

EL ITINERARIO DE APRENDIZAJE CON JUMP MATH: UN PROCESO COGNITIVO CONTINUO DESDE 1º DE PRIMARIA A 2º DE SECUNDARIA

Santi González González – Carmen Salcedo Vereda

sgg1973@gmail.com – csalcedo@upsocial.org

Fundación Collserola - Innovaciones Educativas UpSocial S.L. (España)

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos.

Modalidad: CB

Nivel educativo: Primaria

Palabras clave: Itinerario de aprendizaje, JUMP Math, estándares, ciencia cognitiva

Resumen

*El aprendizaje de las matemáticas en nuestro país sigue presentando dos retos fundamentales: 1) Ofrecer un itinerario de aprendizaje cohesionado y progresivo a lo largo de los ciclos educativos, que evite el gran salto actual de Primaria a Secundaria; 2) Evitar que el alumnado se pierda en los primeros cursos de Primaria, cuando afrontan procesos de abstracción importantes, como el concepto y la operatoria de fracciones. En esta comunicación analizaremos el itinerario que propone JUMP Math, ajustado al proceso de maduración cognitiva, para abordar estos dos retos y permitir que los alumnos: 1) evolucionen de forma tranquila, manteniendo la motivación en todo momento por seguir aprendiendo; 2) conecten todos los bloques de aprendizaje de la propia disciplina; y 3) tengan puntos de retorno a contenidos y procesos competenciales para consolidar y profundizar su aprendizaje, y evitar que se pierdan en aspectos clave. Asimismo, detallaremos cómo este itinerario aborda el aprendizaje competencial, en torno a las **ocho prácticas matemáticas** que estiman esenciales los Estándares Estatales Comunes de Matemáticas, definidos en Estados Unidos tras años de investigación (desde 2002). Estas prácticas matemáticas implican el desarrollo de procesos y habilidades fundamentales para alcanzar un nivel avanzado.*

Un itinerario eficaz para combatir las barreras de aprendizaje

Si bien en el contexto educativo español hemos avanzado en el abordaje competencial, uno de nuestros grandes retos sigue siendo vencer de forma eficaz las barreras de aprendizaje, de tal modo que todo el alumnado adquiriera la base matemática suficiente para desenvolverse convenientemente ante los retos sociales y profesionales de la sociedad contemporánea (Fundación Telefónica, 2014). Estas barreras son especialmente incisivas en el paso de un ciclo educativo a otro, abocando a muchos alumnos a perder su capacidad de comprensión y motivación en la materia, sobre todo cuando comienzan a abordarse conceptos o procedimientos abstractos complejos.

¿Cómo podemos afrontar este desafío? Sin duda, una tarea ineludible para ello es trazar un itinerario de aprendizaje que tenga en cuenta tanto el proceso de maduración cognitiva del alumnado, como la propia estructura lógica de las matemáticas. En el ámbito internacional, la referencia más sólida en esta tarea son los *CCSSI, Common Core State Standards Initiative for Mathematics* (Estándares Estatales Comunes de Matemáticas) basados en el análisis de modelos de aprendizaje de países con un alto rendimiento académico, y en los avances pedagógicos y neurocientíficos. El modelo de *Competencias Básicas* vigente actualmente en nuestro sistema educativo está muy relacionado con dichos estándares. Se puede ver la relación en el **Anexo 1**.

En el marco de estos estándares norteamericanos, el programa JUMP Math nos ofrece una propuesta de itinerario cohesionado a lo largo de nueve cursos: desde Educación Infantil (a partir de los 5 años), Primaria y hasta 2º de Secundaria. Este programa, que fue creado en Canadá por el doctor en Matemáticas John Mighton, comenzó a implantarse en las aulas en 2004. Sus resultados probados en la mejora de la comprensión y la motivación del alumnado (ver *Research Reports about JUMP Math* en www.jumpmath.org) ha sido un factor clave para el alcance de su difusión: 175.000 estudiantes aprenden con el programa en Canadá y Estados Unidos (curso 2016-2017); y en España, que comenzó a implantarse en el curso 2013–2014, ya son más de 11.000 estudiantes y 1.000 docentes quienes aplican este programa. ¿Cuáles son las claves de su eficacia para solventar las barreras de aprendizaje?

