

## POSSIBILIDADES NO ENSINO DE VOLUME COM O GEOGEBRA 3D

Raissa Samara Sampaio – Rosa Monteiro Paulo – Vanessa de Oliveira  
raissa.samara@yahoo.com.br – rosamonteiropaulo@gmail.com –  
vanessadeoliveira31@yahoo.com  
Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – Brasil

Núcleo temático: V. Recursos para o ensino e aprendizagem das matemáticas

Modalidad: CB

Nível educativo: Primário

Palabras clave: Visualização; Geometria; *Software*; Ensino Fundamental.

### Resumo

*Este artigo apresenta elementos relativos ao trabalho com o software GeoGebra no ensino de geometria. O interesse pelo assunto surgiu na graduação em Matemática quando foram discutidas as potencialidades do software GeoGebra e sua janela de visualização 3D para a aprendizagem geométrica, em especial para o desenvolvimento da habilidade de visualização. Nosso objetivo é discutir o modo pelo qual, com as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC), pode-se trabalhar atividades na sala de aula do 6º ano do Ensino Fundamental explorando a visualização. A metodologia assumida na pesquisa é de cunho qualitativo com abordagem fenomenológica. Elegemos atividades propostas aos alunos para analisar a expressão do raciocínio quando há manipulação do software. No decorrer da pesquisa e na análise do feito pelos alunos, o uso do software permitiu que os alunos expressassem seus raciocínios de maneira distinta ao trabalhar com o mesmo. Os alunos levantaram hipóteses, conjecturaram, testaram e concluíram conceitos a partir da investigação no software. Dessa forma, tiveram uma postura crítica, argumentando frente à questões propostas justificando com a ajuda de sua construção.*

### 1. Introdução

As tecnologias ocupam um espaço de destaque no cotidiano das pessoas, permeando relações de trabalho e mesmo atividades pessoais. Pensar nas relações que podem ser estabelecidas entre a tecnologia e o ambiente escolar é urgente. Porém, esse pensar deve ser crítico. Ou seja, não se trata simplesmente de assumir o uso de determinado recurso tecnológico, pois há diferença entre a familiaridade cotidiana com as tecnologias e seu uso didático. Simplesmente inserir a tecnologia no ambiente escolar não garante que o ensino sofrerá alterações ou que a aprendizagem terá maior êxito. O avanço da tecnologia na educação tem sido muito discutido e, em 1998, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) já traziam a importância da

informática na educação, afirmando que elas poderiam ampliar o desenvolvimento de habilidades como a escrita, a leitura, a visão, a audição, a criação e proporcionar um ambiente de aprendizagem em que se desenvolvam “novas formas de comunicar e conhecer” (BRASIL, 1998, p. 34). Mas, a pergunta central é “como?”. Isto é, embora se tenha clareza das mudanças que podem ocorrer com a presença das tecnologias no ambiente escolar, o modo pelo qual elas poderão contribuir para uma forma de ensino diferenciada ainda não é consenso. Se, por exemplo, simplesmente se transferir o que é feito com lápis e papel ou na lousa para o computador, nada além da forma de apresentação do conteúdo estará sendo alterado. Para que as tecnologias transforme o ambiente de ensino é preciso ter clareza de suas potencialidades e das possibilidades de elas contribuírem para a aprendizagem.

Neste artigo focamos o ensino da geometria, particularmente o desenvolvimento da visualização propiciado pelas tecnologias e, particularmente, por um software de geometria dinâmica – o GeoGebra 3D. Para compreender e explicitar o sentido das tecnologias no ambiente escolar buscamos alguns referências como os PCN, acima citado, que destacam a importância do ensino de geometria e do desenvolvimento de situações-problemas para favorecer a introdução da demonstração e do raciocínio dedutivo no ensino de geometria. O enfoque, portanto, é o pensamento geométrico que, segundo os PCN, “desenvolve-se inicialmente pela visualização: as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas.” (1998, p. 39).

