CONOCIMIENTO ARITMÉTICO PUESTO DE MANIFIESTO POR ALUMNOS DE PRIMARIA CUANDO INVENTAN PROBLEMAS

María Fernanda Ayllón[1], Encarnación Castro[2] y Marta Molina[2]

[1]Escuela de Magisterio La Inmaculada (Granada) y [2]Universidad de Granada

Resumen

La investigación que aquí se describe indaga en los procesos de pensamiento aritmético que presentan alumnos de los diferentes cursos de Educación Primaria cuando inventan problemas en una situación semiestructurada. A partir de una recogida de datos por medio de entrevistas y cuestionarios, estudiamos la concepción de problema y de la utilidad de los problemas de los estudiantes, y analizamos el tipo de enunciados que proponen atendiendo a la coherencia de los mismos, la estructura operatoria y el número de etapas.

Palabras clave: Conocimiento aritmético, Educación Primaria, invención de problemas, resolución de problemas

Abstract

The research study here reported investigates the arithmetic thinking processes evidenced by elementary students when posing problems in a semi-structured situation. Using data from interviews and a questionnaire, we study the student´s conception of problems and of their utility, and we analyze the type of problems formulated focusing on their coherence, their operative structure and their number of stages.

Keywords: Problem posing, problem solving, arithmetic knowledge, elementary education.

Introducción

La investigación en Educación Matemática ha determinado que la invención y la resolución de problemas están estrechamente vinculadas (Kilpatrick, 1987; Silver, 1994) y que la invención es una importante herramienta que ayuda en la instrucción sobre resolución de problemas proporcionando mayor comprensión a este desempeño. Ha sido copiosa la investigación sobre resolución de problemas por escolares de primaria (Castro, 2008), siendo más escasa la relativa a invención de problemas en los mismos niveles (Cruz, 2006). En este artículo no vamos a recoger todas las investigaciones (para ello consultar Castro, 2011), sino que nos vamos a centrar en el trabajo que estamos realizando. Presentamos una parte de una investigación que tiene entre sus principales objetivos c*aracterizar la actuación aritmética de estudiantes de educación primaria en un proceso de invención de problemas, planteada la tarea mediante una situación semiestructurada.*

Entre los objetivos específicos del trabajo destacamos los siguientes agrupados en tres bloques:

- *Bloque I, referido a las creencias de los estudiantes sobre los problemas escolares*. Describir las creencias de los estudiantes sobre: qué es un problema, para qué sirven los problemas, cuándo y dónde resuelven problemas, posibilidad de resolver

Ayllón, M. F., Castro, E. y Molina, M. (2011). Conocimiento aritmético puesto de manifiesto por alumnos de primaria cuando inventan problemas. En J. L. Lupiáñez, M. C. Cañadas, M. Molina, M. Palarea, y A. Maz (Eds.), *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática - 2011* (pp. 77-86). Granada: Dpto. Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.

los problemas de más de una forma, y elementos que hacen que un problema sea difícil.

- *Bloque II, referido a los elementos que componen el problema.*

  Clasificar los enunciados de los problemas inventados por los estudiantes en base a: su coherencia, su estructura semántica, su estructura operatoria, el número de preguntas formuladas, y el número de etapas involucradas en la resolución de los problemas inventados.

- *Bloque II, relacionado con el uso de los números.*

  Estudiar a qué conjunto numérico pertenecen los números que utilizan los estudiantes al inventar sus problemas y el número de cifras que tienen dichos números.

En esta comunicación nos centramos en las concepciones de los alumnos sobre los problemas y su resolución (bloque I) y la coherencia, estructura operatoria y número de etapas de los enunciados producidos por los estudiantes (bloques II).