Las diez claves resumidas que aparecen en el **Anexo 2** resumen muy bien el programa y la filosofía que persigue JUMP Math:

1. Reforzar la confianza con ejercicios regulares.
2. Asegurar la comprensión de cada paso y favorecer la participación.
3. Proponer retos graduales que todos puedan afrontar con éxito.
4. Desarrollar la práctica con juegos y desafíos motivadores.
5. Construir conceptos complejos a partir de ideas sencillas y manejables.
6. Reducir el texto al mínimo e introducir gradualmente el vocabulario.
7. Manipular objetos que permitan visualizar los conceptos.
8. Practicar el cálculo mental que permita una mayor fluidez.
9. Pautar una buena secuencia de pasos para llegar a la comprensión de un concepto.
10. Evaluar de manera continua.

JUMP Math enmarca estas estrategias en una secuenciación de contenidos, alineados completamente con los *CCSSI*, que permite desde Educación Infantil hasta 2º de Secundaria desarrollar una base sólida de conocimiento, habilidad y actitud ante las matemáticas. Además de la aplicación continua de las diez claves mencionadas anteriormente desde el primer curso, el itinerario de aprendizaje de JUMP Math presenta unas características idóneas porque atiende a las siguientes consideraciones de la ciencia cognitiva:

- ✓ Establece **conexiones entre los diferentes conceptos y procedimientos** para asentar la comprensión y diversificar las estrategias de resolución del alumnado. Tal como nos indica la neurociencia, para potenciar el funcionamiento eficiente de los procesos cognitivos, lo más importante es favorecer la capacidad relacional, el dinamismo en las ideas y conceptos (Bueno i Torrens, 2017, p. 33). Estas conexiones se fortalecen además en JUMP Math con la representación diversificada (gráfica, simbólica o numérica) de los conceptos.
- ✓ Es un **itinerario recursivo** que retoma y profundiza los contenidos a lo largo de los cursos. De este modo, es difícil que, junto a la evaluación continua que asegura, se produzcan lagunas en el aprendizaje del alumnado y que se pierda en el proceso.

- ✓ Da mucha **relevancia a la confianza (autoestima) y motivación del alumnado** ante la materia. Como el investigador David Bueno i Torres confirma (2017, pp. 69-74) la etapa entre los 4 y 11 años (Primaria) es la más decisiva en lo que se refiere a la adquisición de destrezas académicas, incluidas la capacidad de razonamiento e interrelación, y la memoria; pero además, es cuando los niños se hacen conscientes de la emoción de aprender, por lo que si los contenidos de aprendizaje no van asociados a emociones positivas, desistirán o se aburrirán. Sin duda, esta etapa madurativa es decisiva en el desarrollo formativo posterior; por eso JUMP Math promueve un aprendizaje fluido pero pautado, de descubrimiento guiado, dando tiempo al alumnado a reflexionar, a compartir, a conectar..., y permitiendo que los aprendizajes se hagan en el momento y de la forma más oportunos, siguiendo los mismos criterios que establecen los estudios en neurociencia.

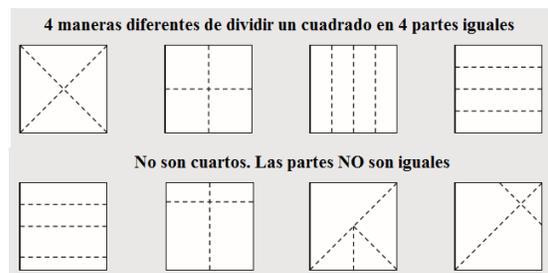
Un ejemplo del itinerario JUMP Math: el aprendizaje del concepto de fracción.

El aprendizaje de las fracciones es clave y marca un hito en el aprendizaje de las matemáticas. Seguramente es uno de los contenidos de nuestro curriculum más determinante si no llega a comprenderse correctamente; al estar relacionado con tantos contenidos a la vez, puede implicar una desconexión importante si no se entiende y se aplica bien, siendo muy desmotivador para el alumnado.

