CB-841

A ORQUESTRAÇÃO DA DISCUSSÃO COLETIVA NA AULA DE MATEMÁTICA DO 2.º ANO DE ESCOLARIDADE E O DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO QUANTITATIVO

Margarida Rodrigues[1] - Lurdes Serrazina[2] - Ana Caseiro[3]
margaridar@eselx.ipl.pt[1] - lurdess@eselx.ipl.pt[2]- anac@eselx.ipl.pt[3]
Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Lisboa, Portugal[123]
UIDEF, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Portugal[12]

Modalidade - Comunicação Breve (CB)
Nível educativo- Primário (6 a 11 anos)
Núcleo Temático - Investigação em Educação Matemática
Palavras-chave: Práticas profissionais de professores, Orquestração de discussão coletiva, Raciocínio quantitativo aditivo.

Resumo

Esta comunicação insere-se no Projeto em desenvolvimento Flexibilidade de cálculo e raciocínio quantitativo, o qual tem por objetivo caracterizar o desenvolvimento do raciocínio quantitativo e da flexibilidade de cálculo dos alunos desde os 6 aos 12 anos e descrever e analisar as práticas dos professores que facilitam esse desenvolvimento. Nesta comunicação, centramo-nos nas práticas de uma professora do 2.º ano de escolaridade numa aula de Matemática em que se explorou uma tarefa que visava o desenvolvimento nos alunos do seu raciocínio quantitativo aditivo. Começamos por discutir o que designamos por raciocínio quantitativo aditivo, discutindo depois as práticas de professores relativas à orquestração da discussão coletiva. A metodologia adotada no projeto é a de experiência de ensino. Foi usada a técnica de recolha de dados de observação participante de aulas com vídeo e audio gravação do trabalho desenvolvido pelos alunos bem como dos momentos de discussão das tarefas. Os resultados apresentados nesta comunicação sugerem que a prática de desafiar os alunos a justificarem as suas afirmações, a argumentarem entre si e a validarem o seu conhecimento, é promotora do raciocínio quantitativo aditivo dos alunos.

Introdução

Este estudo está a ser desenvolvido no âmbito do Projeto *Flexibilidade de cálculo e raciocínio quantitativo* cujos membros de equipa incluem docentes das Escolas Superiores de Educação de Lisboa, Setúbal e Portalegre. Tem como objetivo caracterizar o desenvolvimento do raciocínio quantitativo e da flexibilidade de cálculo dos alunos desde os 6 aos 12 anos e descrever e analisar as práticas dos professores que facilitam esse desenvolvimento.

ISBN 978-84-945722-3-4

O raciocínio quantitativo aditivo foca-se nas relações entre quantidades (Thompson, 1993). Estas incluem os resultados das operações quantitativas, como sejam as diferenças quantitativas resultantes de encontrar o excesso nas comparações aditivas entre duas quantidades.

Um dos aspetos da prática profissional do professor mais exigente é o da orquestração de discussões coletivas. O momento da aula da discussão deve ter como protagonistas os próprios alunos, tendo o professor um papel fundamental na gestão das intervenções dos alunos, pelas questões que coloca, e pelo modo como os envolve na discussão, promovendo a argumentação sustentada pelos mesmos, e a qualidade e a sistematização das aprendizagens realizadas na exploração da tarefa (Ponte, Mata-Pereira, & Quaresma, 2013; Silva & Rodrigues, 2016; Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008).

A tarefa aqui analisada (anexo 1) foca o raciocínio quantitativo aditivo, tendo sido a quinta de uma sequência de 11 tarefas que foram aplicadas no contexto de uma experiência de ensino desenvolvida numa turma do 2.º ano, com 26 alunos, numa escola pública de Lisboa. Este artigo apresenta resultados relativos à exploração pelos alunos dessa tarefa bem como à forma como a professora conduziu a discussão, visando o desenvolvimento do raciocínio quantitativo .

Raciocínio quantitativo

O raciocínio quantitativo incide nas relações entre quantidades, consistindo na análise de uma situação numa *estrutura quantitativa* (Thompson, 1993). Este tipo de estrutura constitui uma rede de quantidades e de relações quantitativas. Thompson (1993) distingue conceptualmente quantidade de número, considerando este mais abstrato.

