

UMA ATIVIDADE PRÁTICA DE FORMULAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS COM BASE EM SÓLIDOS DE PLATÃO

Samilly Alexandre de Souza– Kátia Maria de Medeiros
samilly.alexandre@gmail.com – katiamedeirosuepb@gmail.com
Universidade Estadual da Paraíba-Brasil

Núcleo temático: La Resolución de Problemas en Matemáticas

Modalidad: CB

Nivel educativo: Terciário (16 a 18 anos)

Palabras clave: Ensino-Aprendizagem de Geometria. Formulação e Resolução de Problemas Geométricos. Materiais Manipuláveis.

Resumo

A Geometria é uma área muito importante do conhecimento matemático, mas seu ensino-aprendizagem, quando é realizado, na maioria das escolas no Brasil, ainda é fragilizado e os alunos apresentam dificuldades muito grandes em compreender esse conteúdo. Um modo que encontramos para possibilitar mudanças na atual realidade é propor o uso de atividades práticas com materiais manipuláveis com a formulação e resolução de problemas geométricos pelos alunos. Nesta pesquisa, buscamos analisar o processo de formulação e resolução de problemas geométricos por alunos do 3º Ano do Ensino Médio numa escola pública de Campina Grande-PB, Brasil, com base em atividades com os Sólidos de Platão. Focamos num Grupo. Os resultados indicaram que os alunos do Grupo formularam problemas geométricos com dados numéricos, isto é, um problema fechado ou exercício com uma aparente ligação entre o contexto, a realidade do cotidiano e a linguagem Matemática utilizada. O problema formulado é geométrico, por que envolve o conceito de cubo ou hexaedro, um dos Sólidos de Platão, porém não apresenta uma clareza nas últimas informações, uma vez que a aluna utiliza elementos do quadrado, ao invés do cubo na resolução, como lado, ao invés de aresta. Tais resultados sugerem limitações no conhecimento geométrico dos alunos.

Introdução

A Geometria é uma área importante da Matemática, pois ela exige do aluno uma maneira diferente de raciocinar.

Procuramos atualmente, novas propostas metodológicas que facilitem o ensino e a prática dos conteúdos disciplinares na Matemática, quais instrumentos devem ser utilizados para que os alunos sintam-se motivados a aprender e, quanto aos professores, como lecionar de maneira adequada à realidade dos alunos.

Nos documentos oficiais do Brasil, como os PCN (Brasil, 1998, 2002) e as Orientações Curriculares para o Ensino Médio OCEM (Brasil, 2006) é dada uma ênfase maior no trabalho de Resolução de Problemas matemáticos. Essa metodologia, embora não seja tão efetiva nas aulas de Matemática, é conhecida por muitos professores. Já a formulação de Problemas ainda é uma metodologia bastante nova no Brasil, mas que vem recebendo maior atenção no currículo escolar de vários países para que seja dada aos alunos a oportunidade de criarem seus próprios problemas a partir de situações que lhes sejam dadas em um contexto matemático.

Um problema, segundo Onuchic (1999) problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver. Na formulação de problemas, por sua vez, de acordo com Medeiros e Santos (2007), o aluno irá formular o seu próprio problema, se tornará, desse modo, um produtor de textos. Partindo desse pressuposto, apresentamos neste trabalho, um recorte de nossa pesquisa de mestrado, na qual tivemos como objetivo geral analisar o processo de formulação e resolução de problemas geométricos por alunos do 3º Ano do Ensino Médio de uma escola pública de Campina Grande-PB, com base em atividades com materiais manipuláveis.

A Geometria e seu ensino-aprendizagem no Brasil

O estudo dos conceitos geométricos constitui parte importante do ensino-aprendizagem de Matemática, pois propicia aos alunos desenvolver pensamentos que permitem compreender e descrever o mundo onde vivem e facilitam a compreensão de questões tanto da Matemática como de outras áreas do conhecimento (Brasil, 1998). Além de ser um campo que permite trabalhar diversas situações problemas que possivelmente envolvam os alunos, tornando o estudo interessante. Se bem trabalhada, estimula os alunos a observar e explorar o espaço a sua volta, perceber semelhanças e diferenças entre figuras, observar padrões, proporciona o trabalho com construções de objetos tridimensionais, além de servir como uma ferramenta importante para outras áreas do conhecimento. Por isso, ela não só deve fazer parte dos currículos das escolas, mas ser trabalhada efetivamente através de metodologias que promovam a aprendizagem geométrica. Contudo, algumas pesquisas Lorenzato (1995) e Pavanello (1993) tem mostrado que o ensino de conceitos geométricos ainda é ausente nas salas de aula da Educação Básica no Brasil e, quando é oferecido, geralmente é de forma

mecânica através da apresentação de fórmulas e aplicação das mesmas para resolver exercícios, tornando-se desligado da realidade. Tal realidade nas aulas de Matemática ainda persiste nos dias de hoje.

