

## CONHECIMENTO PROFISSIONAL DOCENTE E O ENSINO DE EQUAÇÃO: UMA REFLEXÃO BASEADA NA PRÁTICA

Marcia Aguiar; Karina Aguiar Alves; Alessandro Jacques Ribeiro  
[marcia.aguiar@ufabc.edu.br](mailto:marcia.aguiar@ufabc.edu.br); [karina.aguiar@aluno.ufabc.edu.br](mailto:karina.aguiar@aluno.ufabc.edu.br); [alessandro.ribeiro@ufabc.edu.br](mailto:alessandro.ribeiro@ufabc.edu.br)  
Universidade Federal do ABC - UFABC - Brasil

Núcleo temático: IV. Formação de professor de Matemática

Modalidad: CB

Nível educativo: 5 - Formação e atualização de ensino

Palabras clave: Conhecimentos docentes. Equação. Formação de professores. Prática docente.

### Resumo

*Essa comunicação aborda a reflexão sobre a prática de um professor de matemática, participante de um curso de formação continuada destinado a professores que ensinam matemática na educação básica. Os professores participantes do curso elaboraram planos de aula envolvendo o conceito de equação. Conjuntamente selecionaram um plano que foi desenvolvido por um professor cursista em uma sala de terceiro ano do ensino médio (16 - 17 anos) de uma escola pública de São Paulo, Brasil. Os professores, posteriormente, assistiram episódios dessa aula e refletiram coletivamente sobre o conceito de equação baseando-se nas dimensões: Fundamento, Transformação, Conexão e Contingência propostas pelo modelo de conhecimentos docentes intitulado The Knowledge Quartet. A escolha deste modelo se justifica pelo seu diferencial ao analisar a prática docente desde seu planejamento até a ação em sala de aula. A partir da reflexão coletiva, os professores participantes conseguiram identificar elementos constituintes de sua própria prática, bem como ampliar as conexões entre o conceito de equação e outros conteúdos matemáticos. Assim, notamos que este modelo pode ser uma ferramenta potencializadora do desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática.*

### Introdução

Esta comunicação está inserida numa pesquisa de mestrado, em desenvolvimento, de autoria da segunda autora e sob a orientação dos outros dois autores. A investigação empreendida no mestrado busca investigar os significados mobilizados por professores que ensinam matemática quando esses elaboram e desenvolvem aulas sobre o conceito de equação na educação básica, tendo os perfis conceituais como uma estratégia de ensino.

Com o intuito de apresentar e desenvolver estratégias de ensino baseados nesta nova abordagem, realizou-se intervenções no curso de extensão “O ensino de álgebra para a

*educação básica*”, a qual foi destinado a professores que ensinam matemática. Neste curso fora apresentado o modelo do perfil conceitual de equação como uma possibilidade de estratégia de ensino e, em seguida, os participantes do curso elaboraram planos de aula sobre o conceito de equação considerando algumas zonas do perfil conceitual. Foi possibilitado ainda um momento em que os professores refletiram coletivamente sobre episódios de aulas videogravadas ministradas por dois professores participantes do referido curso.

Neste trabalho, analisou-se as reflexões realizadas coletivamente a respeito de episódios da aula videogravada de apenas um dos professor. Para isso, utilizou-se o modelo *The Knowledge Quartet* (KQ). A escolha deste modelo se justifica pelo seu potencial ao analisar a prática docente desde o seu planejamento até a ação na sala de aula.

À vista disso, esse trabalho compromete-se a investigar os significados mobilizados por professores que ensinam matemática quando esses refletem sobre episódios de aula que foram videogravados. Destaca-se que a elaboração, aplicação e análise do plano de aula foram desenvolvidos pelo grupo e que, o objetivo do plano de aula era abordar o conceito de equação a partir de seu significado geométrico, ancorado no modelo de perfil conceitual de equação (Ribeiro, 2013).

Devido a restrições de estrutura desta comunicação, não será abordado o perfil conceitual de equação como estratégia de ensino elaborada e aplicada pelo professor participante, mas sim, o desenvolvimento do artigo se concentrará nas análises oriundas da exibição de um dos episódios ministrados sob as lentes teóricas e analíticas do KQ.

### **Referencial Teórico: *The Knowledge Quartet***

Para a análise dos episódios foi utilizado o modelo KQ que categoriza os eventos de sala de aula de matemática com enfoque na associação e utilização, pelo professor, dos conhecimentos que ele possui sobre determinados conteúdos matemáticos e como o professor os utiliza em sala de aula como oportunidades potencializadoras de ensino.

