

## NÚMEROS E INTERVALOS DE ESPACIO EN MEDIDAS DE LONGITUD

Gómezescobar Camino, Ariadna – Fernández-César, Raquel  
[Ariadna.gomez@alu.uclm.es](mailto:Ariadna.gomez@alu.uclm.es) – [Raquel.FCezar@uclm.es](mailto:Raquel.FCezar@uclm.es)  
UCLM, España

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos

Modalidad: CB

Nivel educativo: Educación Infantil

Palabras clave: medida de longitud, números, intervalos, Educación Infantil

### Resumen

*Este estudio muestra cómo los niños de 4 a 6 años interpretan los números e intervalos de espacio en la regla cuando miden longitudes. Se han diseñado cuatro reglas ad-hoc que se emplean en una muestra de 103 estudiantes de dos escuelas de Toledo (España). La muestra se caracteriza respecto a conservación y medida con regla estándar, resultando que ni conservan ni utilizan la regla estándar correctamente a pesar de haber recibido instrucción sobre ello. Con nuestras reglas ad-hoc probamos que los números dificultan la medida de longitud y que las unidades discretas incluidas en la regla ayudan a los niños y niñas a interpretar los intervalos espaciales en la misma. Proponemos estas reglas como andamiaje para conceptualizar los números y los intervalos en la medida de longitud mediante la regla, y se recomienda su uso antes de introducir las reglas estándar.*

### Introducción

La medida conecta el mundo abstracto de los números con el mundo concreto de los objetos, de ahí la importancia de la medida tanto en las matemáticas y la ciencia como en la vida diaria (Levine, Huttenlocher, Ratliff y Dietz, 2009). La longitud es la magnitud que primero se enseña en la escuela y sirve como fundamento para otras formas de medida, por ello la importancia de conocer las concepciones del alumnado sobre esta magnitud.

Sin embargo, a la hora de enseñar la longitud, se produce lo que Chamorro y Belmonte (1991) denominan la *aritmétización* de la medida, fenómeno por el cual la instrucción se centra más en los números que en el razonamiento sobre el proceso de medir y su conceptualización.

Una comprensión completa de la medida implica tener adquirido previamente un pensamiento tanto conservativo como transitivo, y esto no se consigue en los niños antes de los 7 años, según Piaget (Piaget, Inhelder y Szeminska, 1960). Por lo tanto, si seguimos con

estas premisas, no cabría esperar que niños menores de 7 años o que no hubieran adquirido la conservación y la transitividad, pudieran medir correctamente. Sin embargo existen estudios (Boulton-Lewis, 1987; Carpenter y Lewis, 1976; Clements, 1999; Hiebert, 1981), que muestran que los niños resuelven tareas básicas de medida sin haber alcanzado la conservación y/o la transitividad con edades diferentes.

Desde una perspectiva Vygotskiana, se pueden asumir las herramientas de medida como instrumentos culturales que los niños prefieren y usan significativamente. Si preguntamos a los niños si saben medir con regla, suelen responder que sí; sin embargo, una muestra piloto indica que esto no es del todo cierto.

Por otro lado, estudios recientes (Cullen y Barrett, 2010; Kamii, 2006; Levine et al., 2009; Solomon, Vasilyeva, Huttenlocher y Levine, 2015) señalan la dificultad que encuentran los niños de entre 5 y 8 años para interpretar el significado de los números e intervalos de la regla. Al parecer, las tendencias mayoritariamente mostradas a la hora de medir son contar las marcas de la regla o leer el número coincidente con el extremo del objeto, lo que muestra que no se interpretan adecuadamente los espacios, y tampoco los números de la regla. Estos últimos, en lugar de proporcionar un soporte favorable a la consecución del objetivo, les confunden.

