

## **DISEÑO DE UN CURSO DE FORMACIÓN EN LÍNEA PARA INTRODUCIR LA MODELIZACIÓN COMO HERRAMIENTA DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS**

Irene Ferrando – Carlos Segura – Marta Pla-Castells

[irene.ferrando@uv.es](mailto:irene.ferrando@uv.es) – [carlos.segura@uv.es](mailto:carlos.segura@uv.es) – [marta.pla@uv.es](mailto:marta.pla@uv.es)

Departament de Didàctica de la Matemàtica – Universitat de València – España

Núcleo temático: Formación del profesorado en Matemáticas

Modalidad: CR

Nivel educativo: Medio o Secundario

Palabras clave: modelización, formación continua, Educación Secundaria Obligatoria

### **Resumen**

*Pese a que, durante los últimos años, la modelización se ha incorporado progresivamente en los currículos como un contenido más que puede ayudar a los alumnos a entender dar sentido a contenidos matemáticos abstractos en contextos reales, la incorporación de la modelización en las aulas de secundaria es todavía escasa. Esto se debe, en otras razones, a las dificultades de los profesores para utilizar la modelización como herramienta de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Las necesidades de los profesores para superar estas dificultades han sido analizadas en detalles en diversos estudios y, en base a los resultados de éstos, hemos diseñado, en el marco de un nuevo centro de formación de profesores del ámbito STEM (acrónimo en inglés de Science, Technology, Engineering and Mathematics), un curso de formación en línea en que pretendemos dar a los profesores de Educación Secundaria las claves para iniciarse en el uso de la modelización en sus clases. El objetivo de esta comunicación es presentar el diseño y los resultados de este curso de formación.*

### **Introducción y objetivos**

Durante los últimos años se promueve, desde diferentes organismos internacionales, el uso de la modelización como herramienta de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Sin embargo, hasta el momento, su aplicación efectiva en las aulas es escasa. El programa oficial de matemáticas español incluye la modelización como un contenido y un criterio de evaluación en la asignatura de matemáticas en todos los cursos de la Educación Secundaria Obligatoria y también en Bachillerato, pero los profesores tienen, tal y como muestra los estudios realizados por Schimdt (2011) y Ferrando y Cabassut (2015), dificultades asociadas con el diseño de recursos, la gestión del tiempo o la evaluación al introducir la modelización en las aulas.

Diferentes proyectos, financiados por los fondos europeos, han abordado la problemática de la formación de profesores en modelización, destacando los proyectos Lema<sup>48</sup>, Primas<sup>49</sup> y Mascil<sup>50</sup>. El primero de ellos, además de actividades de modelización, propone un curso de formación para profesores. Mascil y Primas están más enfocados a proporcionar recursos útiles para introducir en las aulas el aprendizaje por investigación como herramienta para el aprendizaje de las matemáticas y las ciencias. Pese al esfuerzo realizado por los responsables de estos proyectos, entre los que se incluyen representantes españoles, estos recursos son todavía poco conocidos entre los profesores de Educación Secundaria.

En el marco de un nuevo centro de formación permanente del ámbito STEM, dependiente del Servicio de Formación del Profesorado de la Consellería de Educación de la Generalitat Valenciana, se ha desarrollado, durante el primer trimestre de 2017, un curso de formación en línea dirigido profesores de Educación Secundaria enfocado en el uso de la modelización como herramienta de enseñanza de las matemáticas. El objetivo de esta comunicación es presentar el diseño y los resultados de la primera edición del curso.

### **Descripción del curso**

Para el diseño del curso nos hemos basado en dos pilares. Por un lado, hemos tenido en cuenta las investigaciones relativas a las dificultades de los profesores para incorporar la modelización en sus clases. Así, hemos intentado diseñar un curso de introducción a la modelización que diera respuesta a las necesidades reales de los profesores de Educación secundaria. Por otro lado, siguiendo algunos de los trabajos de diversos autores expertos en la formación continua relativa a la modelización, tales como Borromeo y Blum (2009), hemos pretendido que el curso diseñado considere las siguientes competencias del profesor respecto a la modelización:

- Competencia teórica (conocimiento sobre diferentes ciclos de modelización, tipos de tareas de tareas de modelización y objetivos del uso de la modelización)

