

## UM ESTUDO SOBRE OS CONHECIMENTOS DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO DAS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS

Isabel Campos Barroso – Maria Elisa Esteves Lopes Galvão  
isabelcbarroso@gmail.com – elisa.gal.meg@gmail.com  
Colégio Pedro II/ Brasil – Universidade Anhanguera de São Paulo/ Brasil

Núcleo temático: Formação de professores de Matemática.

Modalidade: Comunicação Breve.

Nível educativo: 5. Formação e atualização docente

Palavras chave: Transformações geométricas; Formação de professores; Conhecimento para o Ensino.

### Resumen

*Apresentaremos reflexões preliminares de uma investigação que busca identificar conhecimentos relevantes para o ensino das transformações geométricas com vistas a favorecer a atuação profissional de professores de Matemática em início de carreira. O suporte teórico da pesquisa está ancorado na literatura sobre o ensino e aprendizagem das transformações geométricas (Grenier, 1988; Jahn, 1998; Bulf, 2008) e nos estudos teóricos sobre o conhecimento do conteúdo para o ensino (Shulman, 1986; Ball et al., 2008). O estudo envolveu 21 professores da rede pública do Rio de Janeiro, participantes de um programa de formação continuada. A proposta de formação foi orientada pelo design experiment. A fase prospectiva voltou-se para a presença das transformações geométricas em pesquisas, ementas dos cursos de Geometria da formação inicial, orientações curriculares e livros didáticos direcionados ao Ensino Básico. As informações sobre a formação inicial dos participantes e sua atuação em sala de aula com relação às transformações geométricas orientaram a fase de experimentação. As atividades sobre transformações geométricas utilizando desde material manipulável até um software de geometria dinâmica possibilitaram observar o conhecimento dos participantes sobre o conteúdo e discutir as possibilidades de utilização dos vários recursos para o trabalho em sala de aula.*

### Introdução

O ensino de Geometria, até a primeira metade do século passado, era realizado na abordagem tradicional da Geometria Euclidiana, de forma dedutiva e se dava somente a partir das séries finais do Ensino Fundamental (Imenes, 1987; Kaleff, 1994). O Movimento da Matemática Moderna (MMM), que chegou ao Brasil no início da década de 60, propôs mudanças no ensino da Matemática, dando ênfase aos aspectos estruturais da Matemática, à linguagem simbólica e à teoria dos conjuntos. Houve uma tentativa de geometria ‘intuitiva’, nas séries

iniciais, e ‘formalizada’, nas finais, mas o que ocorreu é que os alunos passaram a ser apenas informados a respeito de certas propriedades das figuras, “*nem descobrem tais propriedades fazendo experiências, nem chegam a elas fazendo deduções*” (Imenes, 1987, p. 57). Segundo Pavanello (1993), além da influência do MMM, outros fatores como a expansão da rede escolar associada à formação insuficiente de professores, tanto quantitativa como qualitativa, veio a configurar um quadro de ausência do ensino de geometria na maior parte das escolas públicas brasileiras. Contudo esta posição secundária dada à geometria não foi uma realidade vivida apenas no Brasil. Em países como Portugal, Espanha e outros desse entorno cultural, nos anos 70 e 80, o seu ensino reduziu-se a uns poucos conhecimentos básicos de Geometria plana e espacial e algumas fórmulas para o cálculo de áreas e volumes (Veloso, 1998; Thaqi, 2009).

Desde os anos 90, no entanto, vem crescendo o número de pesquisas que investigam possibilidades de mudar esse quadro, delineando alternativas para a superação dos problemas apontados no ensino de Geometria (Andrade & Nacarato, 2004; Nunes, 2010) e indicam o crescente número de trabalhos utilizando a Geometria Experimental, a Geometria Dinâmica e as Transformações Geométricas.

A inclusão das transformações geométricas no estudo de conceitos geométricos vem sendo enfatizada por orientações curriculares tanto no Brasil como em outros países.