En este apartado apreciaremos cómo en cada curso JUMP Math va introduciendo en el momento oportuno los diferentes conceptos y situaciones relacionados con el aprendizaje de las fracciones, favoreciendo un proceso de descubrimiento guiado, fluido y sólido, a lo largo de la Primaria y hasta 2º de ESO.

1º Primaria

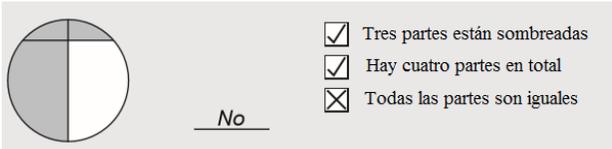
El concepto de fracción aparece de forma visual, manipulativa, sin dar relevancia a la nomenclatura pero sí al concepto. En el primer curso ya se muestra un aspecto clave en el aprendizaje de las fracciones: las partes en que



se divide una figura **deben ser iguales**. Aparece solo la idea de mitad y cuarta parte.

2° Primaria

A partir de lo visto en el curso anterior, se introduce la idea de **un tercio** y la idea más general de fracción. Sin trabajar todavía la nomenclatura, el concepto se trabaja desde

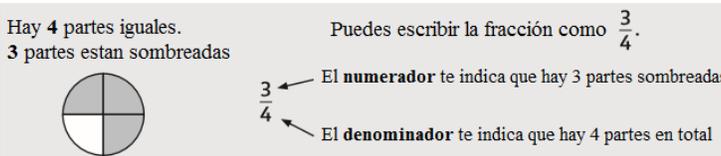


Reflexión sobre las propiedades de los cuartos de una figura

muchos puntos de vista. Los alumnos ya no solo identifican, sino que **reflexionan** y construyen fracciones, pintando partes iguales en diferentes figuras geométricas.

3° Primaria

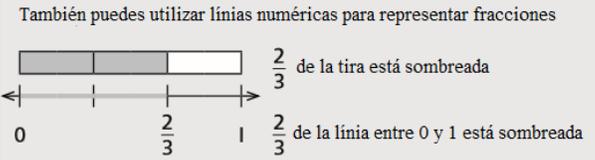
Repasando los conceptos previos, se introduce la nomenclatura de fracción, definiendo los conceptos de numerador y denominador.



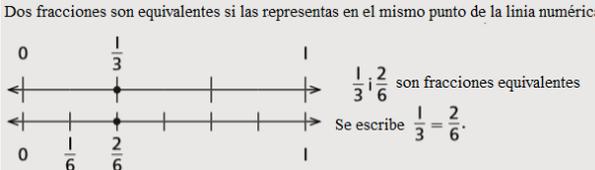
Se trabaja entonces diferentes conceptos de forma ordenada y secuencial para que los alumnos puedan llegar a una comprensión más a fondo del concepto:

1. Fracción unidad (dividir una unidad en partes iguales).
2. Fracción como $\frac{a}{b}$ y construcción de fracciones a partir de imágenes.

3. Fracciones iguales independientemente de las figuras geométricas donde se aplican y comparación de fracciones con el mismo denominador.



4. Aparición de la recta numérica y visualización de fracciones en la recta numérica.



5. La unidad como fracción y fracciones mayores que la unidad (idea de número mixto).
6. Comparación de fracciones con el mismo denominador o el mismo numerador.
7. Fracciones equivalentes con la ayuda de figuras geométricas y de la línea numérica.

4º Primaria

Se inicia el concepto de fracción repasando de nuevo los conceptos



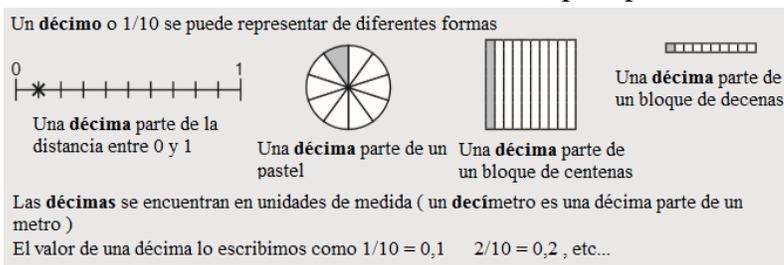
previos. En este punto, los aspectos novedosos y más relevantes del proceso cognitivo que siguen los alumnos son:

1. Comparación de fracciones a partir de tiras rectangulares iguales.
2. Concepto de fracciones equivalentes y cómo encontrar fracciones equivalentes.
3. La unidad como fracción y comparación de fracciones a partir de referencias (como la unidad).
4. Suma y resta de fracciones con el mismo denominador.
5. Fracción de una cantidad y fracción de un número entero.
6. Multiplicación de una fracción por un número entero (como suma repetida de una misma fracción).