A visualização como destacada anteriormente é discutida por Costa (2000) que argumenta sobre a valorização de aspectos visuais para o ensino de geometria. A autora defende o ensino de geometria através de manipulações, onde o aluno é posto a levantar, conjecturar, testar e validar hipóteses.

A tecnologia mostra-se como uma aliada ao ensino da matemática, permitindo a exploração e investigação de conceitos e formas, ampliando as possibilidades de trabalho com a visualização, especialmente os *software* de geometria dinâmica.

Este artigo tem como objetivo discutir a possibilidade de trabalho com a visualização favorecida pelo *software* GeoGebra ao se trabalhar com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede particular de ensino do município de São José dos Campos, São Paulo, Brasil. Para a construção da proposta nos voltamos para o sentido da visualização e as potencialidades do trabalho com resolução de problemas. Escolhemos o

*software* GeoGebra por entender que ele nos permite explorar figuras tridimensionais que irão permear o trabalho com “volume”.

## **2. O sentido das tecnologias e a visualização na produção de conhecimento matemático**

O avanço da tecnologia tem provocado grandes alterações na sociedade e no desenvolvimento humano, segundo Ponte (2000), especialmente se considerarmos o modo pelo qual as informações são transmitidas. Atualmente as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) são chamadas de Tecnologias Digitais e Informação e Comunicação (TDIC), especialmente após a popularização da internet com a qual surge uma nova sociedade chamada de muitos nomes, dentre os quais se podem destacar sociedade em rede, sociedade da informação, sociedade do conhecimento, cibercultura.

No âmbito educacional é preciso que as TDIC não sejam vistas apenas com os aspectos técnicos uma vez que o viés pedagógico é fundamental para a produção do conhecimento. Os *software* matemáticos, por exemplo, são TDIC de grande discussão em Educação Matemática já que não basta que sejam atraentes, eles devem possibilitar a investigação, aguçar a curiosidade, dar oportunidade de exploração, incentivar a iniciativa e o aumento da autoestima, além de ter uma interface interativa.

A escolha do *software* deve considerar, além das vantagens de sua utilização em termos de organização da informação, de oportunidade de colaboração e sociabilidade, o potencial investigativo. É importante notar que o uso do *software* não pode ser algo isolado do contexto da aula ou dos recursos do professor, ele deve estar integrado às aulas para que sua utilização possa ser também avaliada.

Na pesquisa que retratamos neste texto, pensando no objetivo do trabalho proposto aos alunos, buscamos um *software* que possibilitasse explorar os conceitos de volume de sólidos geométricos a partir da visualização. Considerando a relevância da investigação e a possibilidade de movimentação de um sólido geométrico construído, optamos pelo GeoGebra. Este *software* matemático nos permite relacionar aspectos da álgebra e da geometria. Possui constantes atualizações e, atualmente, traz a janela 3D (isto é, de visualização tridimensional). Disponível para uso desde 2013, o GeoGebra é um *software* gratuito, o que torna viável sua instalação, por exemplo, em escolas da rede pública de ensino.

Autores como Costa (2000), Paulo (2006) e Flores, Wagner e Burato (2012) vêm discutindo as possibilidades da visualização no ensino de geometria. Costa (2000) salienta a importância de ver a matemática através da compreensão do espaço em que se vive. Ou seja, a autora defende um trabalho de descobertas, que sendo feitas também “com os próprios olhos e mãos, são mais convincentes e surpreendentes” (COSTA, 2000, p. 157). Do que é dito pela autora compreendemos que as “descobertas com os olhos” dizem da visualização e as “descobertas com as mãos” da manipulação do objeto, ambos entendidos como modos de o sujeito investigar para aprender.

Os PCN, em concordância com a autora, afirmam que o trabalho realizado pela “exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato /.../ permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.” (1998, p. 39). Ou seja, esses documentos reforçam a ideia do ensino de geometria através da exploração.