> Uma pessoa constitui uma quantidade concebendo uma qualidade de um objeto de tal modo que compreenda a possibilidade de o medir. (...) Quantidades, quando medidas, têm um valor numérico, mas nós não precisamos de as medir ou saber quais as suas medidas para raciocinar sobre elas. Uma pessoa pode pensar sobre a sua altura, sobre a altura de outra pessoa, e a quantidade pela qual uma é mais alta do que a outra sem ter que conhecer os valores reais. Quantidades são mais concretas do que números. (Thompson, 1993, pp. 165-166)

Para o mesmo autor, quando uma situação envolve, pelo menos, 6 quantidades e 3 operações quantitativas pode ser considerada como relacionalmente complexa. Comparar duas

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

quantidades para encontrar o excesso de uma em relação à outra é um exemplo de uma operação quantitativa. No âmbito do raciocínio quantitativo aditivo, o resultado da operação quantitativa de comparar aditivamente duas quantidades é *a diferença quantitativa*, ou seja, o excesso encontrado.

Thompson (1993) conduziu um estudo com 6 alunos de 5.º ano, com os objetivos de investigar (a) as capacidades das crianças em lidar com a complexidade relacional em situações e suas descrições, e (b) as conceções de diferença enquanto estrutura quantitativa. Os resultados deste estudo evidenciam que, para os alunos, uma quantidade não pode ser o resultado de uma operação quantitativa independente de um cálculo com valores concretos para o realizar, uma vez que sentiam necessidade de saber o valor dos números iniciais, nas tarefas propostas.

As práticas profissionais dos professores e os desafios de condução da discussão

O tipo de discurso desenvolvido na sala de aula constitui um aspeto essencial das práticas dos professores (Fey, 1981; Boaler, 2003). Assim, as decisões que os professores tomam são cruciais, nomeadamente as que são tomadas ao longo das discussões coletivas. É importante que sejam considerados diferentes pontos de vista e que os alunos sejam encorajados a explicitar e a justificar os seus raciocínios e resoluções, desenvolvendo, deste modo, e com o apoio do professor, a sua compreensão (Ruthven, Hofmann, & Mercer, 2011). Assim, é da responsabilidade do professor o estabelecimento de "condições favoráveis ao desenvolvimento normal do processo de negociação de significados matemáticos na sala de aula. Ele deve estimular os alunos a falar e contribuir com frequência" (Ponte & Serrazina, 2000, p. 124).

Um dos aspetos fundamentais do discurso é o questionamento do professor. Ponte e Serrazina (2000) referem a importância de os professores levarem os alunos a justificar as suas opções, incentivando a que todos participem nas discussões ocorridas na aula. Também a importância de processos como redizer, interrogar o significado e apoiar o desenvolvimento da linguagem dos alunos são sublinhados por Franke, Kazemi, e Battey (2007).

Como regulador do processo de comunicação na sala de aula, o professor depara-se constantemente com diversos dilemas: "o que deve ser aprofundado, quando se devem introduzir convenções matemáticas e linguagem matemática, quando deve fornecer

ISBN 978-84-945722-3-4

informação, quando deve deixar os alunos lutarem com uma dada dificuldade, etc.” (Ponte & Serrazina, 2000, p. 118). A comunicação é, deste modo, um aspeto decisivo nas práticas dos professores, devendo ter-se em atenção a qualidade do discurso partilhado entre professores e alunos, uma vez que o desenvolvimento da capacidade de comunicação dos alunos também é um tema curricular a ser trabalhado.

Metodologia

Este estudo segue uma abordagem qualitativa enquadrada num paradigma interpretativo (Bogdan & Biklen, 1994). Está focado nos processos educacionais e nos significados dos participantes no estudo. Adota a modalidade de experiência de ensino concebida com o fim de desenvolver nos alunos a flexibilidade de cálculo e o raciocínio quantitativo. Os dados contemplados neste artigo foram recolhidos nos dias 18 e 25 de novembro de 2015. Os nomes dos alunos foram alterados, de modo a garantir a confidencialidade.