O estudo das transformações isométricas (transformações do plano euclidiano que conservam comprimentos, ângulos e ordem de pontos alinhados) é um excelente ponto de partida para a construção das noções de congruência. As principais isometrias são: reflexão numa reta (ou simetria axial), translação, rotação, reflexão num ponto (ou simetria central), identidade. Desse modo as transformações que conservam propriedades métricas podem servir de apoio não apenas para o desenvolvimento do conceito de congruência de figuras planas, mas também para a compreensão das propriedades destas. (BRASIL -PCN, 1998, p. 124)

Partimos do pressuposto que as inovações curriculares esbarram na formação inicial do professor, assim torna-se necessário formar o professor adequadamente para aplicar as propostas. Portanto consideramos que para este tópico chegar até a escola básica é preciso desenvolver junto ao professor de matemática conteúdos especializados para esse ensino. O ganho com essa formação, além de torná-lo apto a aplicar as orientações curriculares, permitirá uma visão mais integrada da geometria.

Buscamos com esta pesquisa resposta as seguintes questões:

- Como está a formação do professor em relação às Transformações Geométricas?

- Como as transformações geométricas aparecem nas orientações curriculares, livros didáticos e pesquisas já realizadas?
- Quais as contribuições do processo de formação o conhecimento profissional do professor?

Esta pesquisa, ainda em andamento, tem como objetivos examinar as contribuições do processo de formação sobre transformações geométricas realizado com um grupo de professores de Matemática participantes do Programa de Residência Docente do Colégio Pedro II. Buscamos identificar os conhecimentos necessários para o ensino das transformações geométricas na Educação Básica. Além disso, pretendemos estimular a sua utilização para a resolução de problemas, propiciando uma reflexão, com o grupo de professores em início de carreira, sobre possibilidades de atividades que explorem as transformações geométricas. Utilizamos desde papel e lápis, materiais manipulativos até softwares de geometria dinâmica em busca dos conhecimentos necessários ao professor para que este se sinta preparado para realizar este tipo de trabalho junto a seus alunos.

### **As Transformações Geométricas e a Formação de Professores**

No interior das sociedades de Educação Matemática o ensino de Geometria vem passando por um processo de valorização e de mudanças de concepções, mas a prática, vivida pelo professor em sala de aula, assim como a formação inicial dos professores, ainda necessita ser repensada (Leivas, 2009). As inovações curriculares não têm produzido os efeitos esperados porque o estudo da Geometria na formação inicial do professor de Matemática precisaria também ter acompanhado essas mudanças para suprir as dificuldades que os professores enfrentam para trabalhar com conteúdos de Geometria, especificamente as transformações geométricas.

Tempera (2010) realizou estudo junto a estudantes da Licenciatura em Portugal a fim de caracterizar os conhecimentos de Geometria antes, durante e no fim do curso. Observou que os professores possuíam conhecimentos muito elementares, ao iniciar o curso e apesar de apresentar avanços após terem frequentado unidades curriculares desta área no decorrer do curso, ainda não eram considerados significativos. Para Harper (2003), embora o estudo das transformações geométricas seja um tópico importante no currículo de matemática dos EUA, há evidências de que tanto os alunos como os futuros professores não entendem os conceitos

de reflexão, rotação e translação. Sendo, portanto imperativo abordar esse conteúdo na formação matemática dos professores.

No Brasil, Mabuchi (2000) analisa pesquisas que tratam da incorporação das transformações geométricas no ensino fundamental e tece uma reflexão sobre como esse tema deveria ser incorporado à formação de professores. Conclui que o conhecimento matemático é fundamental para apoiar qualquer prática docente, assim como analisar aspectos relacionados ao ensino e aprendizagem, tais como os professores entenderem a forma como os alunos aprendem.