Paulo (2006), ao tratar da visualização, interroga o sentido que as figuras têm para a produção do conhecimento matemático e afirma que “as figuras são um apelo visual relevante para a atribuição de significados às situações geométricas.” (PAULO, 2006, p. 4). Ou seja, a figura é relevante para a compreensão de um problema devendo ser objeto que desencadeia o pensar. Isso porque, segundo a autora, caso o aluno tome, para realizar uma investigação, uma figura inicial que seja particular, ele poderá negligenciar hipóteses e partir para uma solução equivocada do problema. O aluno deve, portanto, ao explorar aspectos figurais – ou possibilitados pela visualização, por figuras - ser capaz de “ver” a figura em sua potencialidade para iniciar a investigação e, ainda segundo Paulo (2006), o sentido desse “ver” “não é apenas o ato de visão atribuído ao órgão sensorial “olho” . O “ver” está relacionado à capacidade de o sujeito pensar sobre a situação. Ou, como diz Santos (2009), “analisar o que se percebe como parte do mundo real e memorizar aspectos que caracterizem os objetos vistos.” (SANTOS, 2009, p.21).

Porém, é preciso cuidado com a “memorização” dos aspectos visto. Tal qual destacam Flores, Wagner e Burato (2012), acerca do sentido da visualização em matemática, apenas montar a imagem mentalmente não é suficiente para a compreensão. É “na habilidade demonstrada pelo aluno em lidar com aspectos visuais para alcançar o entendimento matemático” (FLORES, WAGNER, BURATO, 2012, p. 34) que se podem ver indícios da compreensão.

Ou seja, a visualização entra como uma forma de aprendizagem, uma forma de o aluno construir a sua compreensão matemática que fundamentalmente passa pelo processo investigativo que permite generalizar. Nisso vimos a relevância de um *software* geométrico como um potencializador para o desenvolvimento da habilidade da visualização e investigação.

Vale ainda destacar que na pesquisa que nos dispomos a discutir neste texto, optamos pela metodologia qualitativa de abordagem fenomenológica cujo objetivo é compreender o que é feito pelos alunos ao investigarem situações matemática com o *software* Geogebra. A fenomenologia, mais do que um método de pesquisa, é uma postura do pesquisador que influencia desde a seleção/elaboração das tarefas à própria dinâmica da proposta didática que visa à aprendizagem do aluno.

### **3. Desenvolvimento das atividades e análise dos dados**

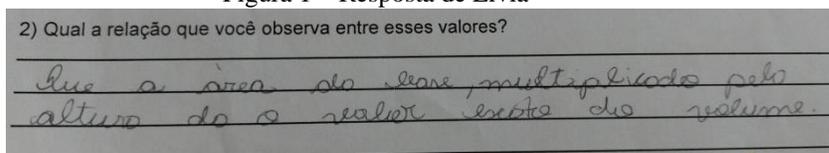
Para o trabalho sobre volume desenvolvido com os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental (faixa etária de 11-12 anos) foram realizados sete encontros com duração de uma hora cada. Para este texto selecionamos uma tarefa proposta aos alunos para discussão. Procurando preservar a identidade dos mesmos usamos pseudônimos. Para o desenvolvimento das tarefas os alunos foram, inicialmente, apresentados ao *software* visando o conhecimento das ferramentas disponíveis e como utilizá-las. No primeiro encontro, após a apresentação do *software* e a sua manipulação livre, propusemos uma tarefa sobre planificações. Para realizá-la os alunos tiveram contato com as duas janelas do *software*: a janela de visualização 2D e a 3D.

No terceiro encontro foi iniciado o trabalho com volume. A primeira tarefa tinha como objetivo a “contagem da quantidade de “cubinhos” que havia no cubo maior”. A segunda tarefa envolveu o estudo dos prismas de base retangular tendo como objetivo a generalização para a fórmula do cálculo de volume. Os alunos construíram o seu prisma no *software* e, a partir dele, levantaram hipóteses.