A partir de este punto, proporciona una pausa para trabajar durante un tiempo: cambio de unidades de longitud, de masa y de capacidad, y los divisores de un número (con visualización geométrica) para pasar a la introducción de los números decimales.

En este sentido se relacionan los números decimales con el sistema monetario, para pasar a

continuación a introducir el valor posicional de décimos y centésimos a partir del concepto de **fracción decimal**. Una vez introducimos los décimos y

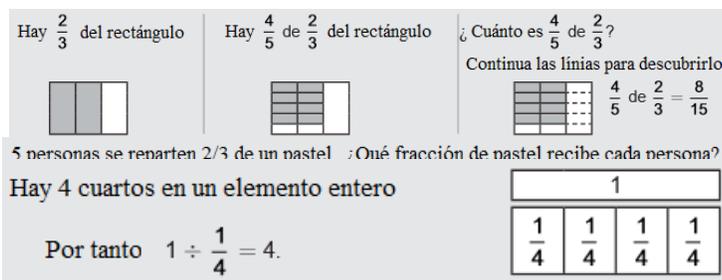


centésimos aparecen de forma natural los números decimales y sus operaciones más básicas.

Para finalizar el curso, se realiza un trabajo muy secuencial del concepto de número decimal a partir de su representación en la recta y gracias a las fracciones decimales.

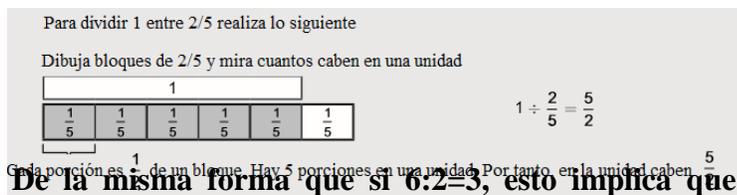
5º Primaria

En este curso, cuando llega el momento de trabajar las fracciones, los alumnos ya han comprendido perfectamente el concepto, lo han aplicado incluso para resolver



problemas y han introducido de forma muy eficiente el concepto de número decimal. Las novedades en este curso son:

1. Aparece la idea de simplificar fracciones (geométricamente primero y luego numéricamente).
2. Se realiza la suma y resta de fracciones en general, a partir de fracciones equivalentes.
3. Se realiza la suma y resta de números mixtos.



De la misma forma que si $6:2=3$, esto implica que $2 \cdot 3=6$, podemos deducir que si $1:\frac{2}{5}=\frac{5}{2}$, esto implica que $\frac{5}{2} \cdot \frac{2}{5} = 1$. Aquí es donde aparece el concepto de número inverso.

Estos conceptos se introducen mientras

se repasan otros que ya han aparecido en el curso anterior.

En cuanto al trabajo con números decimales

1. Se inicia la suma y resta de números decimales y se ordenan decimales.
2. Se inicia la multiplicación de números decimales por potencias de 10.

Más adelante vuelve a aparecer el trabajo con fracciones. En concreto la multiplicación y la división de fracciones.

Finalmente se introduce el concepto de división de fracciones pero solo en los casos de:

1. División de fracciones por números enteros.
2. División de números enteros por fracciones unitarias

6º Primaria

Inicialmente, se comienza, como en cada curso, repasando los conceptos anteriores y poniendo al alumno en una situación idónea para comprender conceptos nuevos.

Las principales novedades que aparecen en 6º en relación al trabajo de fracciones son las siguientes:

1. Aparece la idea de fracción negativa.
2. Multiplicación de decimales por enteros.
3. Porcentaje como fracción de denominador 100.
4. Razones, tabla de razones y razones equivalentes.
5. Fracciones como números decimales.
6. Multiplicar decimales por decimales (a partir de las fracciones decimales).
7. Dividir fracciones por fracciones decimales.
8. Dividir fracciones por fracciones.