A formulação e resolução de problemas geométricos e os sólidos geométricos

O problema é o ponto de partida para que em seguida, sejam introduzidos os conceitos e, mesmo em meio a algumas dificuldades, ele possa facilitar a aprendizagem Matemática dos alunos. Podemos destacar as concepções de alguns autores brasileiros sobre problema. Segundo Onuchic (1999) problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver. Para Polya (1995) a resolução de problemas é a espinha dorsal da Matemática.

Por sua vez, a formulação de problemas, segundo Brown e Walter (2005), pode ocorrer a partir de muitos recursos. Oliveira e Gazire (2012) apresentam uma pesquisa na qual os Sólidos Geométricos são utilizados para o estudo da geometria plana. Análogamente poderíamos também formular e resolver um problema geométrico a partir destes sólidos, o que pode contribuir para o aluno perceber aspectos destes processos metacognitivos envolvidos nestas atividades, que antes não tinha compreensão.

Escolhas metodológicas

Optamos inicialmente, por uma pesquisa de natureza qualitativa que, de acordo com Bogdan & Biklen (1994) “(...) A fonte direta de dados é o ambiente natural, o investigador torna-se o instrumento principal de recolha de dados (p. 16). A base para a aquisição e análise dos dados dessa pesquisa se deu por meio de um estudo de caso interpretativo que, segundo Ponte (2006), esse tipo de estudo busca compreender detalhadamente o “como” e os “porquês” do acontecimento de determinado fato.

A coleta de dados foi realizada durante quatro meses, de Junho a Setembro do ano letivo 2015. No decorrer da coleta dos dados, interessava-nos as características dos problemas formulados e resolvidos pelos alunos da turma a partir das atividades de formulação e resolução de problemas geométricos por meio de tarefas que envolviam materiais manipuláveis, os Sólidos de Platão em Acrílico. Nesse sentido, nos preocupamos em utilizar variados instrumentos de coleta de dados, como a

gravação em vídeo e áudio de todos os encontros realizados na turma que foram um total de oito, *as notas de campo* da pesquisadora a partir da observação participante, *o registro dos alunos* realizado durante a realização das cinco tarefas que propomos e *a entrevista semiestruturada* tanto com o professor da turma como com uma aluna de um dos grupos que mais se destacou ao longo das atividades e quanto à formulação e resolução de problemas geométricos.

Observamos, inicialmente, com mais atenção, dois grupos com quatro alunos cada, os quais nomeamos de G2 e G5. Esses dois grupos possuíam alunos comunicativos, com rendimentos variados e tinham pelo menos um aluno que mais se destacava entre os demais. Porém, para a análise dos dados, optamos por escolher apenas uma aluna que, dentre todos os outros alunos, não faltou nenhuma das atividades, prestava bastante atenção, tirava dúvidas, buscava interagir com seus colegas de grupo mesmo tendo que desenvolver as atividades praticamente só. Essa aluna, como já adiantamos, chamamos pelo pseudônimo de Samara..

Enfatizamos, em particular, tarefas com formulação e resolução de problemas geométricos que envolvem a utilização de materiais manipulativos como Sólidos Geométricos em Acrílico e em cartolina polígonos regulares em cartolina, (ver Anexos). Tal importância se dá ao fato de que esses materiais permitem aos alunos uma manipulação e visualização de características como os elementos básicos dos Poliedros, o que favorece a uma análise e surgimento de ideias criativas.

Outro fator a ser considerado é que ainda existem poucas pesquisas com formulação e resolução de problemas nas aulas de Matemática no Brasil. Por meio de atividades diferenciadas como esta, saímos um pouco da rotina mecânica de somente propor que os alunos resolvam exercícios nas aulas de Matemática e aos alunos é dada a oportunidade de demonstrar a compreensão de conceitos matemáticos no ato da formulação de problemas.