---

<sup>48</sup> [http://www.lema-project.org/web.lemaproject/web/dvd\\_2009/english/homepage.html](http://www.lema-project.org/web.lemaproject/web/dvd_2009/english/homepage.html)

<sup>49</sup> <http://www.primas-project.eu/es/index.do>

<sup>50</sup> <http://www.mascil-project.eu/>

- Competencia relativa a las tareas (habilidad para resolver, analizar y crear tareas de modelización)
- Competencia de enseñanza (habilidad para planificar secuencias de modelización y conocimiento sobre la gestión del aula)
- Competencia diagnóstica (habilidad para identificar el progreso en el ciclo de modelización por parte de los alumnos, así como para identificar dificultades)
- Competencia en evaluación (habilidad para diseñar herramientas de evaluación)

El curso que hemos diseñado consta de cinco módulos implementados a través de la plataforma Moodle<sup>51</sup>. El curso forma parte de la oferta formativa que ofrece el CEFIRE Específico de Ámbito Científico, Tecnológico y Matemático de la Comunidad Valenciana a los profesores de matemáticas de Educación secundaria con una duración total estimada de 20 horas. Al inicio de cada módulo se presenta un documento introductorio con el fin de exponer y aclarar qué dedicación se espera del profesor participante. La introducción del módulo incluye objetivos, secuencia de documentos teóricos y actividades que deben realizarse para completarlo satisfactoriamente.

El primer módulo se centra en describir las características principales de las tareas de modelización. Los participantes deben resolver diferentes tareas procedentes del proyecto Lema (2006-2009) y realizar un análisis de cuatro aspectos fundamentales: contexto de la tarea, conocimiento matemático implicado, soluciones esperadas y actividad del resolutor. Siguiendo la clasificación competencial de Borromeo (2006) previamente descrita, se pretende que los participantes desarrollen la capacidad de diferenciar y analizar diferentes tipos de tareas de modelización, lo que Borromeo llama competencia teórica y competencia relativa a las tareas.

El segundo módulo se centra en el estudio de las ventajas e inconvenientes del uso de la modelización como herramienta de enseñanza y aprendizaje. En primer lugar, basándose en la lectura del artículo de Alsina (2007), los participantes deben analizar el proceso de resolución de una de las tareas presentadas en el primer módulo utilizando la descripción de

---

<sup>51</sup> <https://moodle.org/?lang=es>

las fases del ciclo de modelización que Alsina presenta en su trabajo. Una vez realizado este análisis, los participantes deben realizar la lectura de un extracto de un artículo de Blum y Niss (1991) y realizar un análisis DAFO (Learned et al. 1969) relativo al uso de la modelización. Al trabajarse en detalle la descripción del ciclo de modelización, se trabaja el desarrollo de la competencia teórica.

El tercer módulo pretende aportar a los participantes diferentes ideas para que puedan buscar sus propios recursos para introducir la modelización en las aulas a través de ejemplos presentes en las distintas webs mencionadas en la introducción (Lema, Mascil y Primas). El trabajo de los participantes consiste en seleccionar una tarea de una de estas webs y adaptarla para diseñar una tarea de modelización propia. Además, este módulo pretende mostrar la modelización como una herramienta versátil que puede ser adaptada a determinadas necesidades docentes. En este módulo, siguiendo la clasificación de competencias establecida por Borromeo y Blum (2009), se pretende que los participantes desarrollen la competencia relativa a las tareas.

En el módulo cuatro, una vez los participantes ya conocen diferentes recursos para introducir la modelización en el aula, se comienza a desarrollar la competencia de enseñanza. Este módulo se centra en la gestión de la clase y la utilización de recursos. Además, en este módulo se plantea el rol del profesor usando la lectura del trabajo de Gallart et. al (2015), y se promueve la reflexión del participante sobre la práctica docente mediante una serie de cuestiones.