O KQ fora proposto pela primeira vez no ano de 2002 e tinha como principal objetivo investigar a natureza do conhecimento do professor que ensinava matemática em disciplinas de acompanhamento de estágios supervisionados. A propositura deste estudo residiu na premissa de que “o conhecimento do conteúdo matemático para o ensino não está localizado

na mente dos professores, mas sim, é realizado através da sua prática de ensino.” (Hegarty, 2000; Mason; Spense, 1999 apud Rowland, 2013, p.17).

A partir das aulas filmadas, os professores supervisores, os estudantes e uma equipe de pesquisa envolvida na análise dessas aulas elaboraram uma lista com 17 códigos para auxiliá-los na categorização e emergência dos conhecimentos associados. Em Rowland (2008) os 17 códigos foram reagrupados, a partir de suas convergências, em 4 dimensões e, com isso, o KQ passa a ser composto por quatro dimensões denominadas: *Fundamento*, *Transformação*, *Conexão* e *Contingência*.

A primeira dimensão *Fundamento* é a que agrupa os conhecimentos e as crenças dos professores. Essa dimensão engloba os pressupostos relacionados ao conhecimento, compreensão e recorrências àquilo que foi aprendido em sua escolarização e em sua formação inicial, de forma intencional ou não. A sua principal distinção das outras três dimensões reside na concepção do conhecimento que o professor possui, independente de saber se tal conhecimento será objeto de uso ou não em sala de aula. A escolha pela primazia dessa dimensão encontra-se em seu protagonismo com relação às demais dimensões, como destacam os autores, uma vez que, a junção desses conhecimentos acadêmicos e pessoais, possibilitaria ao professor a escolha de estratégias pedagógicas de forma mais fundamentada.

As três dimensões restantes, ao contrário da primeira, referem-se a formas e a contextos em que o conhecimento é mobilizado na preparação e na condução das aulas. Essas dimensões concentram-se no conhecimento *em ação* e *na ação*, como pode ser visto no planejamento e na execução das aulas.

A segunda dimensão é a *Transformação* e seu embasamento consiste na definição do domínio do conhecimento especializado do conteúdo (SCK) proposto por Ball, Thames e Phelps (2008). Nessa dimensão considera-se como característica inerente aos conhecimentos docentes, o conhecimento para o ensino, ou seja, não basta o professor deter o conhecimento sobre determinado conteúdo para si mas, principalmente, espera-se que o professor consiga tornar esse conhecimento ensinável, utilizando para isso diferentes estratégias de ensino.

Na dimensão *Conexão* encontra-se a coerência do planejamento utilizado pelo professor na promoção do pensamento dedutivo e conexionista entre os conteúdos matemáticos.

Relacionado com a integridade do conteúdo matemático na mente do professor e sua gestão no discurso matemático na sala de aula, a nossa concepção de coerência inclui a *sequência* de tópicos de instrução entre as aulas, incluindo a ordenação de tarefas e exercícios. Em grande medida, estas refletem escolhas que envolvem não apenas o conhecimento das conexões dentro da própria matemática, mas também a consciência das demandas cognitivas relativas a diferentes tópicos e tarefas. (Turner & Rowland, 2011, p. 201, *tradução nossa*)

A última dimensão, *Contingência*, refere-se à postura e à conduta do professor em relação aos eventos ocorridos em sala de aula que não foram previstos em seu planejamento. Como relatam os autores, “enquanto o estímulo - as ações pretendidas pelo professor - podem ser planejadas, as respostas dos alunos não podem.” (Turner & Rowland, 2011, p. 202). Utilizando estudos do início da década de 1990, os autores consideram esses movimentos inesperados por parte dos estudantes como propulsores para um sequenciamento e estruturação de uma aula. Os autores também destacam que essa habilidade, de reconhecer uma resposta fornecida por um aluno, como uma oportunidade de engajamento para aula não é comum em professores iniciantes.

Assim, como o objeto dessa comunicação é investigar os significados mobilizados por professores que ensinam matemática quando esses refletem sobre episódios de aula que foram videogravados, toma-se esse referencial para a análise dos dados produzidos em nosso estudo.