Foram desenvolvidas cinco tarefas de forma sequencial em 10 horas/aula com atividades aplicadas de forma hierárquica para que os alunos pudessem identificar os sólidos geométricos e distingui-los em duas classes, os Poliedros e os Corpos Redondos e, em seguida, analisar as características dos Poliedros. Essas atividades, adaptadas de Oliveira e Gazire (2012), serviram como revisão para os alunos que já haviam estudado esse assunto e, ao mesmo tempo, serviu de aprendizagem para a maioria, que mesmo no 3º Ano do Ensino Médio, ainda não havia estudado sobre os sólidos geométricos.

Em seguida, foram realizadas mais três tarefas com atividades introdutórias às formulações e resoluções dos problemas geométricos, com o objetivo de fornecer uma melhor preparação para o surgimento de ideias dos alunos. Todas as atividades foram realizadas em grupos com quatro alunos e alguns em trios, apresentamos algumas atividades de alguns grupos, mas destacamos as formulações e resoluções dos problemas geométricos apresentados por Samara, aluna do Grupo 02, que, em meio às suas dificuldades, mais se destacou por ter participado ativamente de todas as atividades que foram propostas e que apresentou um desenvolvimento considerado satisfatório ao longo das atividades, formulando e resolvendo melhores problemas geométricos em relação aos demais alunos da turma.

Análise dos dados e suas categorias

Para analisar os problemas que foram formulados por esse grupo e suas respectivas respostas, procuramos observar a quantidade, a qualidade e a complexidade deles em relação à turma como um todo.

Ao darmos continuidade em nossa intervenção, percebemos a importância do estabelecimento de uma análise qualitativa para interpretar a estrutura dos problemas formulados e suas respectivas resoluções. Estabelecemos uma categoria de análise a Posteriori para os problemas formulados pelos alunos que foi *Problemas não geométricos* e *Problemas geométricos*. Os *problemas não geométricos*, caracterizamos por questões em forma de texto que não podem ser considerados problemas ou que não são resolvidos por mecanismos matemáticos. E os *problemas geométricos*, caracterizamos como questões que utilizem em seu contexto objetos e propriedades do espaço geométrico. Os problemas geométricos foram analisados e divididos em *Problemas geométricos com dados numéricos* e *Problemas geométricos sem dados numéricos*, ambos respeitam as condições de um problema geométrico e podem aparentemente serem resolvidos.

Porém, *Problemas geométricos com dados numéricos* foram analisados em relação à estrutura do problema, isto é, se era um problema fechado ou exercício ou um problema aberto (Medeiros e Santos, 2007) uma aparente ligação entre o contexto, a realidade do cotidiano e a linguagem Matemática utilizada. Já os *Problemas geométricos sem dados numéricos* foram analisados a partir das informações específicas do problema com a utilização ou não dos dados e da incógnita para a solução.

Resultados e discussões

Apresentaremos o resultado de um dos grupos, o Grupo 02, referente a quarta e penúltima atividade que tinha por título: Construindo representações dos Poliedros de Platão e formulando e resolvendo problemas geométricos, cujo objetivo principal era propor que eles construíssem as representações dos Poliedros de Platão a partir de suas planificações e estimulassem a visualização geométrica para favorecer o surgimento de ideias quando chegasse o momento de formular e resolver os problemas geométricos. Inicialmente, levamos os Sólidos de Platão em Acrílico do Laboratório de Matemática da UEPB, Campus de Campina Grande, e utilizamos os slides para lhes mostrar a associação que Platão fez entre esses sólidos e os elementos da natureza, relembramos os elementos básicos dos Poliedros e, em seguida, propomos que os alunos construíssem seus sólidos a partir da planificação.

Ao levarmos para os alunos os moldes de cada um dos Sólidos de Platão para que eles pudessem construí-los, buscamos privilegiar o desenvolvimento da visualização geométrica que segundo Kaleff (2003), baseada no Modelo de van Hiele para o desenvolvimento do pensamento em Geometria, a visualização e a organização informal das propriedades geométricas relativas a um conceito geométrico são passos preparatórios para o entendimento de um conceito. Antes de formularem seus problemas, os alunos tiveram a oportunidade de construir esses sólidos ricos de características geométricas e realizar cinco atividades baseados neles para que pudessem revisar ou vivenciar de maneira dinâmica, a partir da manipulação dos Poliedros de Platão, as principais características desses sólidos e, com isso, pudessem ter um suporte prévio para suas formulações e resoluções de problemas.