Estos estudios utilizan material gráfico y no manipulativo, por lo que se alejan de lo que constituiría una situación de medida real. Es por ello que en el presente estudio se pretende: comprobar si la conservación está adquirida en niños escolarizados de 4 a 7 años; determinar la interpretación que estos niños hacen de los intervalos y de los números al medir la longitud con reglas preparadas y objetos reales; averiguar el tipo de estrategia que utilizan para medir, e identificar las empleadas en las mediciones exitosas. También nos proponemos analizar la posible influencia de factores socioculturales como el sexo y el origen familiar, y explorar si hubiera algún cambio entre los niños de 5-6 y 6-7 años, al encontrarse ahí el cambio de etapa de Educación Infantil a Primaria en España.

### **Método**

Se realiza un estudio transversal de una muestra compuesta por alumnado de educación infantil y primaria. Se emplean tanto métodos cuantitativos como cualitativos, pues el estudio es exploratorio en cuanto a la adquisición de la conservación, a las medidas con las distintas

reglas, y al análisis de las estrategias de medida empleadas, y se emplean porcentajes para cuantificar los resultados.

### Participantes

Los participantes son 103 alumnos (50 niñas) de dos colegios públicos de la provincia de Toledo (España). Del total de la muestra, 13 alumnos tienen origen inmigrante (12,5%). Se definen tres grupos de edad: segundo (N=38) y tercer grado (N=30) de Educación Infantil (4-5 años y 5-6 años) y primero de Educación Primaria (6-7 años; N=35). Se eligen estos grupos de edad para estudiar el cambio de etapa de Educación Infantil a Primaria por entender que conlleva cambios (González, Muñoz y Zubizarreta, 2011) que pueden afectar a los niños en el aspecto que nos ocupa y porque en la bibliografía consultada (Boulton-Lewis, 1987; Clements, 1999; Hiebert, 1981; Piaget et al., 1960) se indica que para medir correctamente los niños deben tener adquiridos los conceptos de conservación y transitividad, los cuales se alcanzan en torno a los 7 años.

### Materiales

Para el estudio de la conservación se utilizan dos bandas de cartulina (ver procedimiento). Para el estudio de los intervalos y de los números en la regla, se diseñan 4 reglas ad-hoc con unidades arbitrarias. Estos instrumentos se basan en estudios previos (Cullen y Barret, 2010; Levine et al., 2009; Solomon et al., 2015) sobre medida, los cuales identifican distintas problemáticas derivadas de la presencia de números e intervalos de espacio en las herramientas de medida. Por ello, tanto números como intervalos, se separan (ver figura 1). Las reglas son numeradas de 1 a 4 según el siguiente convenio:

- 1NUM: regla con marcas numeradas
- 2MAR: regla con marcas
- 3DUNUM: regla con unidades discretas numeradas
- 4DU: regla con unidades discretas

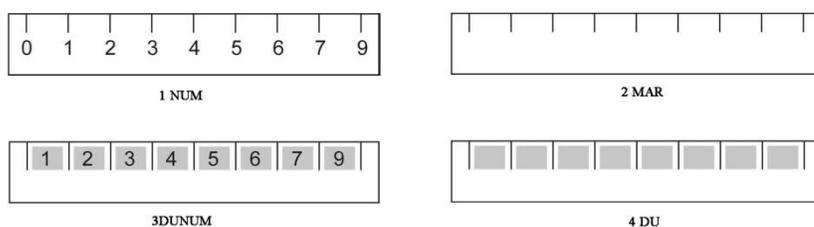


Figura 1. Reglas ad-hoc

## Procedimiento

Se entrevista y graba a cada alumno individualmente. Para evitar interferencias con el uso de las reglas ad-hoc, estos la conservación y la medida con la regla estándar se tratan al final de la entrevista. Para estudiar la conservación se muestran dos bandas de igual longitud alineadas y se les pregunta si son iguales, después una de las dos se desplaza y se vuelve a preguntar (Piaget et al, 1960). Para la medida con regla estándar se les da una banda de 8 cm de longitud y se les pide que la midan libremente. Después la entrevistadora coloca la banda en el cero de la regla y les vuelve a preguntar.