9. Dividir decimales por números enteros y por decimales.

1º Secundaria

En el primer curso de la secundaria, se empieza el bloque de las fracciones repasando el concepto, de la misma manera que se ha empezado en todos los cursos.

A continuación se exponen los conceptos nuevos, que aparecen en este primer curso de ESO:

1. Razones y fracciones.
2. Razones equivalentes y tablas de razones.
3. Tablas de razones, razones unitarias y constante de proporcionalidad.
4. Trabajo completo de números decimales y aparición de decimales periódicos.
5. Aumentos y descuentos porcentuales con la ayuda de diagramas de cintas.
6. Se vuelve a trabajar la multiplicación y la división de fracciones con el mismo procedimiento que en el curso anterior.
7. Operaciones combinadas con fracciones y potencias aplicadas a las fracciones.
8. Operaciones con fracciones compuestas.

2º Secundaria

En 2º de Secundaria se vuelven a repasar todos los conceptos trabajados en anteriores cursos, aumentando la dificultad de cálculo y la aplicación en la resolución de problemas. Se introducen conceptos como: la notación científica, las potencias de exponente negativo, las fracciones generadoras de números decimales, trabajo más extenso del álgebra donde aparecen conceptos relacionados con las razones...

Conclusiones

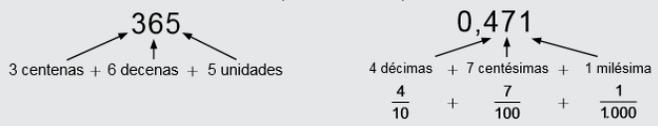
Las fracciones pueden representar las partes de un conjunto.
Ejemplo: 
 $\frac{1}{5}$ de las figuras son cuadradas, $\frac{1}{5}$ son círculos y $\frac{3}{5}$ son pentágonos.

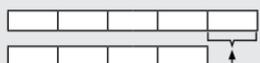
Una razón parte-parte a veces puede representar una fracción.
Ejemplo: En un conjunto de círculos y triángulos, hay 3 círculos por cada 5 triángulos.

Hay 3 círculos por cada 8 figuras; por tanto, $\frac{3}{8}$ de las figuras son círculos.

En una **fracción decimal**, el denominador es una potencia de diez.
10, 100, 1.000, 10.000... son **potencias de 10**. 5, 26, 111, 700... **no son potencias de 10**.
Ejemplo: $\frac{8}{100}$ es una fracción decimal. Ejemplo: $\frac{8}{700}$ no es una fracción decimal.

Una fracción compara una parte respecto a un todo. Una **razón** puede comparar una parte respecto a otra parte o bien una parte respecto a un todo.
Ejemplo: 
La **razón parte-parte** entre círculos y cuadrados es de 3 a 2 o 3 : 2.
La **razón parte-todo** entre círculos y figuras geométricas es de 3 a 5 o 3 : 5.

Los números **decimales** son una forma de expresar los valores posicionales de las fracciones decimales.

3 centenas + 6 decenas + 5 unidades 4 décimas + 7 centésimas + 1 milésima
 $\frac{4}{10} + \frac{7}{100} + \frac{1}{1000}$

"En un instituto hay el 25% más de chicas que de chicos" significa que el número "extra" de chicas es el 25% del número de chicos.
Chicas: 
Chicos: 
El número de chicas "extra" es el 25% de los chicos.

El numerador y el denominador de una fracción compuesta pueden contener una operación.
Ejemplos: $\frac{3 + 1}{5 + 5}$ $\frac{2 \times 1}{7 \times 5}$
 $\frac{1}{6 - 3}$ $\frac{3}{4}$

JUMP Math presenta sus contenidos de forma muy secuencial, ordenada y precisa, solapando expresamente de curso a curso aquellas estrategias básicas, que cualquier alumno debe asimilar para poder proseguir su proceso de aprendizaje.