Relato de la experiencia

Se han recogido datos empíricos de estudiantes de todos los cursos de educación primaria en dos etapas: una en el año 2001 y otra en el 2010. Los colegios a los que pertenecían estos estudiantes y el modo en que se recogieron los datos fueron diferentes en cada caso. En el año 2001 se realizó una entrevista semiestructurada a 27 estudiantes (4 alumnos en los cursos de 1º, 3º, 5º y 6º, 5 estudiantes de 2º curso y 6 estudiantes de 4º curso) después de haber realizado una sesión previa de preparación, en gran grupo, por cada curso. El análisis de dichas entrevistas nos ha proporcionado evidencias que hemos querido contrastar con una segunda recogida de datos. Para ello hemos procedido, en el año 2010, a una nueva recogida de datos a través de un cuestionario que hemos propuesto a 351 estudiantes de los cuales: 47 eran de 1º curso, 71 de 2º curso, 46 de 3º curso, 74 de 4º curso, 75 de 5º curso y 38 de 6º curso. Describimos a continuación, en detalle, cada una de estas etapas.

La recogida de datos realizada en 2001 constó de dos fases. Para la primera se elaboraron una serie de tarjetas a partir de folletos publicitarios en los que aparecían diferentes artículos con sus precios. Con este material se solicitó a un grupo de alumnos de cada curso de primaria que inventaran un problema de compraventa, que tuviera relación con las tarjetas elegidas, y lo resolviesen posteriormente. A continuación se les pidió que inventasen un problema que fuese más difícil que el anteriormente propuesto. Para la segunda fase se seleccionaron dos parejas de alumnos de cada uno de los cursos de educación primaria y se les realizó una entrevista semiestructurada compuesta de tres partes. En la primera parte, a las parejas de estudiantes entrevistadas se les formuló una serie de preguntas sobre qué es un problema, para qué sirve resolver problemas, si puede haber más de una forma de resolver un problema y cuándo un problema es difícil. El objetivo era obtener información sobre la concepción de los estudiantes sobre los problemas. En la segunda parte de la entrevista cada sujeto de la pareja debía de inventarse un problema, lo más difícil que pudiera, que habría de resolver su compañero y, posteriormente, el inventor del problema corregiría la solución dada por su compañero. Se trataba de obtener información sobre su habilidad tanto para inventar como para resolver problemas (supuestamente difíciles). En la tercera parte de la entrevista se les presentó una serie de problemas inventados por otros alumnos de educación primaria, para que valorasen la dificultad de los mismos. En este caso se perseguía obtener información de la consideración que tienen los alumnos sobre la dificultad de los problemas.

Para la segunda recogida de datos, realizada en 2010, se elaboró un cuestionario con el que tratamos de recoger datos que nos permitieran contrastar los resultados obtenidos en la primera etapa. Los estudiantes debían contestar a unas preguntas genéricas acerca de la noción de problema y de si consideraban que la resolución de problemas es importante. Seguidamente se les proponía que inventaran un problema que fuese difícil para sus compañeros, que justificasen por qué lo consideraban difícil y que lo resolvieran. El cuestionario finalizaba con la propuesta de tres o cuatro problemas (dependiendo del curso) en los que tenían que indicar si eran fáciles o difíciles y resolver aquellos que consideraran fáciles.

Algunos resultados de los análisis realizados

Mostramos a continuación parte del análisis realizado y de los resultados obtenidos en cada una de las etapas.

1ª Etapa (datos del año 2001)

A partir de la transcripción y visionado de los videos, se han realizado un análisis individual de cada entrevista y un análisis global del conjunto de las entrevistas, guiados por los tres bloques de objetivos anteriormente mencionados. Presentamos a continuación resultados relativos al análisis global de las concepciones de los alumnos sobre los problemas y su resolución, y al análisis de los enunciados producidos por los estudiantes.

Concepción de problema:

La Tabla 1 muestra las diferentes respuestas de los estudiantes, relativas a su concepción de problema, clasificadas según aluden a un problema en general, o precisan referirse a un problema matemático. Dicha tabla muestra que desde el 1º ciclo de la etapa educativa algunos estudiantes ponen de manifiesto considerar un problema como una situación o cuestión que han de resolver, predominando esta idea en 2º y 3º ciclo. Los alumnos que más expresan esta idea son los de 2º ciclo. Entre los estudiantes de 1º ciclo predomina la asociación de la idea de problema a la de realizar operaciones, la cuál también se manifiesta en algunos alumnos de 2º ciclo. Al analizar los problemas que inventan constatamos que los alumnos de 1º ciclo no ven necesario que un problema deba tener un planteamiento y una cuestión a responder, y consideran que la realización de operaciones aritméticas constituye un problema. Algunos alumnos de dicho ciclo dan un ejemplo como respuesta a la cuestión planteada (ver Tabla 1). Entre los estudiantes de 3º ciclo predomina la descripción de situaciones en las que se pueden resolver problemas.