A penúltima atividade dessa quarta tarefa se referia à formulação e resolução dos problemas, então pedimos aos alunos que utilizassem o potencial criativo que há em cada um deles para explorar os Sólidos de Platão que construíram e assim formularem bons problemas matemáticos. Para motivá-los, demos a dica: formulem um bom problema como se vocês fossem desafiar outro grupo de colegas para resolvê-lo.

Samara rabisca algumas possibilidades de dados e resolução. Repete oralmente várias vezes sobre o que estava pensando, muda a estratégia que seria o cálculo de área para o cálculo do volume, pois lembrou que sabia como calcular o volume de um cubo. Nesse caso, a aluna realizou o processo que Brown e Walter (2005)

denomina de “What if?” ou “What-if-not?” e que consiste em examinar as condições do problema e alterar livremente com base em seus conhecimentos. Como a aluna conhecia a fórmula do cálculo do volume do cubo, ela criou apenas um problema que o envolvesse.

Constatamos que Samara se destacou em relação a seu grupo, pois ela acabava realizando as atividades sozinha. Criou um problema geométrico com dados numéricos que envolvem um projeto interdisciplinar entre duas disciplinas para a produção de um perfume, Química e Matemática. Além disso, utilizou o conceito matemático de cálculo de volume que, neste caso seria o do Hexaedro (Cubo). O problema formulado é geométrico, por que envolve o conceito de volume, porém não apresenta uma clareza nas últimas informações, uma vez que o a aluna utiliza elementos do quadrado, ao invés do cubo na resolução, como lado, ao invés de aresta.

Entendemos que Samara utilizou a informação “para a produção de 1L de perfume era necessário um cubo de essência” sem relevância para a resolução do problema, pois o que é pedido mesmo no problema em nada se relaciona com essa informação. Além do mais, ela poderia ter formulado esse problema com mais clareza de informação e também de dados.

Na resolução desse problema, em um dos diálogos, ela deixa claro que sabe que o cubo apresenta três dimensões, porém, faz o esboço de um quadrado e representa seus quatro lados pelo valor de 6 cm e o substitui na fórmula do cálculo do volume. Um detalhe importante é que ela utiliza a escala de centímetros no problema, mas na solução aparece mL sem que a aluna tenha realizado cálculos de convenção de cm para mL. Ela finaliza justificando por escrito o que fez como forma de provar que sua solução está correta e não apresentou outra estratégia em sua resolução.

Atribuímos a utilização de apenas uma estratégia na resolução ao fato de os alunos não estarem acostumados a esse tipo de atividade e, por isso, consideram-na difícil. Apesar de termos insistido, a aluna não conseguiu resolver os problemas utilizando estratégias diferentes.

Conclusões

A aprendizagem Matemática dos alunos deve ir além de tarefas rotineiras como meras resoluções de exercícios e ser enriquecida por meio de tarefas e atividades desafiadoras, como a Formulação e Resolução de Problemas. Um bom ensino de Matemática deve

propiciar aos alunos a exploração do seu raciocínio, o desenvolvimento de estratégias para a resolução de problemas e o potencial criativo dos alunos.

Apesar de no Brasil e, principalmente na Paraíba, a literatura que trata da formulação e resolução de problemas ainda ser praticamente inexistente e, pelo fato de termos utilizado um conteúdo de Geometria, especificamente os Poliedros de Platão que também é raro ser ensinado nas escolas públicas, acreditamos que à medida que iam sendo estimulados, os alunos iriam produzindo ideias para formularem seus próprios problemas. Esse estímulo partiu das atividades que foram realizadas como o uso de materiais manipuláveis como os Sólidos Geométricos em Acrílico e a própria construção dos Sólidos de Platão pelos alunos. Mas, pudemos perceber que além do estímulo, era necessária uma boa base matemática e, principalmente em Geometria, pois os alunos da turma e, em especial Samara, só formularam problemas os quais, soubessem antecipadamente responder.

Ao longo das atividades Samara apresentou algumas dificuldades em relação à Geometria. Em nossa pesquisa, pudemos observar que, ao propor aos alunos a formulação de problemas geométricos baseados nas atividades, eles sentiram-se menos intimidados pela Matemática e, apesar de considerarem essa atividade uma tarefa difícil, os alunos alegaram que a Matemática não é uma disciplina apenas de números e contas. Eles perceberam que as formas geométricas estão representadas em vários lugares do cotidiano, desde a estrutura de uma sala de aula, até um aparelho eletrônico, como o Tablet. Os alunos estudaram e/ou relembroum conceitos e conteúdos geométricos por meio das atividades e formularam e resolveram problemas relacionados à Geometria, percebendo também que a Matemática está intimamente ligada à Língua Portuguesa com a criação de textos. Acreditamos que a capacidade de formulação e resolução de problemas é uma rica potencialidade que pode e deve ser explorada nas aulas de Matemática e, em especial, de Geometria.

