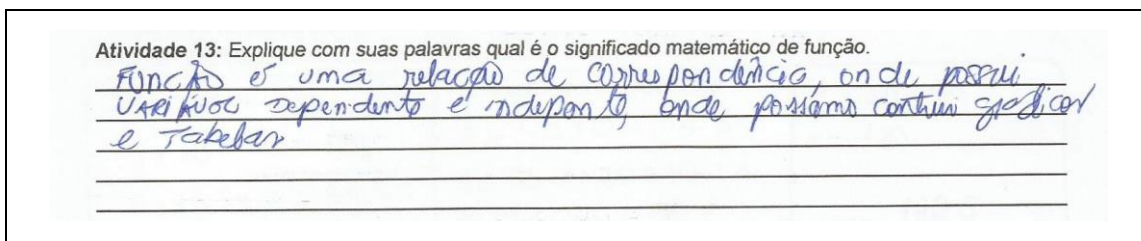
Ao apreciar os protocolos em que os participantes responderam aos questionamentos, percebemos que seis dos dezessete participantes no momento I concebiam função como a relação de elementos dois conjuntos, concepção essa que classificamos como estrutural. A figura 1 a seguir traz um exemplo desse tipo de resposta.



**Figura 1: Resposta dada pelo estudante E6**

A Figura 1 contém um exemplo das respostas que classificamos como concepção estrutural no momento I. Destacamos, em especial, o entendimento explicitado pela utilização do termo “um para um”, o que é acontece apenas nas funções injetoras. Ao utilizar esse termo, implicitamente faz menção a um grupo específico de funções, aquelas que são injetoras. Assim, apesar de seu entendimento apontar para uma concepção estrutural, seus dizeres trazem alguns vestígios de uma transição da concepção pseudoestrutural para a estrutural, pois seu entendimento está limitado em um grupo específico de funções.

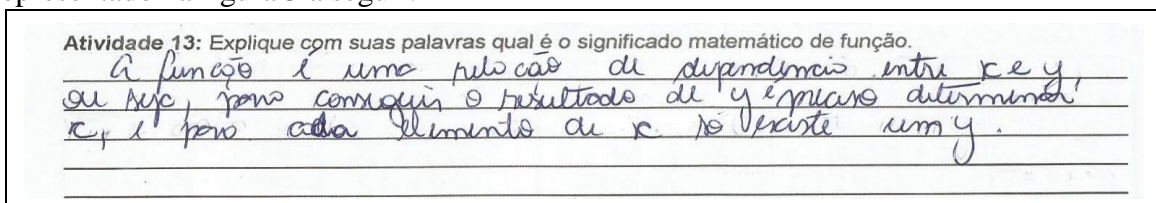
Ainda quanto às respostas obtidas no momento I, foi possível evidenciar que cinco Estudantes entendiam função como como uma correspondencia que pode ser explicitada em gráficos e tabelas, como pode ser observado na figura a seguir.



**Figura 1: Resposta dada pelo estudante E14**

Essas cinco respostas foram classificadas como concepção pseudoestrutural, como mostra a Figura 2, em que o participante associa função às suas possíveis representações (gráficos e tabelas). Isso revela que a concepção manifestada pelo estudante está ancorada nas representações desse objeto matemático, o que segundo Sfard (1992) é uma evidência forte da concepção pseudoestrutural.

Ainda no tocante às respostas dadas no momento I, gostaríamos por fim de pontuar a presença de uma que enquadramos na categoria de concepção operacional, cujo protocolo está representado na figura 3 a seguir.



**Figura 1: Resposta dada pelo estudante E15**

O protocolo mostra que o estudante concebe função como uma relação de dependência totalmente voltado à processos computacionais, no qual ocorrem transformações, e, para que estas aconteçam, são necessárias ações causadoras. Isso fica evidente quando ele afirma que “para conseguir o resultado de  $y$  é preciso determinar  $x$ ”. Salientamos também que o uso do termo resultado, que possivelmente está relacionado a valor, o que pode indicar que para ele essa relação é estritamente numérica, na qual dado um número, e sobre ele aplicada uma ação, é possível fazer uma transformação. No entanto, destacamos que o entendimento explicitado por esse estudante em termos de valores, que parece indicar uma relação numérica, pode ser um empecilho para a compreensão do conceito de função, uma vez que os dizeres dele parecem convergir para uma percepção de relação entre termos discretos, não deixando evidente que essa relação também se estabelece e é bastante comum com as grandezas contínuas.