El quinto y último módulo trabaja el desarrollo de la competencia de evaluación en modelización. Se presentan tres formas distintas de evaluar el trabajo de los alumnos al desarrollar una tarea de modelización: evaluación centrada en el producto -inspirada en las llamadas Modelling Eliciting Activities (Lesh et al, 2000)-, evaluación centrada en el proceso (inspirada en el ciclo de modelización y extraída del proyecto LEMA) y rúbrica de evaluación que considera tanto el proceso como el producto (desarrollada en Gallart, 2016)

## **Resultados**

## Utilidad del curso

Una vez completado el curso de formación, se pidió a los participantes que contestaran voluntariamente, y de forma anónima, a una encuesta de evaluación del curso. De los 19 participantes del curso, 16 completaron esta encuesta con lo que tenemos una muestra suficientemente amplia para evaluar los resultados de la formación impartida. Las preguntas relativas a la evaluación del curso se contestaban a través de una escala Likert 1-5, donde 1 es nada satisfecho y 5 es muy satisfecho).

En la Figura 1 mostramos los resultados de las respuestas a dos preguntas referidas a los contenidos del curso de formación y a su utilidad en la práctica de aula.

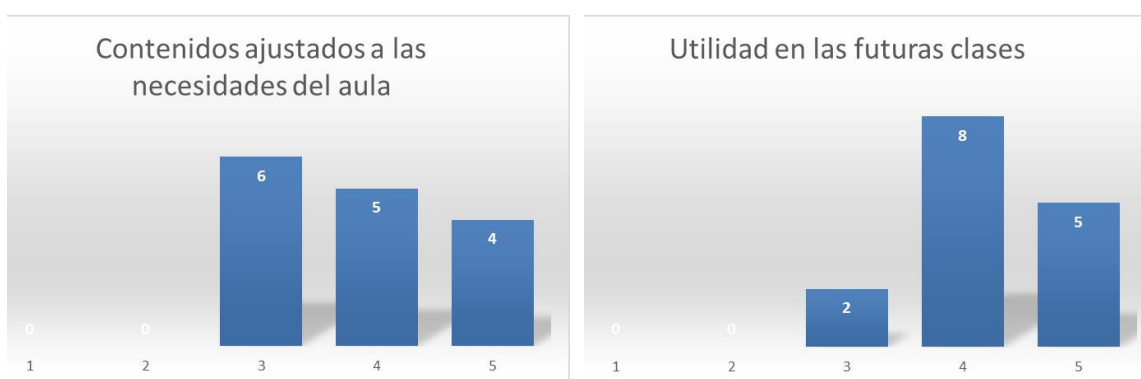


Fig. 1 Resumen de respuestas a dos preguntas del cuestionario de evaluación del curso

En primer lugar, cabe destacar que, aunque algunos participantes se muestran neutrales en cuanto a que los contenidos se ajusten a sus necesidades diarias en el aula, se consideran satisfechos o muy satisfechos con la utilidad que la metodología en modelización supondrá en sus futuras clases. Así pues, podemos deducir que, aunque siempre se puede mejorar el diseño del curso para futuras ediciones, el curso ha dado respuesta a una necesidad real de los participantes como profesores de Secundaria.

Otro aspecto de importancia es la necesidad de aportar al profesorado en activo herramientas nuevas que den respuesta a las necesidades de su práctica profesional. Es por ello que nos interesaba conocer si el curso ha permitido a los participantes descubrir herramientas para el desarrollo de la competencia matemática y también si lo habían considerado útil para su práctica profesional.