Con las reglas ad-hoc se les pide que midan dos objetos de 4 y 5 unidades (L4 y L5) que se sitúan en posiciones no alineadas con el cero, generalmente en la marca del 2. Se les pregunta *¿cuánto mide?* y *¿cómo lo has sabido?* La última cuestión permite determinar qué estrategia de medida utilizan.

Para evitar el posible aprendizaje derivado de los distintos intentos, se proponen cuatro secuencias distintas (ver tabla 1).

Tabla 1

*Secuencias en las reglas ad-hoc*

<i>Secuencia</i>				
A	1NUM	2MAR	3DUNUM	4DU
B	2MAR	1RMA	4DU	3DUNUM
C	3DUNUM	4DU	1NUM	2MAR
D	4DU	3DUNUM	2MAR	1NUM

## Análisis estadístico

Los datos se analizan con Statistical Package for Social Sciences, SPSS, v. 22. La posible asociación entre respuestas correctas y factores como la secuencia, sexo u origen familiar se analiza con test no paramétricos, tras comprobar la no normalidad de la distribución de aciertos respecto de esos factores.

En cuanto a las estrategias adoptadas por los niños a la hora de medir, se definen las siguientes categorías (Cullen & Barrett, 2010):

- Punto final (EP): los niños leen el número cerca del extremo del objeto
- Contar marcas (CT): los niños cuentan las marcas de la regla
- Contar intervalos (INT): los niños cuentan los intervalos situados entre dos marcas consecutivas
- Otros (OTH): los niños dicen algo distinto a las anteriores categorías o no dicen nada

## Resultados

### Conservación

La mayoría de la muestra no presenta un pensamiento conservativo: 0% del grupo de 4 años, 3.3% del grupo de 5 años y 14.3% del grupo de 6 años son los porcentajes de conservación. Se produce asociación entre conservación y edad ( $\chi^2(2,103)=7,186; p=.028$ ).

### Medida con reglas ad-hoc

Los objetos L4 y L5 se miden con cada una de las reglas ad-hoc en las distintas secuencias que se indican en la tabla 1. El test de Kruskal-Wallis descarta la asociación entre la secuencia utilizada y el porcentaje de respuesta correcta ( $\chi^2(3, N=103)=1.842, p=.61$ ). La tabla 2 muestra el porcentaje de respuestas correctas por grupo de edad. No se encuentra asociación entre la edad y el porcentaje de respuesta correcta (test de Kruskal-Wallis;  $\chi^2(3, N=103)=2.363, p=.50$ ).

Tabla 2

*Porcentajes de respuesta correcta con las reglas ad-hoc*

	1NUM	2MAR	3DUNUM	4DU	TOTAL
4-5 años	4.0	6.6	6.6	26.3	10.9
5-6 años	8.4	16.7	13.4	35.0	18.4
6-7 años	7.2	8.6	28.6	42.9	21.8
Total	6.4	8.8	16.0	34.5	16.4

Mediante el test U-Mann Whitney se descarta la asociación entre las respuestas correctas y el factor sexo ( $U=1,306.0, p=.90$ ), y entre aquellas y el origen familiar ( $U=576.5, p=.93$ )

### Estrategias

La tabla 3 muestra las justificaciones de los alumnos a sus respuestas de medida. Se analiza la posible asociación entre dar la respuesta correcta y el empleo de una regla determinada mediante el test de Kruskal-Wallis. Se obtiene que acertar no muestra asociación con las reglas 1NUM ( $\chi^2(2, N=103)=5.58, p=.06$ ) y 2MAR ( $\chi^2(2, N=103)=7.32, p=.03$ ). Sin embargo, sí la muestra para las reglas 3DUNUM y 4DU ( $\chi^2(3, N=103)=20.10, p=.00$ ;  $\chi^2(2, N=103)=29.93, p=.00$ )

Tabla 3

*Porcentaje de estrategias utilizadas en las respuestas correctas para las reglas ad-hoc*