Respuestas		**Ciclo**		
		1º	**2º**	**3º**
Problema				
Refuerzo de la memoria	J. L.**:** Para forzar tu memoria		*	
Planteamiento a resolver	J. N.: Una cosa que tienes que resolverla	*	*	
	C. R.: Son unas cuantas frases […] para que nosotros lo resolvamos			
	S. V.**:** Resolver algo		*	
	C. T.**:** Te piden que tú resuelvas una cosa		*	
	C. L.**:** […] lo que te preguntan y responderlo		*	

	Respuestas	Ciclo		
		1º	2º	3º
	E. L: Problema que tiene un chico y lo quiere resolver		*	
	L. S.: Cuando es un problema que tiene una persona lo mismo, que tienes que intentar arreglarlo con él…			*
	L. R.: Un problema algo que te pasa y lo resuelves			*
Problema matemático				
Descripción de situación	P. H.: Algo que tienes que hacer para saber lo que te da o lo que te falta…		*	
	J. S.: Algo que tienes que hacer para saber lo que te da o lo que te falta…		*	
	M. T.: en las tiendas […] vas calculando […]			*
	U. A.: […] vas a comprar alguna cosa, tienes dinero [...] y tienes que repartir			*
	L. R.: Los problemas de matemáticas son al final los problemas de la vida diaria			*
	I. G.: Es una cuestión en la que a ti te plantean, […] tú lo tienes que resolver, hallar cuánto te da			*
	L. S.: Y si es un problema de matemáticas, pues intentar pensar un poco a ver qué es lo que te quiere decir que hagas			*
Responder una pregunta mediante cuentas	A. T. Pregunta para resolverla con operaciones, para resolverla con cuentas		*	
	J. E.: […] te van planteando y tienes que ir sumando según sea el problema			*
	L. R.: […] un problema que te ponen cuentas y las resuelves			*
Realizar una operación aritmética	R. L.: Las sumas y restas	*		
	U. T: La suma	*		
	J. A.: Sólo la resta	*		
	P. H.: La suma, la división, la resta		*	
	L. I.: Una operación		*	
	A. T.: Aprender a hacer sumas y restas		*	
	C. R.: Aprender a hacer sumas y restas		*	
Ejemplo, sin descripción	I. S: por ejemplo, […]un hombre que iba a dar una vuelta en el barco y salió a las 11 y llegó a las 12 y teníamos que saber cuánto duró	*		
	T. C.: Un niño compró 8 lápices o lo que sea y… eran tres cajas con ocho lápices y teníamos que multiplicar tres por ocho	*		

Tabla 1. Clasificación de las respuestas[1] de los estudiantes por ciclo educativo sobre qué es un problema

Utilidad de resolver problemas:

En cuanto a la utilidad de resolver problemas, los alumnos se refieren al hecho de aprender para algo, aludiendo a cuatro tipos de aprendizaje:

[1] Dos estudiantes de 1er ciclo dicen que no saben responder a esa pregunta y a una pareja de 3er ciclo no se le formula la pregunta.

a) genérico: relacionan la resolución de problemas con el aprendizaje en general,

b) escolar: aluden a un beneficio escolar, a aprender a calcular mejor o pasar de curso,

c) social: se refieren a la contribución positiva de la resolución de problemas al ayudar a las personas a desarrollarse o al saber realizar adecuadamente acciones de compra-venta,

d) profesional: consideran que representan una ayuda para poder tener una profesión o trabajo.

La mayor parte de las respuestas corresponden a estudiantes de 2º ciclo. Un elevado número de respuestas cae en el bloque que hemos denominado social, seguido del escolar. Interpretamos este hecho como que estos estudiantes están muy concienciados de la importancia social de las matemáticas y que, además, éstas tienen un amplio reflejo en el trabajo escolar que vienen desarrollando.

