

## UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE PARA O USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM SALA DE AULA NO ENSINO E APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE FUNÇÃO

Fabíola Peixoto Cintra – Inocêncio Fernandes Balieiro Filho

[balieiro@mat.feis.unesp.br](mailto:balieiro@mat.feis.unesp.br)

Universidade Estadual Paulista (UNESP) – Brasil

Núcleo temático: I. Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos.

Modalidade: CB

Nível Educativo: 5. Formación e actualización docente

Palavras chave: História da Matemática; Conceito de Função; Ensino Superior; Ensino e Aprendizagem.

### Resumo

*O presente artigo apresenta uma proposta de atividade para o ensino do conceito de função, para alunos do ensino superior, por meio do uso da História da Matemática. Para a elaboração da atividade foi realizada uma revisão teórica sobre as potencialidades do uso da História da Matemática em sala de aula e sobre o desenvolvimento histórico do conceito de função. A atividade proposta fundamenta-se na definição de função formulada por Euler. O resgate histórico dos saberes matemáticos dentro da sala de aula, segundo a literatura estudada promove diversas potencialidades pedagógicas: entre elas, desmistificar a Matemática como algo pronto e acabado, dado que apresenta o conhecimento produzido pelo homem em diferentes períodos e proporciona uma aprendizagem significativa e compreensiva da Matemática, possibilita a percepção da relação da Matemática e seus diferentes campos do saber e contribui para o resgate da identidade cultural, promovendo o pensamento independente e crítico e, conseqüentemente, despertando o interesse do aluno pela Matemática. A utilização da História da Matemática configura uma importante metodologia a qual o professor pode recorrer para estimular e problematizar a Matemática para os estudantes por meio de um ambiente investigativo e real diante dos fatos históricos.*

### Introdução

A Matemática pode ser considerada um dos ramos mais antigos do conhecimento humano e ela, ao longo da História da Humanidade, continua a inspirar o pensamento humano. Podemos conjecturar que, ao contrário de outras Ciências e a Filosofia, muito pouco da Matemática que já foi produzida nesse transcorrer histórico foi desconsiderada por gerações posteriores. Nesta perspectiva, a Matemática possui um desenvolvimento cumulativo, isto é, as novas criações de conhecimento matemático são construídas logicamente sobrepostas nos

conhecimentos matemáticos mais antigos. Assim, é indispensável entender os resultados matemáticos mais antigos para dominar os mais novos. Ao descrevermos essa evolução acumulativa de problemas, métodos e teorias que proporcionaram à Matemática atual suas amplas aplicações às várias áreas do conhecimento e do conhecimento interno da própria Matemática, convém salientar que as várias culturas no decorrer da história enfatizavam algumas direções de pensamento matemático em oposição a outras formas de conceber esses entendimentos, ou seja, as ideias e o pensamento são transmitidos pelas pessoas e, desse modo, a Matemática é uma criação humana.

A Matemática é uma ciência que colabora para várias explicações da natureza e se encontra em muitas situações do dia-a-dia. O conteúdo matemático apresentado na sala de aula é o reflexo de toda teoria e prática desenvolvida historicamente pela humanidade. Sendo assim, o uso da História no ensino da Matemática pode ser um mecanismo inovador para a aprendizagem, amenizando as repetições, a mecanização e a relação com o “nada”, e priorizando a interdisciplinaridade e a contextualização. O uso da História da Matemática como recurso metodológico em sala de aula é uma ferramenta diferenciada que pode proporcionar aulas mais dinâmicas e significativas para os alunos.

Nos últimos anos, a História da Matemática ganhou espaço no âmbito escolar como abordagem de ensino e de aprendizagem e se consolidou como uma linha de pesquisa em Educação Matemática. A importância do uso da História da Matemática em sala de aula e suas potencialidades no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática são enfatizadas em diversas pesquisas.

Miguel (1997), por exemplo, pontua que o resgate histórico dos saberes matemáticos dentro da sala de aula promove diversas potencialidades pedagógicas: entre elas desmistificar a Matemática como algo pronto e acabado, dado que apresenta o conhecimento produzido pelo homem em diferentes períodos, proporcionar uma aprendizagem significativa e compreensiva da Matemática, possibilitar a percepção da relação da Matemática e seus diferentes campos do saber, contribuir para o resgate da identidade cultural, conduzir a formação do homem para um pensamento independente e crítico, e consequentemente despertar o interesse do aluno pela Matemática.