% respuesta correcta	EP	INT	CT	OTH
----------------------	----	-----	----	-----

1NUM	16.3	0	32.5	51.3
2MAR	0	16.1	67.9	16.1
3DUNUM	0	75.3	5.9	24.5
4DU	0	77.5	4.5	18.0

### Discusión

Nuestros resultados respecto al pensamiento conservativo muestran que éste se asocia con la edad. Por lo tanto, respecto a nuestro interés en la posible influencia de la transición de infantil a primaria, podemos decir que en este estudio transversal se observa un cambio monótono y ascendente con la edad en cuanto a conservación, y que medir correctamente no se ve afectado por la misma: independientemente de la edad, el porcentaje de aciertos en la medida es muy bajo. Por lo tanto, puede decirse que la enseñanza en la escuela ha tenido un efecto positivo sobre la conservación. Respecto a la medida con las reglas ad-hoc, la instrucción no influiría en su manejo, pues no son como las reglas convencionales por lo que no son familiares para los niños y no han sido entrenados en su uso durante su etapa escolar. Respecto al uso de las mismas, no se muestra asociación entre la edad y el éxito en las mediciones, y tampoco entre porcentaje de respuesta correcta y conservación.

Las reglas con mayor porcentaje de respuesta correcta (34.5% y 16%) son las que contienen unidades discretas 4DU y 3DUNUM, respectivamente. Podemos suponer que la inclusión de estas unidades discretas ayuda a construir el concepto de intervalo de longitud como objeto con entidad en sí mismo. Para las reglas sin unidades discretas embebidas, 2MAR y 1NUM, los porcentajes de acierto disminuyen (8.8% y 6.4% respectivamente). Pensamos que puede ser debido a que al carecer del soporte gráfico para el intervalo, que es visible en las otras dos reglas, a los niños les es más difícil asignar entidad a estos. No los consideran como unidades iterables, al aparecer ahora como distancias entre las marcas, y por tanto como espacios sin objeto en el interior. La regla con marcas numeradas 1NUM es la que más se asemeja a la regla estándar, y con la que se obtiene el porcentaje de éxito más bajo.

Atendiendo a los porcentajes de éxito en la medida de longitud con las reglas construidas para este estudio, se propone la siguiente secuencia en el aprendizaje de la medida, previo a la introducción de la regla estándar: 4DU-3DUNUM-2MAR-1NUM, persiguiendo que el niño interiorice qué es y qué supone un intervalo antes de introducir los números.

En cuanto a los factores sociales sexo y origen familiar, para esta colección de datos no se asocian con el acierto en las mediciones.

Respecto a las estrategias empleadas por los niños, se produce asociación entre la estrategia utilizada y el éxito en la medición cuando las reglas contienen unidades discretas, 4DU y 3UDNUM. La estrategia más utilizada con estas reglas es la de contar intervalos, INT, usándose en un 77.5% con la primera, y un 75.3% con la segunda. Las unidades embebidas en los intervalos de la regla suponen un soporte visual que facilita el conteo, y por lo tanto el uso de una estrategia (INT) que les lleva al éxito a la hora de medir. Las estrategias que los niños utilizan con las reglas sin unidades discretas incrustadas en los intervalos, 2MAR y 1NUM, no guardan relación con los aciertos. Cabe destacar que el 51.3% de las estrategias en la regla 1NUM reúne repuestas no matemáticas englobadas en la categoría OTH. La mayoría corresponden al grupo de 4 años, y podría explicarse porque estos niños se encontrarían en un estado en el que simplemente actúan, pero aún no son capaces de describir su acción oralmente, siguiendo el esquema de Miarale (1984) para la adquisición del conocimiento matemático.

### **Conclusión**

La mayoría de los niños de 4 a 7 años de nuestra muestra no presenta un pensamiento conservativo, sin embargo, éste sí está asociado con la edad.

Éstos niños no advierten la importancia de la posición del objeto respecto a la regla cuando están midiendo, y como consecuencia, no hacen un uso correcto de ésta. Coincidimos con Solomon et al. (2015) en que los números de los instrumentos de medida les dificultan las mediciones, ya que a menudo tienden a leer el número más cercano al extremo del objeto sin preguntarse de dónde parte éste último.