### **Fundamentos teóricos**

Nosso estudo está ancorado em duas vertentes, sobre as transformações geométricas (Grenier, 1988; Jahn, 1998; Bulf, 2008) e a formação profissional do professor de Matemática e os saberes docentes (Shulman, 1987; Ball et al, 2008; Nóvoa, 2009; Llinares, 2013) que juntas devem orientar o desenvolvimento da intervenção a ser realizada na formação continuada e sua posterior análise de dados. Grenier (1988) investiga em particular a simetria ortogonal, por ser uma noção familiar e possuir uma dimensão cultural. Considera que a simetria ortogonal ocupa um lugar privilegiado entre as outras isometrias, pois ela gera as rotações, translações e reflexões com deslizamento, que podem ser descritas como composições de duas ou três simetrias ortogonais. Analisa as variáveis didáticas suscetíveis de desafiar as concepções dos alunos, tais como complexidade da figura, presença ou ausência de malha quadriculada, posição e distância do eixo e se há ou não interseção da figura com o eixo.

Jahn (1998) examinou as dificuldades apresentadas pelos alunos no tratamento dado às transformações geométricas na passagem do Collège, quando as transformações operam sobre as figuras de um ponto de vista local, para o Lycée, tratadas de um ponto de vista global, como funções que agem sobre pontos do plano. As transformações geométricas podem ser abordadas inicialmente como um movimento, isso fica implícito quando dizemos que duas figuras geométricas podem se sobrepor por um movimento. O trabalho com transformações deve ir se aperfeiçoando como uma ação no plano do ponto de vista pontual até passar para uma aplicação de um ponto global. Para Jahn (1998) essa última abordagem raramente é trabalhada nas escolas, essa ideia da figura geométrica como um conjunto de

pontos e a ação da transformação sobre esse conjunto precisa ficar mais clara para se chegar ao conceito de transformação do plano no plano que leva uma figura em outra figura e à ação da transformação sobre o plano todo.

Bulf (2008) toma por objeto os efeitos da simetria axial na aprendizagem de outras isometrias planas. Estuda os efeitos da realidade e de aspectos culturais sobre a aprendizagem visto que a simetria faz parte do cotidiano e indaga se essas noções cotidianas funcionam como alavanca ou não para o estudo de outras isometrias. Além disso analisa fatores que podem influir que podem influir de forma positiva ou negativa na identificação mais rápida de uma simetria axial, como por exemplo a posição do eixo ser vertical, horizontal ou inclinado.

Para os estudos sobre o conhecimento profissional do professor nos apoiaremos em Shulman (1986) e suas categorias do conhecimento do professor: conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico e conhecimento pedagógico de conteúdo e Ball et al (2008) que refinaram as categorias de Shulman para o conhecimento matemático para o ensino da matemática, definindo subdomínios do conhecimento pedagógico e destacando um conhecimento que não está contido neste, o conhecimento especializado do conteúdo. A contribuição do conhecimento pedagógico e específico consiste em compreender como os professores devem conhecer o conteúdo com a intenção de usá-lo em sua prática. Uma das conjecturas apontada pelos autores está na possível melhoria das oportunidades de os professores aprenderem matemática para ensino na medida em que seja possível identificar tais tipos de conhecimentos e habilidades mais claramente.

As pesquisas voltadas para a formação dos professores buscando a compreensão dos conhecimentos necessários para ensinar destacam a prática na produção dos saberes docentes (Nóvoa, 2009). Nesse sentido a construção desse conhecimento não se esgota na formação inicial, sendo um processo permanente que visa o desenvolvimento do olhar de maneira profissional. Segundo Llinares (2013), a competência docente “mirar profissionalmente” apoia-se na relação dialética entre o conhecimento da matemática para o ensino e o discurso gerado na resolução de tarefas profissionais. Para Llinares (2013) a identificação das tarefas profissionais é importante tanto por identificar os contextos nos quais o professor usa o conhecimento, selecionando as tarefas adequadas, quanto pelo reconhecimento da influência do contexto na maneira que usa o conhecimento.

## Aspectos metodológicos

Participaram desta pesquisa 21 professores do Programa de Residência Docente (PRD) do Colégio Pedro II. O PRD foi concebido para oferecer a professores já formados, mas em início de carreira, atuantes na rede pública de ensino do Estado do Rio de Janeiro, uma experiência de formação continuada. A escolha por realizar a pesquisa no PRD se deveu ao fato da pesquisadora ser professora do Colégio Pedro II, mas principalmente pelas características peculiares dos sujeitos da pesquisa. Para mapear a formação dos professores em relação às transformações geométricas foram analisadas: as ementas dos cursos de Licenciatura das universidades públicas do Rio de Janeiro, os dados obtidos por uma entrevista na forma de questionário e uma ficha diagnóstica, com atividades.