A História da Matemática configura-se como uma importante metodologia que o professor pode recorrer para estimular e problematizar a matemática para os estudantes, por meio de

um ambiente investigativo e real diante dos fatos históricos, contrapondo as tendências tecnicistas do ensino.

Desse modo, o presente trabalho apresenta uma proposta de atividade para o ensino do conceito de função, para alunos do ensino superior, por meio do uso da História da Matemática. Para a elaboração da atividade foi realizada uma revisão teórica sobre as potencialidades do uso da História da Matemática em sala de aula e sobre o desenvolvimento histórico do conceito de função. A atividade proposta fundamenta-se na definição de função formulada por Euler.

### **Sobre o Conceito de Função**

O conceito de função é fundamental para a Matemática, já que possibilita a construção de diversas estruturas que produzem um amplo campo de teorias e modelos matemáticos e também que desempenha uma importância em outras áreas do conhecimento, em virtude da sua abundante aplicabilidade. Normalmente, a fundamentação padrão para construção de teorias em Matemática começa com a de conjuntos e seus elementos; porém, é possível iniciá-la de forma diferente, axiomatizando não elementos de conjuntos, mas funções entre conjuntos. Para esse fim, utiliza-se a linguagem de categorias e construções universais. Em vista disso, fica evidente a importância do conceito de função em Matemática.

As pesquisas que tratam sobre o ensino e a aprendizagem do Conceito de Função destacam principalmente as dificuldades presentes nesse processo, em todos os níveis de escolaridade, já que os obstáculos encontrados pelos estudantes limitam a aprendizagem do conceito. Pesquisadores como Sierpiska (1992), por exemplo, dissertam sobre tais dificuldades como: o bloqueio de associar as diferentes formas de representações da função como: tabelas, gráficos, diagramas e fórmulas, dificuldades de entender o significado de variável e a não compreensão nas manipulações simbólicas como:  $f(x)$ ,  $x \rightarrow y$ ,  $\sin(x + t)$ , entre outras.

A maioria destas dificuldades é consequência do processo de ensino e aprendizagem do conceito, uma vez que os obstáculos epistemológicos são concretizados pelo professor, conduzindo para a instrução da definição e não para a construção do conceito. Segundo Sierpiska (1992), a compreensão de conceitos matemáticos exige uma maior atenção nos “saltos”, ou seja, na transição entre o novo e o velho conhecimento para que haja

significância. Sendo assim, os impedimentos para que não ocorra a aprendizagem são chamados de “obstáculos epistemológicos”.

Sierpinska (1992), em seu trabalho, relatou dezesseis obstáculos epistemológicos e dezenove ações importantes para a compreensão do conceito de função. Dentre os obstáculos epistemológicos estão: a visão de que a Matemática não se preocupa com problemas práticos; a tomada de dependências como fenômenos, focando em como as ‘coisas’ mudam e ignorando o que muda; assumir que Leis da Física e funções em Matemática não têm nada em comum, pertencendo a diferentes domínios de pensamento; assumir que proporção é um tipo privilegiado de relação; a forte crença no poder das operações formais sobre a expressão algébrica; a crença de que somente as relações que podem ser descritas por fórmulas analíticas são dignas de receber o nome de funções.

Entretanto, a autora também expõe as ações importantes para a compreensão do conceito de função como, por exemplo: o discernimento entre dois modos de conceber o conceito de função – um em termos de quantidades conhecidas e desconhecidas e outro, em termos de quantidades variáveis e constantes; a diferenciação entre a variável independente e a variável dependente; a discriminação entre uma função e as ferramentas analíticas (algébricas) usadas para descrever essas leis; a distinção entre os conceitos de função e relação.

Ainda segundo Sierpinska (1992), para que haja uma compreensão do conceito de função, ler a definição não seria suficiente; é necessário que o professor, por meio de exemplos, contraexemplos e aplicabilidade dê significância ao conceito abordado. O papel do professor é fundamental, no entanto, Sierpinska (1992) explica que a crença pode ser um obstáculo para a aprendizagem do conceito:

Enquanto nossas crenças são crenças cegas, e nossos esquemas de pensamento inconsciente, eles podem muito bem funcionar como obstáculos ao nosso pensamento no nível técnico. Um obstáculo é superado se somos capazes de nos distanciar de nossa crença ou esquema de pensamento, se vemos suas consequências e somos capazes de considerar outros pontos de vista. Uma crença pode então tornar-se um engano epistemológico consciente; um esquema de pensamento - um método útil para resolver certos problemas ou uma possível maneira de interpretar uma situação. (Sierpinska, 1992, p.28).