Mediante el uso de las reglas ad-hoc diseñadas para este estudio, se observa que el uso de unidades discretas sobrepuestas a los intervalos en las reglas conduce a un mayor éxito a la hora de medir. El hecho de contar los intervalos (INT) parece estar relacionado con un concepto clave en la medida definido por varios expertos (Chamorro & Belmonte, 1991; Kamii, 2006): la iteración de la unidad. Así la medida se interpretaría como una acumulación de distancia de principio a fin del objeto a medir, en lugar de una mera lectura del extremo final coincidente con el objeto.

Por otro lado, factores como el sexo o el origen familiar no tienen influencia sobre los aciertos en las mediciones con las reglas ad-hoc. El cambio de etapa tampoco representa un hito destacable en estos aciertos.

A menudo, la enseñanza de la medida de longitud pasa de la manipulación de unidades discretas a la medida con instrumentos estándar sin transición alguna y en ocasiones, los alumnos carecen de la base cognitiva para desarrollar esta transición. Por esto, proponemos el uso de nuestras reglas ad-hoc, las cuales separan números e intervalos. Primero se propone el uso de la regla con intervalos (4DU), la cual facilita la identificación de las unidades; después la regla con unidades discretas numeradas (3DUNUM), el hecho de introducir números no debe asociarse con un mero etiquetado, si no como acumulación de distancia. La tercera regla que se sugiere, es la regla con marcas (2MAR), los intervalos específicos desaparecen para estar representados por la distancia entre dos marcas consecutivas. Y por último, la regla con marcas numeradas (1NUM), similar a una regla convencional.

### Referencias bibliográficas

Boulton-Lewis, G. (1987). Recent cognitive theories applied to sequential length measuring knowledge in young children. *British Journal of Educational Psychology*, 57(3), 330-42.

Carpenter, T. P. y Lewis, R. (1976). The development of the concept of a standard unit of measure in young children. *Journal for research in Mathematics Education*, 7, 53-58.

Chamorro, M. C. y Belmonte, J. M. (1991). *El problema de la medida: Didáctica de las magnitudes lineales*. Madrid, España: Síntesis.

Clements, D. H. (1999). Teaching length measurement: Research challenges. *School Science and Mathematics*, 99(1), 5-11.

Cullen, C. y Barrett, J. E. (2010, July). *Strategy use indicative of an understanding of units of length*. Paper presented at the 34th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics in Education, Belo Horizonte, Brazil.

González, J. A., Muñoz, M. P. E. y Zubizarreta, A. C. (2011). Metáforas de la transición: la relación entre la escuela infantil y la escuela primaria y la perspectiva de futuros docentes de educación infantil. *Educación XXI*, 14(1), 135.

Hiebert, J. (1981). Cognitive development and learning linear measurement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 12(3) 197-211.

Kamii, C. (2006). Measurement of length: How can we teach it better? *Teaching children mathematics*, 13 (3), 154-158.

Levine, S. C., Kwon, M., Huttenlocher, J., Ratliff, K. R. y Dietz, K. (2009). Children's understanding of ruler measurement and units of measure: A training study. In N. A. Taatgen & H. van Rijn (Eds.), *Proceedings of the 31st Annual Conference of the Cognitive Science Society* (pp. 2391–2395). Austin, TX: Cognitive Science Society.

Mialaret, G. (1984). *Las matemáticas: cómo se aprenden, cómo se enseñan: un texto base para psicólogos, enseñantes y padres*. Ed: Visor.

Piaget, J., Inhelder, B. y Szeminska, A. (1960). *The child's conception of geometry*. New York: Basic Books.

Solomon, T. L., Vasilyeva, M., Huttenlocher, J., y Levine, S. C. (2015). Minding the gap: Children's difficulty conceptualizing spatial intervals as linear measurement units. *Developmental psychology*, 51(11), 1564-1573.