Referências bibliográficas

Bogdan, R.; Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e métodos*. Porto: Porto Editora.

Brasil. (1998). Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos: apresentação dos temas transversais / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF.

Brasil. (2006). Ministério da Educação (MEC). Secretaria de Educação Básica (SEB). Departamento de Políticas de Ensino Médio. Orientações Curriculares do Ensino Médio. Brasília: MEC/SEB.

Brown, S.; Walter, M. (2005). *The art of problem posing*. (3ª ed.). New York: Routledge.

Kaleff, A. M. (2003). *Vendo e entendendo poliedros: do desenho ao cálculo do volume através de quebra cabeças e outros materiais concretos*. Niterói: EDUFF.

Lorenzato, S. (1995). Por que não ensinar geometria? Educação Matemática em Revista 4, 3-13.

Medeiros, K. M.; Santos, A.J.B. (2007). Uma experiência didática com a formulação de problemas matemáticos. Zetetiké, 15, 87-118.

Oliveira, M. C.; Gazire, E. S. (2012). *Ressignificando a Geometria plana no Ensino Médio, com auxílio de van Hiele*. http://www.pucminas.br/imagenbd/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20121128_150635.pdf?PHPSESSID=fdb6d12870c8aaf4688b74f0ad0dd734. Consultado 22/09/2015.

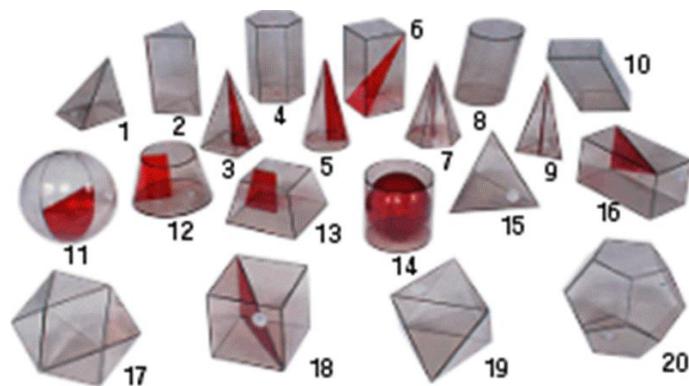
Onuchic, L. R. (1999). Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de Problemas. En: M. A. V. Bicudo. (Eds.). Pesquisa em educação Matemática, Cap. 12 p. 199-218. São Paulo: Editora da UNESP.

Pavanello, R.M. (1993). O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. Zetetiké. Campinas, SP, p.7-17.

Polya, G. (1997). *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Interciências.

Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação Matemática. (pp. 105-132). BOLEMA, 25.

Figura 1: Sólidos geométricos em Acrílico do Laboratório de Ensino de Matemática da UEPB





Fonte: Registro nosso

Figura 010: Alunos manipulando os sólidos e preenchendo a Ficha de Registro



Fonte: nossos registros

Figura 011: Alunos agrupando os sólidos geométricos.



Fonte: nossos registros

Figura 03: Alunas do Grupo 04 construindo os Poliedros de Platão

Figura 04: Formulação e resolução do problema referente à quarta atividade

Para uma amostra pedagógica, os professores de química e geometria resolveram se juntar para execução do projeto envolvendo o volume dos sólidos geométricos na produção de um perfume, as medidas dos componentes utilizados seria obtida através da cálculo de volume dos sólidos, para produção de 1 litro de perfume era necessário um cubo de essência, sendo o cubo, 6 cm de lado, qual a medida necessária?

dado: 1L

6 cm	6 cm	6 cm	$V_c = 6^3 (6 \cdot 6 \cdot 6)$
6 cm	6 cm	6 cm	$V_c = 216$
$V_c = l^3$			sendo assim a medida de essência necessária é de 216 ml.

Assim a questão pede bem o lado do cubo necessário é de 6 cm, para descobrir o volume aplica-se a fórmula lado ao cubo (l^3). Após substituição $6^3 = 216$ dando assim a resposta final.

Fonte: Registro da aluna