O questionário teve duas partes, uma voltada para a formação inicial do professor e outra, na qual houve a pretensão de compreender se e como os professores trabalham com as transformações geométricas nas suas aulas de matemática.

A ficha diagnóstica contou com dois tipos de atividades. A primeira apresentou vários logotipos, conhecidos da maioria dos participantes por serem veiculados em algum tipo de mídia ou no dia a dia. A proposta foi que indicassem quais daqueles logotipos apresentam simetria e que tipos de simetria são identificados. A segunda atividade do diagnóstico, composta de cinco questões de Geometria retiradas da OBMEP<sup>40</sup> teve por objetivo observar se os residentes utilizaram alguma transformação geométrica para facilitar a resolução.

Para o planejamento da experiência de ensino, além dos dados da formação inicial dos residentes foram analisadas as experiências já realizadas com transformações geométricas encontradas em pesquisas na área, as recomendações curriculares oficiais para o ensino das transformações geométricas, tanto do Brasil quanto de outros países, assim como dos livros didáticos aprovados pelo PNLD<sup>41</sup> a fim de verificar como as recomendações são atendidas e como o assunto é abordado nas obras didáticas. Trabalhamos com atividades que evidenciem a compreensão de como professores em início de carreira interagem e argumentam sobre tópicos de transformações geométricas, tendo a participação ativa da pesquisadora na construção dessas concepções junto aos residentes, observando-os de perto. Revisar o que os aprendizes dizem e fazem na tentativa de compreender suas realidades matemáticas é uma parte essencial de uma experiência de ensino.

Essa experiência foi desenvolvida na forma de um minicurso com atividades sobre transformações geométricas, que transcorreu em 5 encontros de 3 horas cada. As atividades

---

<sup>40</sup> Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas

<sup>41</sup> Plano Nacional do Livro Didático

foram escolhidas de forma a contemplar diversos recursos, tais como: dobraduras, recortes, geoplano e o uso de um software de geometria dinâmica. Foram recolhidas as folhas de atividades e os encontros foram gravados em áudio e vídeo para registro da participação dos professores residentes. O minicurso apontou para duas direções: aprimorar o conhecimento específico do conteúdo pelo professor e investigar, por meio da discussão das atividades, quais as contribuições deste estudo para o seu trabalho futuro, identificando conhecimentos pedagógicos para o seu ensino. Dessa forma, pretende-se ampliar o conhecimento adquirido nos cursos anteriores de Geometria e refletir sobre alternativas para trabalhar esse conteúdo em sala de aula. Cabe salientar que o que se quer investigar não é a sequência de atividades, mas compreender como os participantes aprendem, discutem e elaboram as sequências didáticas para levar à sala de aula. Os participantes tiveram também oportunidades de criar situações e discutir modos de interação entre os aprendizes de modo que as hipóteses fundamentadas na leitura e experiência possam ser validadas ou refutadas, pela observação da aprendizagem e argumentação dos participantes.

### **Considerações Finais**

Esta pesquisa encontra-se na fase de análise da experiência de ensino, ainda em andamento. Podemos apontar algumas considerações sobre o que já foi investigado. É possível observar, com base no levantamento feito das pesquisas sobre o tema, o grande interesse que as transformações geométricas têm despertado em termos de pesquisa. Também constatamos que este tópico tem estado presente, no Brasil, nas orientações curriculares desde 1930, havendo também ênfase no seu ensino em países como Portugal, França, Espanha e USA.

Da análise dos livros didáticos pode-se observar que as coleções aprovadas no PNLD seguem as orientações dos PCN. O sequenciamento, tratamento e distribuição dos conteúdos relacionados ao tema variam. Pode-se notar que eles predominam nos livros do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental. Além disso, há uma ênfase na simetria e na reflexão axial, em detrimento às outras transformações isométricas como a translação e a rotação, ainda pouco abordadas.