Por fim, trabalhou-se uma tarefa cujo objetivo era generalizar a fórmula da área de um prisma cuja base é um polígono de  $n$  lados. Os alunos, utilizando as ferramentas do *software*, construíram um sólido com controles deslizantes. Esse modo de construção permitiu ver que, ao se alterar o número de lados do polígono da base e a altura do prisma, o volume e a área da base se modificavam.

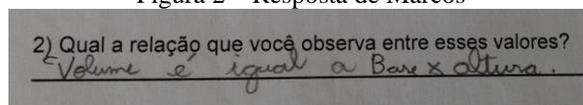
Procurando “fazer ver” o que acontecia, incentivamos os alunos com algumas questões acerca do que percebiam sobre os valores exibidos no *software*. Para organizar as descobertas os alunos foram orientados a registrar em uma tabela os valores obtidos para a área da base, a altura e o volume do sólido – dados exibidos pelo *software* a partir da manipulação do controle deslizante. A intenção era que os alunos percebessem a relação entre tais valores. Após a exploração de algumas situações pelos alunos interrogamos: “Qual a relação que você observa entre esses valores?”. Selecionamos duas repostas para discussão neste texto.

Figura 1 – Resposta de Lívia



Fonte: arquivo da pesquisadora

Figura 2 – Resposta de Marcos



Fonte: arquivo da pesquisadora

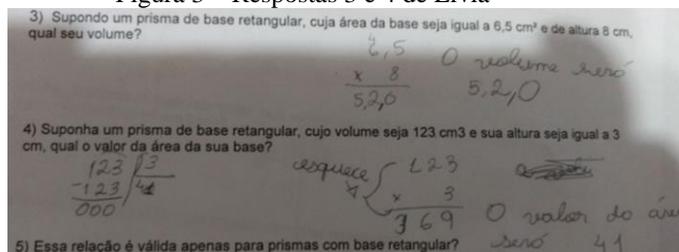
De modo geral, vimos que as repostas dos alunos se dividiram em respostas como a de Lívia ou como a de Marcos. Visando compreender o sentido do que Marcos dizia ao escrever “base x altura” o questionamos: Marcos, em sua resposta você escreveu “Volume é igual a Base x altura”. Esse modo de escrever “base x altura” é igual ao que fazemos para determinar a área do retângulo? Marcos respondeu: “Não, professora! É toda a base! [fazendo gestos com a mão como tendo a intenção de mostrar o espaço ocupado – área - do polígono da base], e depois vezes a altura” (MARCOS, 2016).

No diálogo com Marcos percebemos que, como Paulo (2006) destaca, a imagem do sólido serve de base para a investigação do aluno levando-o a recorrer a ela para “mostrar” a professora o que havia pensado ao escrever “base x altura”. O aluno, apesar de não estar de frente para a imagem na tela do computador, estava vendo-a. Ou seja, ele toma-a como referência para responder o questionamento que lhe é feito.

Em seguida à exploração com o *software* passamos a algumas tarefas convencionais do livro didático em que é requerido a medida do volume de um determinado sólido geométrico. A

maioria dos alunos responde de forma convencional, isto é, a questão 3 pela multiplicação e a 4 pela divisão. No entanto, uma resposta no chama a atenção, conforme mostra a figura 4.

Figura 3 – Respostas 3 e 4 de Lívia

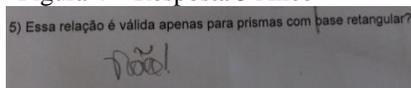


Fonte: arquivo da pesquisadora.

Nota-se no registro de Lívia que ela inicia um raciocínio que abandona. No diálogo com a aluna vê-se que, motivada pela leitura da questão 3, ela tende a usar o mesmo raciocínio. Porém, diz que ao pensar em como o *software* lhe dava a resposta relativa ao volume e analisando seus registros na tabela, notou o engano e percebeu que a solução não poderia ser essa. Inferimos que o trabalho feito com o *software* possibilitou-lhe analisar o feito e traçar novo caminho para a solução do problema.