A recolha de dados foi feita através da observação participante pelas duas primeiras autoras deste artigo, complementada com notas de campo e com videogravação das aulas, incluindo as discussões coletivas. Foram ainda recolhidas as produções dos alunos. Na parte da exploração das tarefas, a videogravação incidiu em dois pares de alunos, Luís e Lúcia, e Paulo e João, selecionados por habitualmente verbalizarem entre si os seus raciocínios. A análise incidiu nas produções dos alunos, nas notas de campo, nos registos vídeo e respetivas transcrições.

Exploração da tarefa pelos alunos

No dia 18, o par Luís e Lúcia realiza as 1.ª e a 2.ª partes da tarefa *Mais? Ou menos?* de forma consecutiva, previamente à discussão da 1.ª parte. Quando recebem a folha da 2.ª parte, Luís questiona a razão da presença dos quadrados pretos: "Porque é que aqui tá [sic] preto?". Apesar de informados que não deveriam escrever lá nada, Luís escreve os diversos resultados dentro dos quadrados pretos, não obstante a reação de Lúcia: "Não podemos!", abordando, assim, a 2.ª parte, do mesmo modo da 1.ª. Para efetuar os cálculos, utilizam estratégias de compensação, adicionando primeiro 10. Por exemplo, 12+10=22; -2=20, em 12+8. Também o par Paulo e João efetua todos os cálculos, tal como na 1ª parte. Ao serem interpelados por uma das investigadoras sobre o quadrado preto — "Vocês têm de descobrir uma maneira sem

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

terem que saber este número." —, Paulo relaciona o colocado no quadrado de baixo (+3) com os ganhos e perdas das setas em cima, fazendo um gesto na horizontal num local e noutro, na primeira situação.

Na fase da discussão coletiva, a professora pede a diferentes pares para irem ao quadro apresentar as suas soluções da 1ª parte da tarefa – um par para cada situação. É de realçar a postura da professora que não se limitou a validar a solução apresentada, mas questionou os alunos levando-os a um aprofundar dos resultados apresentados.

> Nádia- Aqui é 15. Depois somámos mais 8 que dá 23. Menos 5 ia dar 18.
> Professora - Sim?... Então e como é que descobriram o de baixo?
> Nádia - Porque aqui (*apontando para o 15*) para chegar ao 18 é +3.
> Santiago - Aqui é mais 3.
> Professora - Então bastava o primeiro e o último, os saltos em cima não interessam? (*Maria hesita*)

A professora solicita outros alunos:

> Professora- Quero saber se os saltos em cima também ajudam.
> Paulo - Sim, ajudam.
> Professora - Porque?
> Paulo - (*dirige-se ao* quadro) Porque se ao 8 se tirar 5, ficam só 3 daqui (*aponta para o quadrado de baixo*). E sabendo que só faltavam 3, aqui do primeiro para chegar ao último só precisávamos também de mais 3. Para o último.
> Professora - Então ganharam ou perderam?
> Guilherme - Ganharam porque ficaram com mais 3.

O questionamento da professora levou os alunos a focarem-se no balanço entre ganhos e perdas de berlindes, e não tanto nos cálculos numéricos.

Na aula do dia 25, quando a professora distribui a 2ª parte da tarefa, já os dois pares mencionados anteriormente a tinham realizado na aula do dia 18, embora isso não tivesse acontecido com a maioria dos alunos. A professora solicitou a quem já tinha resolvido a tarefa, que conversasse entre si sobre o modo como o tinham feito. Luís e Lúcia verbalizam os cálculos efetuados: 12+8=20; 20-5=15; 12+3=15, na primeira situação; fazendo o mesmo para as restantes situações. Num dado momento, a professora aproxima-se do par, perguntando como é que tinham pensado. Ao ouvir os cálculos efetuados, em que os alunos verbalizam o número de berlindes correspondente ao quadrado do meio preto, a professora interpela-os:

> Professora - Faz falta este quadrado do meio?
> Luís e Lúcia - Não.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Professora - Digam-me lá outra maneira de chegar a isto sem dizer o número no meio. Se ele está pintado de preto, se calhar não faz falta.
Luís - Oito menos cinco dá três (*apontando para as setas*).
Professora - Ganhos ou perdas?
Luís - Ganhos. Mais três.
Professora - E aqui? (*apontando para a situação em baixo*)
Luís - 15 + 9...
Professora - Mas é preciso o quadrado do meio?
Luís - Mais nove menos dez. (*impercetível*)
Professora - Ok. (*afasta-se*)

Depois da professora se afastar, Luís apaga os números escritos nos quadrados pretos, parecendo assim seguir a orientação da professora de que esses números não seriam necessários. Contudo, não voltam a verbalizar entre si esse processo para as outras duas situações. Luís revela ser capaz de se focar na diferença quantitativa entre os ganhos e as perdas no total dos dois jogos, assim que incentivado nesse sentido pela professora. No entanto, na segunda situação volta a verbalizar os cálculos, sendo precisa nova intervenção da professora, para se focar de novo na diferença quantitativa, menos um, como resultado da comparação aditiva de 9 ganhos e 10 perdas. No que respeita ao outro par, Paulo evidencia focar-se no balanço entre os ganhos e perdas, tanto autonomamente, interpelando o colega nesse sentido, como explicitando esse processo à professora ("Quando olhámos para os saltos") quando esta se aproxima do par para perceber como é que eles tinham pensado. Depois, Paulo resolve inventar outras duas situações, uma com quadrado preto, e outra com as setas sem números para o colega determinar os saltos, acabando por apagar no final. Quando a investigadora se aproximou, Paulo explica para a situação -6 +4:

Paulo - É seis menos quatro. Vai dar um número negativo. (*impercetível*)
Investigadora - Aqui acabou por no final dos dois jogos, ficou a perder 2 berlindes. Foi isso? Muito bem.

Quando da apresentação à turma, a professora solicita a ida ao quadro a um par que rapidamente coloca os números corretos nos quadrados em branco. A professora questiona:

Professora- Porque é que acham que o quadrado está pintado de preto?
Aluno – É para adivinharmos o número e guardá-lo na nossa cabeça.
Professora – Faz sentido?
Gil – Para não se escrever.
Maria – Para nos ajudar a pensar.
Paulo – O quadrado está pintado porque o número que está debaixo desse quadrado não deve interessar.
Professora: Então como se resolve?

ISBN 978-84-945722-3-4

Luís- É +8-5 que dá +3.
Professora - (*regista no quadro*) Porque dá +3?
Luís – Porque 3+5 são 8.
Prof – Ganhou-se ou perdeu-se, Gil?
Gil - Ganhou-se +3
Professora. – Sem olhar para os saltos como se pode ver se se ganhou?
Alunos – Vê-se nos números, do 12 para o 15.

A professora procura que os alunos compreendam como podem resolver o problema relacionando os dois números que correspondem aos ganhos e perdas, terminando com uma chamada de atenção para um novo olhar para os números e, em especial, para a diferença entre 12 e 15.

Depois de apresentadas e discutidas as diferentes situações, a professora aproveita para introduzir a 3.ª parte da tarefa, questionando os alunos:

Professora – E se não se pusesse nenhum número nem no início nem no fim?
Luís – É só para descobrir se se ganha ou perde e quanto.
Professora – (*Introduzindo a 3ª parte da tarefa*) Esta nova proposta tem apenas os ganhos e as perdas em diferentes jogadas, vamos ver o que acontece ao fim cada dia.

Paulo parece lidar com facilidade com a diferença quantitativa tanto no caso de a mesma ser um excesso como um défice. Essa facilidade torna-se mais evidente na resolução da 3ª parte que foi realizada pelo par muito rapidamente, no espaço de dois minutos, embora o João tenha seguido os registos feitos por Paulo (tendo escrito "+8" ao fim de 3 dias, e retificado depois para "+1", ao olhar para a folha de Paulo). Quando a investigadora se aproxima, Paulo explica que olhou para os que se anulam ("estes anulam-se"; por exemplo, -2, +2), tendo calculado apenas os restantes.