No momento II, conforme apresenta o Quadro 1, as respostas classificadas como estrutural saltaram de 4 para 7 e as concepções operacional e pseudoestruturam reduziram de 4 para 3 e de 5 para 3 respectivamente. Isso revela que os estudos realizados durante a disciplina de Fundamentos de Matemática Elementar I contribuíram para a alteração das concepções o objeto de estudo manifestadas pelos estudantes no início da disciplina.

Além dessa mudança no entendimento de função, pudemos notar algumas alterações nas respostas dos estudantes, e muitas delas passaram a ser mais consistentes apresentado termos como associação, relação, dependência, domínio, contadomínio, etc., o que evidencia uma certa maturação e proceso de transição de concepção desses sujeitos.

### **Considerações finais**

A realização desse estudo permitiu ao final da análise do material coletado realizar uma reflexão acerca das concepções manifestadas pelos estudantes. Esse processo reflexivo nos permitiu compreender um pouco mais a respeito da ação de conceber um objeto matemático, e que nele não estão envolvidos apenas os conhecimentos do indivíduo referentes ao objeto em questão, mas também o contexto em que o sujeito está inserido e suas crenças.

Nessa perspectiva, destacamos que as concepções evidenciadas nas respostas dos estudantes, de certa forma, estão diretamente relacionadas com as suas experiências com o objeto de estudo, pois compreendemos que os entendimentos manifestados por eles, além de estarem assentados no conhecimento matemático de cada um, podem ser fruto de suas experiências enquanto aluno, sendo que o contato com o objeto matemático, as diferentes situações de ensino e a aprendizagem são elementos que contribuem para a composição de determinadas crenças que, de maneira implícita ou explícita, estão presentes em suas concepções.

Identificar e classificar uma concepção não foi tarefa simples, pois muitos indivíduos, principalmente no momento II, mostraram que a compreensão de função estava num processo de construção, o que evidenciou maior incidência de uma fase de transição entre as concepções de acordo com as categorias propostas por Sfard (1992), e, como em toda transição cognitiva, os encadeamentos não seguem uma única direção.

A disciplina de Fundamentos de Matemática Elementar I pode não ter acarretado alterações nas concepções que todos os professores traziam consigo. Contudo, julgamos que houve contribuição para que eles, no segundo momento, incorporassem em suas respostas termos

ou expressões que possibilitaram evidenciar a maior incidência de um estágio de transição entre as categorias de concepções. Eles apresentaram respostas mais concisas, as quais traziam elementos que apontaram para mais de um tipo de concepção.

Desse modo, salientamos que a alteração da concepção de um indivíduo sobre um objeto matemático não acontece em um curto espaço de tempo, como foi o caso do encontro da disciplina em que o estudo foi realizado. Acrescenta-se ainda que uma formação, por si só, não garante que as concepções dos participantes sejam modificadas; ela pode, sim, potencializar essa mutação. Portanto, proporcionar aos participantes a possibilidade de incorporar em suas respostas no momento II termos e expressões que as deixaram mais consistentes foi, a nosso ver, uma contribuição significava aos estudantes.

Por fim, destacamos que os apontamentos aqui presentes se constituem em interpretações possíveis nos limites desta pesquisa. Logo, mesmo acreditando nos argumentos e achados que explicitamos, existe a necessidade de vislumbrar os resultados alcançados com certa criticidade em razão do caráter desta pesquisa, uma vez que outros estudos podem ser realizados e trazer elementos que ampliem ou até mesmo consolidem as ideias aqui defendidas.

### **Referencias bibliográficas**

Creswell, J. W. (2010) *Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto*. Tradução de Magda Lopes. Porto Alegre: Artmed.

Sfard, A. (1992). Operational Origins of Mathematical Objects and the quandary of reification – The case of function. In: DUBINSKY, E.; HAREL, G. (Ed.). The concept of function – Aspects of epistemology and pedagogy, MAA Notes 25, p. 59-84.