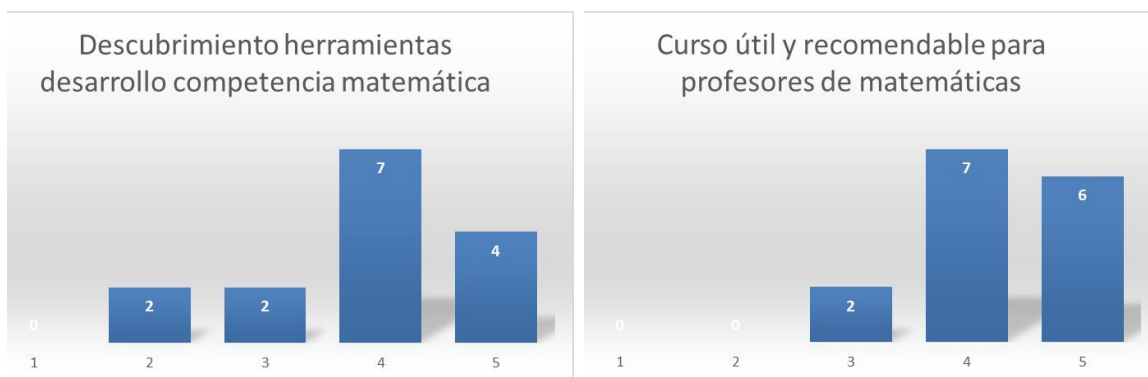


Fig. 2 Resumen de respuestas a dos preguntas de cuestionario de evaluación

Tal y como se muestra en la Figura 2, un 76% de participantes se muestra satisfecho o muy satisfecho porque el curso les ha permitido conocer herramientas para el desarrollo de la competencia matemática. Además, más de un 80% de los participantes manifiesta estar satisfecho o muy satisfecho con la utilidad del curso.

Otro aspecto que consideramos interesante estudiar corresponde a las producciones realizadas por los participantes al curso. En algunos de los módulos, los participantes tenían que diseñar y analizar tareas de modelización. A continuación, comentamos algunas de las producciones presentadas.

### **Producciones de los participantes del curso de formación**

Para analizar las tareas creadas por los participantes, nos hemos basado en el trabajo de Maaß (2006) en el que, en base a diferentes trabajos previos, se proponen cinco categorías para clasificar las tareas matemáticas contextualizada. En base a esta categorización observamos que la mayoría de los participantes han creado tareas con contexto reales, auténticas y relevantes para los estudiantes. Además, podemos encontrar tareas muy diversas en cuanto al nivel de los alumnos a que se dirigen: algunas, como la mostrada en la Figura 3, requieren que los alumnos tengan cierta experiencia en modelización, mientras que otros participantes proponen tareas dirigidas a principiantes. Dentro de estas últimas, podemos encontrar problemas de estimación de grandes cantidades, como el mostrado en Figura 4, que, tal y como muestra el trabajo de Gallart et al. (2015b), no requieren una experiencia excesivamente amplia en modelización por parte de los alumnos.

*La comisión de convivencia del instituto se encuentra ante un pequeño problema. Como sabrás son los responsables de recoger información sobre los alumnos que han tenido un número considerable de amonestaciones, valorarlas y aplicar las medidas correctoras consistentes en la mejora del centro. Necesitan elaborar un modelo que, teniendo en cuenta el número de amonestaciones y la gravedad de las mismas, aplique las medidas que sean más justas para los alumnos. La tarea va a consistir en elaborar un modelo matemático que asigne a cada alumno la medida correctora más adecuada según su comportamiento.*

Fig. 3. Ejemplo de tarea diseñada por uno de los participantes

Según la clasificación de Maaß (2006) esta tarea sería una tarea con contexto realista con una cuestión auténtica, serviría para aumentar nuestra percepción del uso cada vez más extendido de las matemáticas, es una tarea relevante para la vida cotidiana de los alumnos, abierta y dirigida a modelizadores avanzados.

*El final de curso está a la vista, y es hora de preparar la fiesta de graduación. Este año el instituto ha contratado el auditorio municipal y después se ha contratado un cáterin para la posterior cena con las familias y profesores. Necesitamos saber cómo distribuir a las familias en el auditorio, y cómo organizar las mesas para el cáterin.*

Fig. 4. Ejemplo de tarea diseñada por uno de los participantes

Según la clasificación de Maaß (2006) esta tarea sería una tarea con contexto realista con una cuestión auténtica, serviría para aumentar nuestra percepción del uso cada vez más extendido de las matemáticas, es una tarea relevante para la vida cotidiana de los alumnos, abierta y dirigida a modelizadores principiantes.

## **Conclusiones**

Para lograr la integración efectiva de la modelización en las aulas es fundamental empezar por incluir la formación específica en modelización y aplicaciones en los programas de formación de profesorado de matemáticas y ciencias. Todavía son muchos los profesores que desconocen las oportunidades de enseñanza-aprendizaje que ofrecen las tareas abiertas, complejas, con contextos reales y datos auténticos. Incluso aquellos que las conocen, muchas veces son reacios a utilizarlas porque implica, a menudo, enfrentarse a dinámicas de aula nuevas y tener que diseñar sus propios recursos (Ferrando y Cabassut, 2015). El diseño de la

formación continua desarrollado en la Comunitat Valenciana durante el primer trimestre de 2017 pretende dar respuesta a estas necesidades conocidas por investigaciones previas.