O par Luís e Lúcia aborda a 3ª parte usando uma estratégia diferente. Juntam os ganhos, juntam as perdas, e só depois é que fazem a comparação. Luís circunda os números com linhas, de modo a separar os ganhos das perdas, acabando por as apagar. Na situação relativa à 4ª feira, os alunos circundam a cara triste, compreendendo que no final do dia, perdia berlindes. Mas ficaram num impasse quanto ao registo numérico por se tratar de uma perda. Com a orientação da investigadora quando esta se aproximou, registam "-17; +9".

Na discussão coletiva, a estratégia mais apresentada foi a de adicionar, por um lado, os ganhos, e por outro, as perdas, e determinar depois a diferença. Por exemplo, para a terça-feira, o par Marta e Mónica rapidamente registou no quadro"+9 – 6 = +3" e desenhou o 'sorriso'.

ISBN 978-84-945722-3-4

Mónica- Fizemos +9 que é o que ganhou +6+3.
Professora – E o outro 6?
Mónica- Do que perdeu: o 4 e o 2.
Professora – Como chegaram ao 3? (*dirigindo-se à turma*)
Alunos – A diferença entre o 9 e o 6 é 3 a ganhar.

Aqui os alunos pareciam dominar a situação, adicionando, por um lado, os ganhos, por outro, as perdas, e calculando a diferença entre as duas quantidades.

Mas a professora questiona de novo a turma:

Professora – Há outra explicação?
Paulo – Sim, o +6, -4 e -2 anulam-se.
[A professora regista no quadro: +6-4-2=0]
Paulo – E só sobra +3.

Esta ideia do 'anular' foi usada por outros alunos nas situações seguintes e muitos deles usavam-na de forma correta.

Conclusões

Os resultados deste estudo mostram como os alunos são capazes de se focar na diferença quantitativa, olhando para os ganhos e perdas, e operando, de forma natural e compreensiva, com expressões incluindo a notação de números negativos. Assim, estes alunos foram capazes de estabelecer relações entre quantidades, sem terem necessidade de conhecer os valores iniciais e finais, contrariamente ao que sucedeu com alunos do 5.º ano, no âmbito do estudo de Thompson (1993). Mas, esta situação está intrinsecamente ligada ao papel que a professora exerceu em todo o processo, colocando as questões adequadas para que os alunos se sentissem desafiados a avançar no seu processo de pensamento e até a propor novas situações, como no caso do Paulo. Esse questionamento parece ter sido fundamental para a compreensão das perdas e dos ganhos e para o entendimento que foi sendo construído da ideia de diferença quantitativa.

Referências bibliográficas

Boaler, J. (2003). Studying and capturing the complexity of practice: The case of the dance of agency. In N. Pateman, B. J. Dougherty, & J. T. Zilliox (Eds.), *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 3-16). Honolulu: PME.

Bogdan, R. & Biklen, S. K. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.

ISBN 978-84-945722-3-4

Fey, J. T. (1981). *Mathematics teaching today: Perspectives from three national surveys*. Reston,VA: NCTM.

Franke, M. L., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Understanding teaching and classroom practice in mathematics. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of mathematics teaching and learning* (pp. 225-256). Greenwich, CT: Information Age Publishing.

Ponte, J. P., & Serrazina, M. L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1.º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J. P., Mata-Pereira, J., & Quaresma, M. (2013). Ações do professor na condução de discussões matemáticas. *Quadrante*, *22*(2), 55-82.

Ruthven, K., Hofmann, R., & Mercer, N. (2011). A dialogic approach to plenary problem synthesis. In B. Ubuz (Ed.), *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 81-88). Ankara, Turkey: PME.