### **Produção, Análise e Discussão dos dados**

Toma-se uma perspectiva de pesquisa qualitativa e interpretativa (Esteban, 2010) como fundamento teórico-metodológico desse estudo, o qual foi realizado com treze professores participantes do curso de extensão já citado anteriormente. Foram selecionados nove episódios de uma aula ministrada por um deles, o John, na qual se intentava analisar como se dava a mobilização dos códigos constituintes das dimensões do KQ. Por razões de estrutura da comunicação, será apresentada a análise de apenas um episódio intitulado “*Inclinação*”.

As observações e análises dos episódios selecionados foram norteadas por um roteiro (Anexo A) que continha onze questões que versavam sobre os códigos constituintes de cada dimensão do KQ. A seleção dos episódios baseou-se na noção de Powell, Francisco e Maher (2004), que consideram que

(...) *eventos* podem ser descritos como sequências conectadas de expressões e ações que, dentro do contexto de nossas - *a priori* ou *a posteriori* - questões de pesquisa, requerem explicação por nós, pelos estudantes ou por todos. (Powell, Francisco & Maher, 2004, p. 104, ênfases no original)

Essa análise será iniciada com uma breve apresentação da aula de Jhon, a qual fora ministrada a uma turma de 3º ano do ensino médio (17-18 anos), com 35 estudantes divididos em grupos de até 4 membros. Cabe destacar que essas orientações estavam no plano de aula (Anexo B) que foi elaborado e selecionado, colaborativamente pelos participantes do curso, para ser desenvolvido em sala de aula. Fora distribuído para cada grupo de estudantes uma folha com a tarefa impressa. Como recomendação, contida no plano de aula, Jhon revisitou alguns conceitos que poderiam ser úteis para a resolução da atividade proposta. Será apresentado o episódio no qual Jhon discute com os estudantes a noção de inclinação da reta.

#### **Quadro 1:** transcrição do episódio *Inclinação*

**P:** E inclinação? Pode falar o que vem a cabeça de vocês...

**E1:** Mais inclinado...

**P:** Mais inclinado. Mas o que é esse ser inclinado? Mais inclinado?

**E2:** Uma coisa assim [estudante desenha uma diagonal no ar]

**P:** Uma coisa mais... diagonal? O que mais?

**E3:** Hã... se aproximando do chão, no caso.

**P:** Se aproximando do chão... mas se estiver subindo? Pode?

**E:** Pode.

**P:** Então a gente pode dizer que é algum *detalhezinho* ali que vai direcionar essa reta, por exemplo. Posso falar assim? Se eu quiser saber uma inclinação da reta, eu consigo descobrir?

**E:** Consegue.

**P:** Consigo?

**E:** Consegue.

**P:** Vocês conseguem lembrar como?

**E2:** É... tem a ver com o grau.

**E3:** *iô ô mi xô xô* [  $(y - y_0 = m(x - x_0))$  ]

**P:** Vocês conseguem lembrar disso que ele falou?

**E:** O quê? O quê? Fala aí de novo...

**P:** *iô iô mi xô xô*... já ouviram falar disso?

**E:** Não!

- E3:** A gente viu isso bimestre passado... [Professor escreve na lousa a fórmula]  
**E:** Ah! Isso sim...!  
**E4:** Eu não lembro disso chamar *iô iô*.  
**P:** É então... isso daqui é pra gente achar o quê? [apontando para lousa] O coeficiente angular?  
**E4:** Não lembro disso.

**Fonte:** Dados da pesquisa

Após a exibição deste episódio, os professores individualmente preencheram o roteiro e houve uma conversa com todo o grupo refletindo sobre a postura e as escolhas metodológicas que Jhon tomou para abordar o tema. Os professores concordaram que Jhon respeitou as etapas propostas no plano de aula e que propiciou uma aula dialogada.

Em relação às respostas apresentadas nos roteiros, os professores concordaram que Jhon demonstrou possuir o conhecimento do conteúdo matemático abordado e que ele não cometeu nenhum erro conceitual, assim como, também destacaram o uso de uma terminologia acessível aos estudantes. Essas características são contempladas pela dimensão *Fundamento* proposta pelo KQ que contempla os códigos de consciência do propósito, conhecimento do conteúdo. Ainda sob esse enfoque, 4 dos 13 professores levantaram que Jhon demonstrou certa dependência de procedimentos ao explicar a equação da reta usando a fórmula  $y - y_0 = m(x - x_0)$ , como escreveu o professor P9.