En vista de los resultados, creemos que la fundamentación teórica del curso ha sido suficiente. Sin embargo, en línea con lo afirmado por Borromeo y Blum (2009), consideramos que algunas competencias tales como las competencias de enseñanza, diagnóstica y de evaluación, están ligadas a la práctica. Por tanto, al tratarse de un curso de formación que se ha realizado exclusivamente en línea, no ha sido posible desarrollarlas de forma satisfactoria y completa. Es por ello que ya estamos trabajando en el diseño de un curso, continuación del actual, con una parte práctica que incluirá la implementación en el aula de tareas de modelización para su posterior análisis e intercambio de experiencias en sesiones presenciales y virtuales de tareas de modelización en el aula para su posterior análisis.

Respecto a las producciones de los participantes, hemos observado que la mayoría son capaces de diseñar tareas abiertas, complejas y contextualizadas en la realidad de los alumnos. Sin embargo, el formato del curso no les ha permitido ir más allá de una reflexión metacognitiva sin tener indicios sobre los resultados prácticos de las tareas diseñadas. Es por ello que planteamos, en una edición posterior de este mismo curso, introducir el análisis de otras tareas a través de vídeos. De esta forma, los participantes podrían reflexionar sobre cómo otros docentes implementan tareas similares a las suyas en el aula. Existen experiencias grabadas en el marco de diferentes proyectos europeos (véase la web del proyecto Lema<sup>52</sup>) pero se trata de situaciones que no siempre se ajustan necesariamente al contexto de nuestro país y que, por tanto, pueden resultar menos útiles.

### **Referencias bibliográficas**

- Alsina, C. (2007). Si Enrique VIII tuvo 6 esposas, ¿cuántas tuvo Enrique IV? El realismo en educación matemática y sus implicaciones docentes. *Revista Iberoamericana de educación*, 43, 85-101.
- Blum, W. y Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects—State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational studies in mathematics*, 22(1), 37-68.

---

<sup>52</sup> [http://www.lema-project.org/web.lemaproject/web/dvd\\_2009/spain/video.html](http://www.lema-project.org/web.lemaproject/web/dvd_2009/spain/video.html)



- Blum et al. (2002) Applications and Modelling in Mathematics Education - Discussion Document. *Educational Studies in Mathematics* 51: 149–17.
- Borromeo, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 86-95.
- Borromeo, R. y Blum, W. (2009). Mathematical modelling in teacher education—experiences from a modelling seminar. *CERME 6–WORKING GROUP 11*, 2046.
- Ferrando, I. y Cabassut, R. (2015) Dificultades en el uso de la modelización en la enseñanza de las matemáticas: una comparativa franco-española. *En 17 Jornadas para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Actas JAEM 015*. <http://17jaem.semrm.com/aportaciones/n110.pdf>
- Gallart, C., Ferrando, I. y García-Raffi, L. M. (2015). Análisis competencial de una tarea de modelización abierta. *Números*, 88.
- Gallart, C., Ferrando, I., García-Raffi, L. M., Albarracín, L. y Gorgorió, N. (2015b). Una herramienta para la caracterización de modelos producidos en la resolución de problemas de Fermi. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (eds.), 2015. *Investigación en Educación Matemática XIX*. Alicante: SEIEM.
- Gallart, C. (2016). La modelización como herramienta de evaluación competencial. *Tesis Doctoral, UPV, Valencia*. disponible en línea: <https://riunet.upv.es/handle/10251/68492#>
- Learned, E. P., Christensen, C. R., Andrews, K. R. y Guth, W. D. (1969). *Business policy: Text and cases*. Homewood, IL: RD Irwin.
- Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A. y Post, T. (2000). Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education*, 591-645. New Jersey: Lawrence Erlbaum & Associates.
- Maaß, K. (2006). Classification of modelling tasks. *Mathematics meets reality, ISDDE*.
- Proyecto Lema (2006-2009). Recuperado de <http://www.lema-project.org/web.lemaproject/web/eu/tout.php>
- Schmidt, B. (2011). Modelling in the classroom: obstacles from the teacher's perspective. In G. Kaiser et al. (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp. 641–652). New York: Springer.