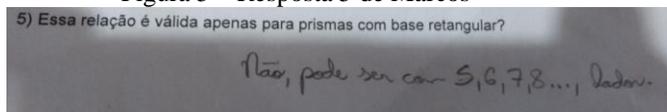
Visando uma generalização do que havia sido explorado no *software*, questionamos os alunos acerca da relação que “descobriram” para o volume. Separamos as respostas dadas em dois grupos que exemplificamos pelas imagens abaixo.

Figura 4 – Resposta 5 Alice



Fonte: arquivo da pesquisadora.

Figura 5 – Resposta 5 de Marcos



Fonte: arquivo da pesquisadora.

Percebemos nas respostas como as de Alice que há uma exclamação que procura realçar a negação da resposta. Esse realce pode ser visto, segundo o que interpretamos, como uma estranheza relativamente à pergunta já que anteriormente haviam comparado os valores e percebido que a relação era entre área da base e altura, independente do polígono da base.

O grupo que respondeu como Marcos opta por explicitar o percebido. Ou seja, indicam que o polígono da base pode ter um número variado de lados como haviam explorado pelo controle deslizante no *software*. Podemos perceber que Marcos, em sua resposta, usa estritamente os valores que o *software* possibilita visualizar. Ou seja, os valores possibilitados pela investigação do controle deslizante varia o número de lados do polígono entre 3 e 8. Mas, as reticências indicam que o aluno vai além do que é visto na tela do computador, indicando que poderá haver um número qualquer de lado para o polígono.

#### **4. Considerações Finais**

A importância das tecnologias nos é ressaltada através dos estudos realizados para desenvolver o trabalho em sala de aula. A exploração possibilitada pelas tecnologias, em conjunto com a investigação matemática, possibilita que o aluno seja ativo no processo de produção de conhecimento. A vivência da exploração do *software* GeoGebra para o trabalho com volume de sólidos geométricos leva-nos a identificar que, por meio das explorações que o *software* favorece, o aluno é levado a analisar as propriedades do objeto matemático e avaliar o resultado exibido na tela do computador confrontando-o com o que é solicitado no problema. Há, manifesto pelos alunos, o movimento do pensar que os leva a buscar caminhos próprios para aprender, que os faz compreender os conteúdos que estão sendo propostos na aula de matemática. O uso de *software* de geometria dinâmica, como o GeoGebra, promove um ambiente de aprendizagem no qual o professor atua junto ao aluno e não para o aluno. Aluno e professor são desafiados, a refletir sobre os modos pelos quais é possível dar uma resposta ao que é perguntado. O que na tela do computador se mostra torna-se abertura ao pensar favorecendo ao aluno o entendimento da matemática para além da fórmula escrita na lousa possibilitando o desenvolvimento de habilidades que, no processo investigativo, contribuem para a formação do sujeito levando-o a ultrapassar os limites da sala de aula ou da transmissão de informações pelo professor.

#### **5. Referências**

BICUDO, M. A. V. (2012). A pesquisa em educação Matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. *Revista Brasileira de Ciência e Tecnologia*, v.5, n. 2, p. 15-26, maio-ago.

BRASIL. (1998). Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN. Matemática). Brasília: MEC/SEF.

COSTA, C. (2000). Visualização, veículo para a educação em geometria. Anais do Encontro da Seção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, p. 157-184, Fundão, Portugal.

FLORES, C. R e WAGNER, D. R e BURATTO, I. C. F. (2012). Pesquisa em visualização na educação matemática: conceitos, tendências e perspectivas. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 14, n. 1, p. 31-45.

PAULO, R. M. (2006). O Significado Epistemológico dos Diagramas na Construção do Conhecimento Matemático e no Ensino de Matemática. 192 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas Campus de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

PONTE, J. P. (2000). Tecnologias de informação e comunicação na formação de professores: que desafios? *Revista Iberoamericana de Educación*, n. 24, p. 63-90, set./dez.

SANTOS, C. O. (2009). A importância da visualização no ensino da geometria plana e espacial. 2009. 49 f. Monografia (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Unidade Universitária de Jussara, Universidade Estadual de Goiás, Jussara.