Figura 1: Resposta do professor P9

Você identificou uma relação de <b>dependência dos procedimentos</b> usados pelo professor no decorrer do episódio de aula?	<i>sim, ao mostrar a inclinação através da fórmula.</i>
---	---

**Fonte:** Dados da pesquisa

Quando questionados como Jhon mobiliza seus conhecimentos durante a ação e como ele demonstra a transição dos conhecimentos matemáticos para uma abordagem mais eficaz de ensino, encontrou-se entre os professores a concordância de que Jhon realizou essas representações transitórias de forma satisfatória. A análise desse tipo de postura é contemplada pelos códigos: *escolha de exemplos* e *escolha das representações*, oriundos da dimensão *Transformação*.

Figura 2: Resposta do professor P9

O professor escolheu <b>exemplos</b> para a abordagem do conteúdo matemático? Cite-os, em caso afirmativo.	Continuou com o exemplo no plano cartesiano
--	---

Fonte: Dados da pesquisa

Quando os professores são questionados sobre a existência de interações entre as ideias dos alunos e as do professor Jhon, todos concordaram que houve essa interação. Durante a exibição do episódio, destacou-se o momento em que Jhon apresenta a fórmula da equação da reta, já que alguns estudantes recorreram à “macetes linguísticos” para decorar a fórmula, enquanto para outros, não havia ficado claro sobre o que se estava discutindo. Os professores destacaram a postura de Jhon ao se aproveitar de todas as oportunidades para dialogar com os estudantes e, que mesmo se utilizando de uma abordagem de ensino não tão rígida, Jhon cumpriu com agenda estipulada.

Fora apresentado alguns indícios que demonstraram a mobilização e o reconhecimento dos códigos do KQ como pertencentes a dinâmica da atuação do professor em sala de aula. Nota-se a partir das discussões e dos protocolos selecionados que a dimensão de *Fundamento* é a que mais se destaca na análise dos professores. A noção de que o conteúdo matemático é preponderante ao ensino ainda é muito cristalizada no discurso dos participantes. Com relação a dimensão *Transformação*, os professores reconhecem as tentativas de Jhon ao traçar exemplos e analogias entre os conceitos trabalhados e sua formalização mas se restringem a reconhecer e a confirmar as escolhas realizadas por Jhon, não propondo nenhum tipo de intervenção diferente mais contextualizada.

Compreende-se e fora trazido para discussão o fato de Jhon não ser o professor titular desta turma e que, além disso, esteve em uma situação hipotética de ensino, desempenhando um plano que fora construído e selecionado colaborativamente. Tais características podem tê-lo influenciado em sua atuação, assim como no desempenho dos estudantes. Destaca-se que, em nenhum momento, tinha-se a intenção de analisar seu desempenho e/ou seu conhecimento sobre o assunto no sentido de julgá-lo, mas sim, de utilizar sua atuação como uma situação propulsora de discussões acerca das dinâmicas da prática docente.

## Conclusões e Considerações Finais

A observação de episódios no curso de formação continuada se mostrou uma ferramenta de análise e reflexão colaborativa com muitas potencialidades. Nenhum dos participantes havia tido uma aula filmada e nem analisada. A proposta de se observarem em atuação, de colocar o professor como protagonista do processo de ensino, foi enriquecedora e validada, pelos professores cursistas, como atividade necessária em um curso de formação continuada.

As análises dos episódios despertaram um sentimento solidário entre os professores e a empatia gerada através das reflexões e da atuação fica evidente no decorrer das discussões e nos protocolos.

Vale ainda destacar que, embora não se tenha abordado nesta comunicação, as dimensões de *Conexão* e *Contingência*, tais dimensões também foram investigadas nesse estudo. Nota-se que não houve uma apropriação por parte dos professores das características dessas dimensões. Eles limitaram-se a reconhecer exemplos e conteúdos matemáticos abordados. Como por exemplo, no trecho da aula de Jhon, um estudante diz que poderia encontrar a inclinação da reta por meio do grau. Jhon ignora a resposta e destaca a resposta correta de outro estudante. Neste momento, Jhon poderia ter discutido que a inclinação da reta é a tangente do ângulo agudo que essa reta faz com o eixo x e que poderia ter visualizado isso geometricamente. Entende-se que Jhon perdeu oportunidades de traçar relações e conexões entre conteúdos já abordados, trazer referências entre propriedades geométricas simples e suas representações algébricas.