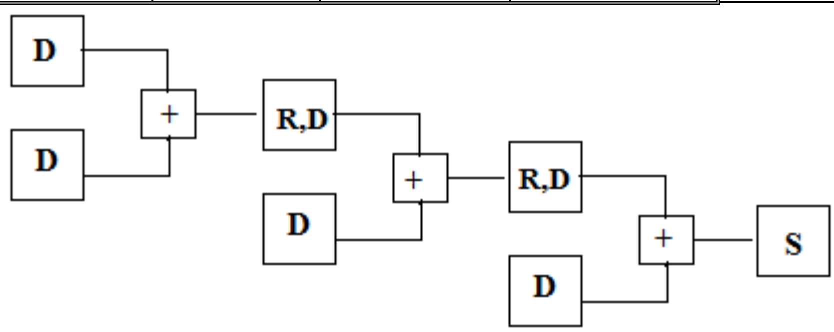
Respuestas		**Ciclo**		
		1º	**2º**	**3º**
Aprendizaje				
Genérico	U. T.: […] los problemas que hacemos… el maestro nos enseña	*		
	J. N.: para aprenderlos	*		
	L. R.: Para aprender			*
Escolar	J. N.: Para pasar de curso		*	
	U. T.: Para pasar de curso		*	
	P. H.: Para exámenes		*	
	A. T.: Para aprender una cosa más de matemáticas		*	
	C. R.: Para aprender una cosa más de matemáticas		*	
	L. I.: Aprender matemáticas		*	
	J. L.: Aprender y hacer […]multiplicar y dividir		*	
	E. L.: Aprender y hacer […]multiplicar y dividir		*	
	R. R.: […] tienes que hacer una cosa y no tienes calculadora, saber resolver problemas te sirve para solucionarlo			
Social	A. T.: Para de mayor aprender muchas cosas		*	
	C. T.: Para que no te timen		*	
	P. H.: Para que no te timen		*	
	C. T.: Para que luego puedas hacer cosas mayores		*	
	S. V.: Para que no te estafen		*	
	J. S.: Pues como ayuda, […] o para comprar y cosas así		*	
	C. L.: Hacerte mayor y ser independiente		*	
	C. N.: Para comprar	*		
	U. A.: Porque si no, sería uno un analfabeto y no sabría, nos engañan			*
	L. R.: Para cuando vas de compras saberte manejar bien con el dinero			*
	L. S.: Cuando vas a comprar tienes que ser hábil para saber cuánto dinero te han devuelto y ser rápida porque […]			*

	J. J.: Por ejemplo para cuando yo sea mayor, me pongan eso y yo no lo entienda, me pongan algo y yo no sepa lo que es, pues me serviría para hacerlo			*
	R. R.: […] cuando sea mayor saber resolver las cosas			*
	M. T.: Nos podrían engañar y todo			*
Profesional	J. S.: Ser médico o científico		*	
	A. T.: Tener trabajo		*	
	L. R.: Para desarrollarte			*

Tabla 2: Clasificación de las respuestas[2] de los estudiantes por ciclo educativo respecto a la utilidad de resolver problemas

Coherencia de los enunciados inventados:

Para analizar los problemas propuestos en la entrevista se ha organizado la información en fichas como la que se muestra a continuación. En ellas se recoge, entre otros elementos, la coherencia del enunciado compuesta de los siguientes factores: historia verosímil, datos numéricos, interrogante relación pregunta/datos; el tipo de problema y un esquema del mismo. El enunciado se considera coherente cuando todos estos factores están presentes.

Curso 2º	Estudiante T. C.				7 años
Problema 8	*En una tienda se han vendido 100 lápices, luego 20, después 999 y por último 393. ¿Cuántos lápices se han vendido en total?*				
Coherencia de Enunciado	Historia Verosímil	Datos Numéricos	Interrogante	Relación pregunta/datos	SÍ
	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	Comentarios PAEV compuesto 1 pregunta
Tipo de problema	Número etapas	Estructura Operatoria	Estructura Semántica	Tipo de Números	
	3	Aditiva	Cambio-unión	3cifras N	
Esquema teórico					

Estas fichas han permitido analizar los enunciados propuestos. En concreto, en relación con la coherencia del enunciado se ha observado que, excepto los cuatro estudiantes de 1^{er} curso, uno de 2º y uno de 4º, el resto enuncian problemas coherentes, que tienen solución a través del uso de los números dados en el problema, operándolos adecuadamente. La no coherencia de los enunciados señalados en los estudiantes de 2º y 4º curso es debida a una historia no verosímil que lleva a que no exista relación entre los datos y la pregunta que se hace en el problema (en uno de los casos) y a una falta de relación entre pregunta y datos en el otro.