Esta secuenciación de contenidos está minuciosamente estudiada y probada, fundamentándose en la propia maduración cognitiva del alumno y en la estructura lógica de las matemáticas.

Asimismo, gracias a que presenta los contenidos desglosados en pequeños retos, JUMP Math favorece un aprendizaje pausado, tranquilo y motivador, evitando el estrés que puede producirse cuando se presentan conceptos abstractos complejos, sin una secuencia didáctica escalonada que puede generar lagunas de comprensión.

El potencial de JUMP Math no solo radica en una organización y secuenciación de contenidos, sino en la idoneidad de su propuesta metodológica en el aula. Tal como el programa se propone en su enfoque fundacional, guía a los estudiantes de forma estratégica para explorar y descubrir la belleza de las matemáticas como un lenguaje simbólico conectado con el mundo real.

Referencias bibliográficas

- Bueno i Torrens, D. (2017). *Neurociència per a educadors*. Barcelona: Rosa Sensat.
- Fundación Telefónica (2014). *Top 100 Innovaciones Educativas. 100 proyectos eficaces para fomentar las vocaciones científico-tecnológicas*. Madrid: Fundación Telefónica.
- JUMP Math: Research Reports about JUMP Math.
https://www.jumpmath.org/jump/en/research_reports. Consultado 20/04/2017
- Guía para Docentes www.jumpmath.es
- National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Washington DC: National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers.

CUADRO COMPARATIVO ENTRE LOS ESTÁNDARES ESTATALES COMUNES DE MATEMÁTICAS Y LAS COMPETENCIAS BÁSICAS EN EL ÁMBITO MATEMÁTICO	
Estándares para la práctica de las matemáticas	Competencias básicas

1. Entienden los problemas y perseveran en resolverlos.	<p>C1: Traducir un problema en lenguaje matemático o una representación matemática utilizando variables, símbolos, diagramas y modelos adecuados.</p> <p>C2: Utilizar conceptos, herramientas y estrategias matemáticas para resolver problemas.</p> <p>C3: Mantener una actitud de búsqueda ante un problema ensayando estrategias diversas.</p>
2. Razonan de manera abstracta y cuantitativa.	<p>C5: Construir, expresar y contrastar argumentaciones para justificar y validar las afirmaciones que se hacen en matemáticas.</p> <p>C6: Emplear el razonamiento matemático en entornos no matemáticos.</p>
3. Construyen argumentos viables y critican el razonamiento de otros.	<p>C5: Construir, expresar y contrastar argumentaciones para justificar y validar las afirmaciones que se hacen en matemáticas.</p> <p>C10: Expresar ideas matemáticas con claridad y precisión y comprender las de los demás.</p>
4. Realizan modelos matemáticos.	<p>C11: Utilizar la comunicación y el trabajo cooperativo para compartir y construir conocimiento a partir de ideas matemáticas.</p> <p>C8: Identificar las matemáticas implicadas en situaciones próximas y académicas y buscar situaciones que se puedan relacionar con ideas matemáticas concretas.</p> <p>C4: Generar preguntas de tipo matemático y plantear problemas.</p>
5. Utilizan estratégicamente las herramientas apropiadas.	<p>C9: Representar un concepto o relación matemática de varias maneras y usar el cambio de representación como estrategia de trabajo matemático.</p> <p>C12: Seleccionar y usar tecnologías diversas para gestionar y mostrar información, visualizar y estructurar ideas o procesos matemáticos.</p>
6. Ponen atención a la precisión.	<p>C10: Expresar ideas matemáticas con claridad y precisión y comprender las de los demás.</p>
7. Buscan y utilizan patrones.	<p>C7: Usar las relaciones que existen entre las diversas partes de las matemáticas para analizar situaciones y para razonar.</p> <p>C6: Emplear el razonamiento matemático en entornos no matemáticos.</p> <p>C12: Seleccionar y usar tecnologías diversas para gestionar y mostrar información, visualizar y estructurar ideas o procesos matemáticos.</p>
8. Buscan y expresan regularidad en razonamientos repetitivos.	<p>C8: Identificar las matemáticas implicadas en situaciones próximas y académicas y buscar situaciones que se puedan relacionar con ideas matemáticas concretas.</p>