Trazer situações reais de ensino para discussão em cursos de formação continuada proporciona aos participantes a oportunidade de se observarem em atuação não com olhos críticos, mas sim com um olhar analítico. Trazer a sala de aula para os professores e não levar os professores à sala de aula se mostrou um caminho muito profícuo a reflexão coletiva.

## **Referências Bibliográficas**

- Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, Thousand Oaks, 59, 389-407.
- Esteban, M. P. S. (2010). *Pesquisa qualitativa em Educação: Fundamentos e tradições*. (M. Cabrera Trans.). 19ª ed. Porto Alegre: AMGH.

- Powell, A. B., Francisco, J. M. & Maher, C. A. (2004). Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento de idéias e raciocínios matemáticos de estudantes. (A. Olimpio Junior Trans.). *Bolema*, Rio Claro, 17(21), 81-140.
- Ribeiro, A. J. (2013). Elaborando um perfil conceitual de equação: desdobramentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática. *Ciência & Educação*, Bauru, 19(1), 55-71.
- Rowland, T. (2008). Researching teachers' mathematics disciplinary knowledge. In P. Sullivan and T. Wood (Eds.) *International handbook of mathematics teacher education: Vol. 1. Knowledge and beliefs in mathematics teaching and teaching development* (p. 273–298). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Rowland, T. (2013). The Knowledge Quartet: The genesis and application of a framework for analysing mathematics teaching and deepening teachers' mathematics knowledge. *Sisyphus: Journal of Education*, Lisboa, 1(3), 15-43.
- Turner, F. & Rowland, T. (2011). The Knowledge Quartet as an organizing framework for developing and deepening teachers' mathematics knowledge. In *Mathematical knowledge in teaching* (p. 195-212). Netherlands: Springer.

## ANEXOS

### ANEXO A

<b>Roteiro</b>
----------------

1. Você percebeu o **conhecimento do conteúdo** do professor no episódio assistido? Cite um “momento particular” da aula em que você identificou isso.
2. Você identificou **erros conceituais** no decorrer do episódio de ensino? Em caso afirmativo, cite-os.
3. O professor usou uma **terminologia adequada e/ou linguagem acessível** aos estudantes no episódio de ensino? Em que momentos você percebeu isso?
4. Você identificou uma relação de **dependência dos procedimentos** usados pelo professor no decorrer do episódio de aula?
5. O professor escolheu **diferentes representações** (tabular, gráfica, algébrica, língua natural) no decorrer do episódio de aula? Identifique-as, em caso afirmativo.
6. O professor escolheu **exemplos** para a abordagem do conteúdo matemático? Cite-os, em caso afirmativo.
7. Você percebeu **conexões** entre conceitos matemáticos no episódio de aula? Quais?
8. Destaque as **interações** ocorridas entre o professor e as ideias dos estudantes, se houveram.
9. O professor aproveitou as **oportunidades** oferecidas no desenvolvimento do **planejamento** em sala de aula para dialogar com os estudantes?
10. Houve **desvio da agenda** planejada? Se sim, identifique.

11. Quais foram os *insights* do professor, em relação ao **conteúdo e/ou recursos didáticos** que você viu no episódio de aula?

## ANEXOS B

### Plano de Aula para o 3º ano do Ensino Médio

#### **I. Plano de Aula: Equações**

#### **II. Dados de Identificação:**

Professor (a): P1, P2, P3 e P4

Disciplina: Matemática

Série: 3º ano – Tempo 100 min

Decidiu-se pelo terceiro ano a partir do currículo escolar da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo.

#### **III. Tema e Objetivo:**

Através da Resolução de um problema, significar com os alunos os pontos no plano cartesiano, equação da reta, encontro de retas.

**IV. Conhecimentos prévios:** equação da reta, plano cartesiano, coeficiente angular, declividade do segmento.

**V. Desenvolvimento do tema:** Propor aos alunos a resolução do seguinte problema:

(IBMEC) Uma Operadora de telefonia quer instalar uma antena para a transmissão da tecnologia 4G que atendam 4 (quatro) cidades: Cuiabá, Brasília, Salvador e Fortaleza, porém para conseguir atender estas 4 cidades esta torre de transmissão terá que ficar exatamente, conforme a seguir:

- A distância entre a torre de transmissão e a cidade de Cuiabá terá que ser igual à distância entre a torre e a cidade de Brasília.
- Assim como terá a mesma distância da torre entre a cidade de Fortaleza e a Cidade de Salvador

Considerando as coordenadas abaixo, a localização da estação deverá ser em que

ponto:

A – Cuiabá (0,0)

B - Brasília (50,0)

C – Salvador (60,30)

D- Fortaleza (30,60)

Após a leitura do problema o professor deverá juntamente com os alunos entender o que o problema pede, após realizado o entendimento do problema, deverá ser:

colocado no plano cartesiano as cidades considerando sua localização dada no problema.