[2] Dos estudiantes de 1^{er} ciclo no contestaron a la pregunta. A dos parejas de 1^{er} ciclo y una de 3^{er} ciclo no se les formuló la pregunta

Estructuras operatorias utilizadas y tipo de problema:

En la Tabla 3 desglosamos por cursos los datos recopilados relativos a la estructura operatoria y el número de etapas que presentan los enunciados inventados por los estudiantes. Aunque las producciones de los alumnos de 1º curso no se pueden considerar problemas, se han computado dos enunciados en los que se plantean operaciones aritméticas. En las producciones de los escolares de 2º curso predomina la estructura multiplicativa. Los alumnos de 3º curso inventan problemas que corresponden mayoritariamente a la estructura aditiva. En 4º curso no se recoge ningún enunciado aditivo. Es a partir de las producciones de los alumnos de 5º curso cuando aparece, casi de manera generalizada, la estructura multiplicativa junto con la aditiva en problemas de más de una etapa. Respecto al número de etapas se aprecia en la tabla 3 que en los diferentes ciclos inventan en cantidades similares enunciados de una y de más etapas.

Curso	Estructura aditiva		Estructura multiplicativa		Estructura aditiva-multiplicativa	Total
	1	+1	1	+1	(+1)	
1º	2 (100%)					2
2º		1 (33,33%)	2 (66,67%)			3
3º	1 (0,25%)	2 (50%)	1 (25%)			4
4º			3 (60%)	2 (40%)		5
5º			1 (25%)		3 (75%)	4
6º	2 (50%)				2 (50%)	4
Total	5	3	7	2	5	22

Tabla 3. Clasificación según la estructura operatoria y el número de etapas (1 o más de 1 etapas)

2ª Etapa (datos año 2010)

Describimos a continuación los resultados obtenidos en la segunda recogida de datos relativos a la utilidad de saber problemas y al análisis de los enunciados inventados por los estudiantes.

Utilidad de la resolución de problemas:

Las distintas respuestas de los estudiantes a la cuestión sobre la utilidad de resolver problemas las agrupamos en cuatro bloques, igual que se hizo en la 1ª etapa. La tabla 4 muestra el porcentaje de estudiantes que aludieron a cada uno de estos tipos de argumentos para justificar la utilidad de la resolución de problemas. Observamos en esta tabla que a lo largo de esta etapa educativa hay tres razones principales que justifican la dicha utilidad: la escolar, la social, y la genérica, en orden de frecuencia presentada. Los motivos profesionales aparecen con un porcentaje muy pequeño respecto de los anteriores.

Ciclo	Genérico	Escolar	Social	Profesional	Total
1º	54 (45%)	53 (44,17%)	9 (7,5%)	4 (3,33%)	100%
2º	27 (21,09%)	48 (37,50%)	48 (37,50%)	5 (3,91%)	100%
3º	25 (19,84%)	29 (23,02%)	65 (51,59%)	7 (5,56%)	100%
Total	106 (28,34%)	130 (34,76%)	122 (32,62%)	16 (4,28%)	374 (100%)

Tabla 4: Clasificación de las respuestas de los estudiantes respecto a la utilidad de resolver problemas

En el 1er ciclo, los bloques genérico y escolar son los que tienen mayor representación, seguidos del bloque social y laboral. Esto puede deberse a que en estas edades aún no se percibe el beneficio que la resolución de problemas aporta a quehaceres cotidianos y del mundo laboral. Las aportaciones recogidas del alumnado de 2º ciclo muestran la misma tendencia que al computar los resultados globales de toda la etapa educativa. La única salvedad es que equiparan la importancia escolar y social que conlleva la resolución de problemas. En el último ciclo de la etapa aparece en primer lugar el argumento social, seguido del escolar, el genérico y, por último, el profesional.