Da análise das ementas dos cursos de Licenciatura é possível perceber que hoje, pelo menos nas universidades públicas, examinadas nesta pesquisa, todas contemplam cursos de Geometria. No entanto as transformações geométricas ainda não estão presentes com a



devida ênfase nas ementas desses cursos. Quando constam, fazem parte do curso de Desenho Geométrico ou de disciplinas denominadas Laboratório ou Prática de ensino.

Temos consciência que a tarefa não é simples e que ainda há muito trabalho a analisar. Esperamos que as observações que venham a surgir a partir desta pesquisa sejam uma contribuição para futuras inovações na compreensão dos conhecimentos que precisam ser trabalhados na formação inicial ou continuada do professor de forma que as transformações geométricas cheguem à sala de aula.

### Referencias bibliográficas

- Andrade, J. A., & Nacarato, A. M. (2004). Tendências didático-pedagógicas para o ensino de geometria: um olhar sobre os trabalhos apresentados nos ENEMs. *Educação Matemática em Revista*, 11(17), 61-70.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of teacher education*, 59, n. 5, 389-407.
- Brasil, S. (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental*. Brasília: MEC/SEF.
- Bulf, C. (2008). *Etude des Effets de la Symetrie Axiale sur la Conceptualisation des Isometries Planes et sur la Nature du Travail Geometrique au College*. Paris: Universite Paris Diderot.
- Florentini, D., & Lorenzato, S. (2006). *Investigação em Educação Matemática: Percursos Teóricos e Metodológicos* (3ª ed.). Campinas: Autores Associados.
- Grenier, D. (1988). *Construction et étude du fonctionnement d'un processus d'enseignement sur la symétrie orthogonale en sixième*. Grenoble: Université Joseph Fourier.
- Harper, S. (2003). Enhancing Elementary Pre-service Teachers' Knowledge of Geometric Transformations through the use of Dynamic Geometry Computer Software. *Technology and Teacher Education Annual* (pp. 2909-2916). New Mexico, EUA: Association for the Advancement of Computing in Education .
- Imenes, L. M. (1987). A geometria no primeiro grau: experimental ou dedutiva? *Revista de Ensino de Ciências*, (19), 55-61.
- Jahn, A. (1998). *Des transformations des figures aux transformations ponctuelles: étude d'une séquence d'enseignement avec Cabri-Géomètre*. Grenoble: Université Joseph Fourier.
- Kaleff, A. M. (1994). Tomando o ensino da Geometria em nossas mãos... *Educação Matemática em Revista*, (2), 19-25.
- Kilpatrick, J. (2008). A Higher Standpoint. *ICME 11* (pp. 26-43). Proceedings.
- Leivas, J. C. (2009). *Imaginação, Intuição e Visualização: a Riqueza de Possibilidades da Abordagem Geométrica no Currículo dos cursos de Licenciatura em Matemática*. Curitiba: Universidade Federal do Paraná.
- Llinares, S. (2013). El desarrollo de la competencia docente 'mirar profesionalmente' la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *Educar em Revista*, 50, 117-133.
- Mabuchi, S. (2000). *Transformações geométricas: a trajetória de um conteúdo ainda não incorporado às práticas escolares nem à formação de professores*. São Paulo: PUC.



- Nóvoa, A. (2009). Para uma formação de professores construída dentro da profissão. Em A. Nóvoa, *Professores: imagens do futuro presente* (pp. 25-46). Lisboa: Educa.
- Nunes, C. B. (2010). *O Processo Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problemas: perspectivas didático-matemática na formação inicial de professores de matemática*. Rio Claro: UNESP.
- Pavanello, R. M. (1993). O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências. *Zetetiké: Revista de Educação Matemática*, (1), n. 1, 7-18.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, 15, n. 2, 4-14.
- Thaqi, X. (2009). *Aprender a enseñar transformaciones geométricas en primaria desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Universidade de Barcelona.
- Veloso, E. (1998). *Geometria: temas actuais*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.