Os alunos terão que perceber que para atender ao primeiro requisito a torre deverá estar em qualquer lugar na mediatriz dos pontos A e B e o mesmo entre a mediatriz dos pontos C e D.

Após o entendimento que os pontos estarão nas mediatrizes deverá ser compreendido que a Torre estará no encontro destas duas retas.

Após este entendimento o professor então perguntará aos alunos como encontrar então a mediatriz, ou o que é a mediatriz entre 2 pontos, para assim conseguir resolver o problema primeiramente achando o ponto médio, para posteriormente descrever a equação da reta mediatriz e igualar as equações para encontrar o ponto da instalação da Torre.

A seguir a solução do problema:

Vamos chamar de M, o ponto médio do segmento  $\overline{AB}$

$$M = \left( \frac{0 + 50}{2}, \frac{0 + 0}{2} \right) = (25, 0)$$

Como o segmento  $\overline{AB}$  é horizontal e sua mediatriz é perpendicular a ele, passando pelo

ponto M. Retas verticais são do tipo  $x=x_0$ , portanto a mediatriz é  $x=25$ .  
Vamos nomear o ponto médio de  $\overline{CD}$  é N

$$N = \left( \frac{60 + 30}{2}, \frac{30 + 60}{2} \right) = (45, 45)$$

O coeficiente angular é dado por  $n = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a}$ , portanto temos que a declividade de  $\overline{CD}$  é dada por:

$$n = \left( \frac{60 - 30}{30 - 60} \right) = \left( \frac{30}{-30} \right) = -1$$

O coeficiente angular da mediatriz de  $\overline{CD}$  é  $n_1 = -\frac{1}{n}$ , então:

$$n_1 = -\frac{1}{-1} = 1$$

A equação da reta é dada por  $y - y_0 = m(x - x_0)$

Portanto a equação da reta da mediatriz é dada por:

$$y - 45 = 1(x - 45)$$

$$y - 45 = x - 45$$

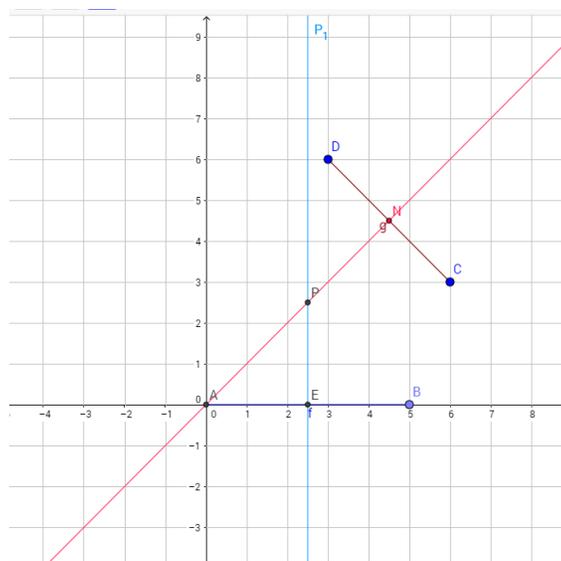
$$y = x$$

Temos assim o sistema de equação:

$$\begin{cases} x = 25 \\ y = x \end{cases}$$

Portanto  $y=25$

O ponto P que a torre deverá ser instalada é P(25,25)



**VI. Recursos didáticos:** quadro, giz, apagador, caderno, lápis, borracha

**VII. Possíveis dificuldades dos alunos:** Interpretar o problema bem como Entender graficamente a situação problema.

**VIII. Relação com outros conteúdos:** O conteúdo aqui trabalhado será fundamental para a compreensão de outros tipos de problemas envolvendo encontro de retas, gráfico, e geometria analítica e álgebra linear.

**IX. Referencias Bibliograficas:**

Dante, 2011 – Matemática – Contexto e Aplicações, pag.68