Coherencia del enunciado inventado:

Se recogieron entre todos los cursos un total de 350 invenciones[3]. Las producciones de los alumnos no son todas consideradas como problemas aritméticos, bien debido a no cumplir alguno de los requisitos necesarios para constituir un problema (recogidos en la ficha presentada) o bien porque consistían en una operación aritmética. Alrededor de 77% de los estudiantes (un total de 270) formularon problemas coherentes.

Al analizar los datos por cursos tenemos que los alumnos que porcentualmente inventaron más enunciados coherentes fueron los de 2º curso con un 85,92%. Muy cerca se encuentran los alumnos de 6º y 1º curso, con un 81,58% y 80,85% respectivamente, seguidos de los alumnos de 5º y 4º curso que inventaron un 78,67% y un 70,24% de problemas coherentes. Los estudiantes de 3º curso fueron los que menos enunciados coherentes inventaron con un 63%. Se aprecia que son los alumnos de 2º ciclo los que obtuvieron un éxito inferior respecto a los otros dos ciclos en sus invenciones. Llama la atención que el porcentaje de éxito es muy cercano entre los alumnos de los dos primeros cursos y el último.

Estructuras utilizadas y tipo de problema inventado:

Parte de la información que aportaron los enunciados coherentes se presenta en la Tabla 5. Las producciones de los alumnos de 1º son todas, excepto una, aditivas. En 2º curso, los alumnos inventan la mitad de los problemas aditivos y la otra mitad se reparte entre problemas multiplicativos y enunciados en los que se combinan ambas estructuras. En 3º curso la presencia de la estructura aditiva y la aditivo-multiplicativa[4] es casi la misma, cercana a un 30%, y los problemas exclusivamente multiplicativos aparecen en torno al 40%. En los problemas inventados por los estudiantes de 4º curso predomina la estructura aditiva, seguida de la aditiva-multiplicativa y, en menor proporción, los multiplicativos. Los alumnos de 5º curso formulan prácticamente el mismo número de

[3] Un alumno de 4º curso no inventó ningún problema.
[4] Usamos el término aditivo-multiplicativo cuando las dos estructuras operatorias están presentes en un mismo problema.

enunciados aditivo-multiplicativos que multiplicativos, estos datos son muy similares a los que recogemos de 6º curso. Se aprecia que la presencia exclusiva de la estructura aditiva va decreciendo considerablemente conforme avanzan los alumnos de curso, de manera que en 1º es casi la única que manejan y en 6º la que menos utilizan.

	Estructura aditiva		Estructura multiplicativa		Estructura aditiva-multiplicativa	
Curso	1	+1	+1	1	(+1)	Total
1º	34 (89,47%)	3 (7,89%)	1 (2,63%)	0 (0,00%)	0 (0,00%)	38(100,00%)
2º	24 (39,34%)	7 (11,48%)	18 (29,51%)	1 (1,64%)	11 (18,03%)	61 (100,00%)
3º	6 (20,69%)	3 (10,34%)	11 (37,93%)	1 (3,45%)	8 (27,59%)	29 (100,00%)
4º	12 (23,08%)	12 (23,08%)	11 (21,15%)	1 (2,92%)	16 (30,77%)	52 (100,00%)
5º	9 (15,25%)	3 (5,08%)	22 (37,29%)	2 (3,39%)	23 (38,98%)	59 (100,00%)
6º	1 (3,23%)	0 (0,00%)	10 (32,26%)	4 (12,90%)	16 (51,61%)	31 (100,00%)
Total	86 (31,85%)	28 (10,37%)	73 (27,04%)	9 (3,33%)	74 (27,41%)	270 (100,00%)

Tabla 5: Clasificación de las producciones según estructura operatoria y el número de etapas (una o más de una)

Respecto al número de etapas cuando los alumnos inventan enunciados en los que se utiliza más de una operación para resolverlos, prefieren formular problemas aditivo-multiplicativos. Esto sucede desde 2º curso. Cuando lo hacen utilizando sólo una estructura inventan más problemas aditivos que multiplicativos, excepto en 6º curso que es a la inversa.