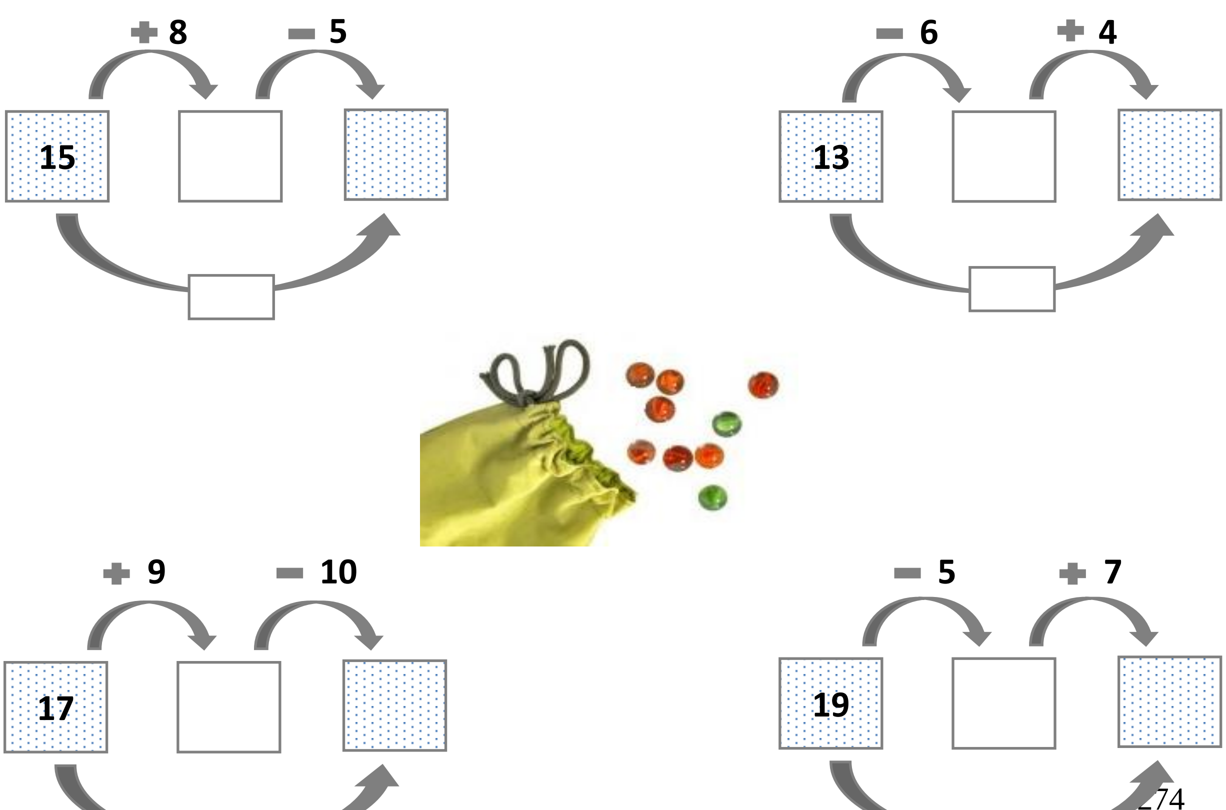
Silva, R., & Rodrigues, M. (2016). A organização da discussão nas aulas de matemática na Prática de Ensino Supervisionada: Um estudo no 1.º ano de escolaridade. *Educação e Fronteiras On-Line*, *6*(17), 114-131.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*(4), 313-340.

Thompson, P. W. (1993). Quantitative reasoning, complexity, and additive structures. *Educational Studies in Mathematics Education*, *25*, 165-208.

Anexo 1

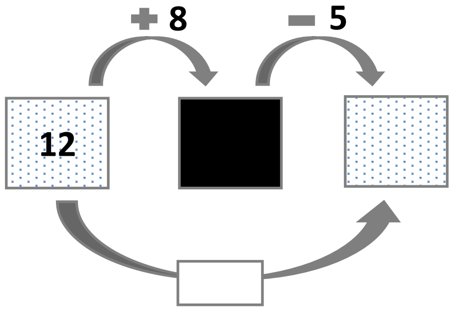
Mais? Ou Menos?

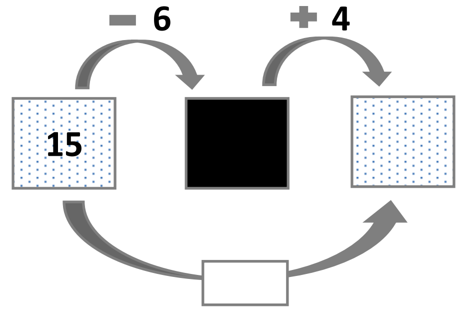


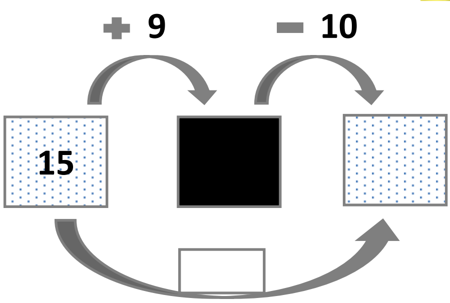
VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