Conclusiones

Los resultados de los datos recogidos en el año 2001 muestran que este grupo de alumnos distingue entre problema y problema matemático. Desde el 1er ciclo se pone de manifiesto que un problema requiere de una pregunta a la que se le ha de dar una respuesta. Los alumnos en la mayoría de sus respuestas utilizan la palabra resolver. Algunos cuando se refieren a problemas matemáticos identifican problema con operaciones (1º y 2º ciclo), varios estudiantes para dar respuesta a esta cuestión prefieren formular un problema (1er ciclo) y otros optan por describir situaciones problema (2º y 3er ciclo).

Los datos recogidos en el año 2001 ponen de manifiesto que estos estudiantes están muy sensibilizados con la importancia social de las matemáticas. Es elevado el número de alumnos que creen que saber resolver problemas matemáticos les permite que no les timen y convertirse en personas cultas. También contemplan la resolución de problemas como una tarea que forma parte de su aprendizaje, que les beneficia en su formación como personas y que les proporcionará un mejor futuro profesional. Los datos analizados en el año 2010 presentan algunos cambios. En esta ocasión para los alumnos priman más los motivos escolares que los sociales y genéricos y apenas, atribuyen importancia a las razones profesionales. Por tanto concluimos que los motivos sociales y escolares son los que tienen más relevancia, aunque los primeros abundan más en la primera recogida de datos y los segundos en la toma posterior. En cuanto a la coherencia de las invenciones que formularon los alumnos con la intencionalidad de que resultasen difíciles a sus compañeros, se observa que en las producciones del año 2001, los estudiantes de 1er curso no inventan enunciados en los que haya un planteamiento y un interrogante relacionados de manera coherente, que constituyan lo que consideramos un problema aritmético escolar. Aparecen situaciones variadas: se realiza una operación de suma, se hacen aproximaciones a un planteamiento, se plantea un interrogante para cuya respuesta no es necesario realizar cálculos ya que dicho interrogante no está relacionado con la cuantificación y, en caso de haber planteamiento y pregunta, no guardan relación entre sí. Es a partir del 2º curso cuando aparecen problemas con planteamiento y preguntas coherentes constituyendo el 74% de las producciones. Sin embargo, los alumnos que participan en esta investigación en el año 2010, inventan enunciados coherentes desde el 1º curso con un porcentaje superior al 80%, por lo que podemos afirmar que desde el comienzo de la etapa los niños tienen capacidad de inventar problemas matemáticos.

En cuanto a las estructuras utilizadas y al número de pasos, las invenciones correspondientes al año 2001 de una etapa requieren indistintamente de operaciones aditivas o multiplicativas. Este dato no coincide con el recogido en el año 2010, donde los alumnos de los cinco primeros cursos inventan más problemas aditivos que multiplicativos de un paso. Con estos resultados tan dispares, no podemos llegar a una conclusión en firme, pero entendemos que tienen capacidad para utilizar las dos estructuras operatorias. Los problemas de más de un paso aparecen desde 2º curso en la primera toma de datos y desde 1er curso en la segunda. Cuando los estudiantes inventan enunciados compuestos, en el año 2001, formulan primero enunciados aditivos (2º y 3º), después multiplicativos (4º curso) y finalmente combinan las dos estructuras operatorias (5º y 6º); a medida que avanzan de curso escolar van eligiendo estructuras más complejas. Sin embargo, en la recogida de datos de 2010 los estudiantes desde 2º curso optan por formular mayoritariamente problemas compuestos aditivo-multiplicativos. Por tanto, se constata que desde edades muy tempranas los niños combinan frecuentemente ambas estructuras operatorias.

Referencias

Castro, E. (2011). *La invención de problemas y sus ámbitos de investigación.* Presentado en el seminario de investigación "Pensamiento numérico y algebraico. Historia de la matemática y de la educación matemática", celebrado en Granada del 17 al 19 de Febrero de 2011.

Castro, E. (2008). Resolución de problemas. Ideas, tendencias e influencias en España. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y L. Blanco, (Eds.) *Investigación en Educación Matemática XII. Actas del XII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 113-140). Badajoz: Sociedad Extremeña de Educación Matemática "Ventura Reyes Prósper"/ Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.

Cruz, M. (2006). A Mathematical Problem–Formulating Strategy. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning.*

Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from? En A. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 123-147). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Silver, E. (1994). On Mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, *14*(1) 19-28.