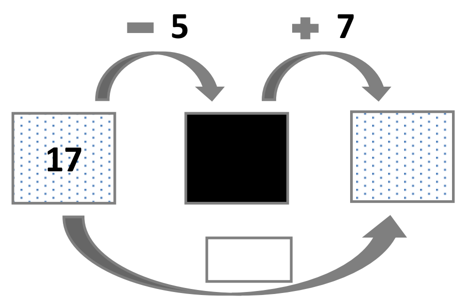
Nota: Conceção da tarefa: Jean Marie Kraemer

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

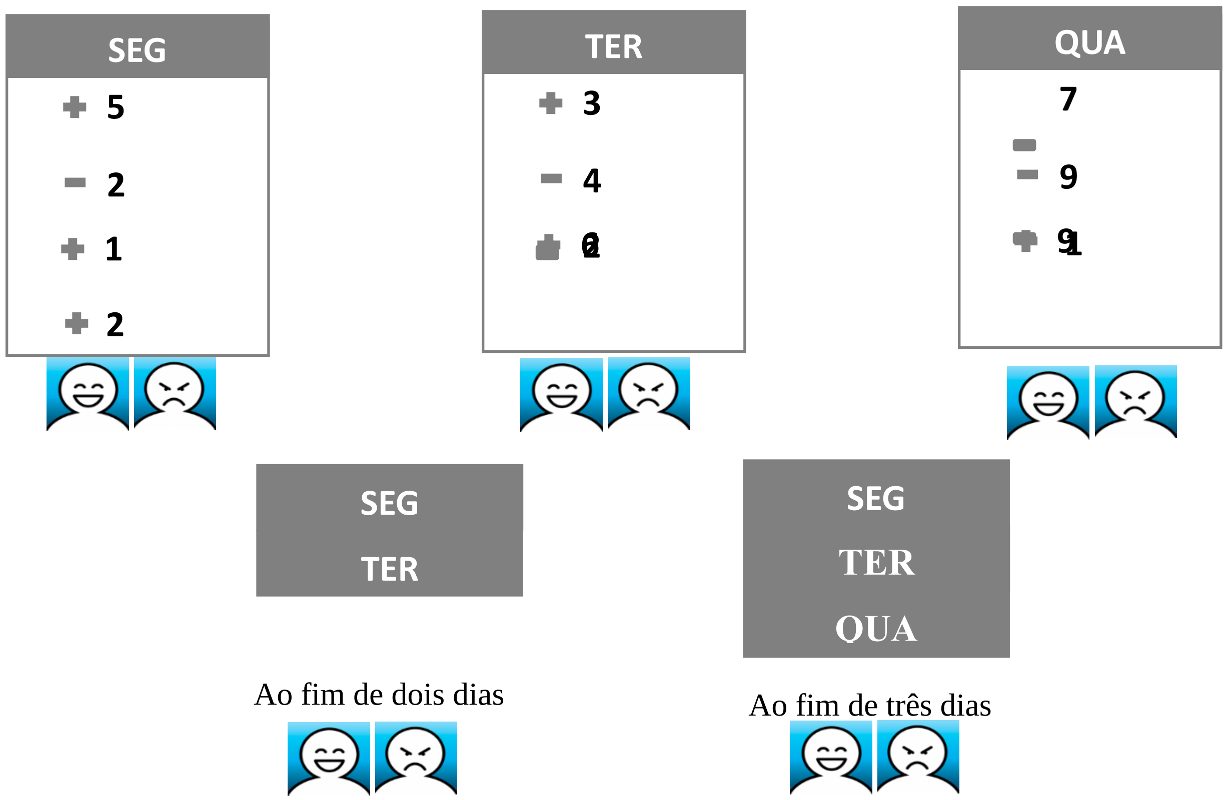








VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4



VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4