Llinares (1996) também aponta as influências que as concepções e crenças no conhecimento profissional do professor de Matemática em relação ao conceito de função e seu ensino.

Ou seja, um tipo de crença relacionada com conteúdo disciplinar que parece influenciar o que eles escolhem para ensinar e como eles escolhem ensinar. E um segundo tipo que chamam "Orientação" para o assunto do currículo, que incluiria suas concepções do que é importante saber e como se chega a esse saber (orientações para a matemática como conteúdo de ensino e diretrizes para a matemática como conteúdo para aprender). Em relação a "orientação" ao conteúdo matemático, Bromme (1994), falando de "áreas" de conhecimento profissional do professor, afirma que uma delas é a Filosofia da Educação Matemática, como um conteúdo implícito na formação de professores. O significado dado a este componente de conhecimento parece referir-se as crenças e concepções do professor sobre as matemáticas escolares que se transmitem por meio de sua prática, o tipo de tarefas escolhidas, e o tipo de avaliação proposto, etc. (Llinares, 1996, p.10).

Para Llinares, a construção do conhecimento do professor constitui-se no que o professor sabe sobre o conteúdo de função, como ele apresenta esse conteúdo, segundo suas concepções e crenças, e a sua prática em sala de aula. Por esse motivo, Lima (2008), em sua dissertação, defende a ideia que o conhecimento do conceito de função, quando mal construído nos Cursos de Licenciatura em Matemática, forma professores que não dominam o conceito proporcionando aos futuros alunos uma má compreensão, conduzindo-os em um ciclo conceitual errôneo. Para ela, o processo de aprendizagem do conceito de função exige uma construção de situações ricas de significados, ressaltando a importância da contextualização:

Estudar o conceito de função, em situações contextualizadas, é a maneira de auxiliar a aprendizagem dos alunos na compreensão do conceito. Para isso, Sierpiska (1992) ressalta que se deve utilizar os conhecimentos de funções nas explanações dos fenômenos cotidianos e científicos. Meira (1997) revela que o professor em formação precisa aprender a pesquisar possibilidades pedagógicas que lhe permitam a criação de tarefas e de contexto de atividades e discussões que

conduzam à participação do aluno e processo de construção de conhecimentos na sala de aula. (Lima, 2008, p.57).

Pensado nisso, o professor pode recorrer a História da Matemática como um recurso metodológico para a construção do conceito de função, permitindo uma maior contextualização na aprendizagem do aluno. A História da Matemática é uma das ferramentas que proporciona ao aluno se organizar no tempo e no espaço. Nesse sentido, os obstáculos epistemológicos relatados por Sierpinska (1992) podem ser superados e as potencialidades desenvolvidas, desde que haja por parte do professor, articulação dos fatos históricos e mais recursos didáticos, além da História da Matemática que proporcionará ao estudante uma melhor compreensão.

### **Sugestão de Atividade**

Apresentamos aqui uma sugestão de uma atividade com o uso da História da Matemática que pode ser utilizada pelo professor, no Ensino Superior, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. A atividade proposta tem como objetivo discutir o conceito de função a partir da definição formulada por Euler.

O conceito de função só começa a ser discutido com mais cautela, em meados do século XVIII, em uma das obras mais famosas do matemático e físico suíço Lenhard Euler (1707-1783): *Introductio in Analysin Infinitorum*.

No prefácio ao Livro I do *Introductio in analysis infinitorum* (1748), Leonhard Euler afirmou que a Análise Matemática é a ciência genérica das variáveis e suas funções [15, Livro I, p. vi], conferindo assim ao conceito de função uma proeminência central na Análise. Toda a sua abordagem era algébrica e não mais geométrica. Quanto à função, ele definiu:

- I. Uma quantidade constante é uma quantidade determinada mantendo o mesmo valor permanentemente.
2. Uma quantidade variável é uma quantidade indeterminada ou quantidade universal que compreende em si todos os valores determinados.
3. Uma função de uma quantidade variável é uma expressão analítica composta de qualquer maneira a partir dessa quantidade variável e números ou quantidades constantes. [15, Livro I, pp. 2-3].

Observe o uso de:

- (i) Expressão analítica (com séries de potência como forma universal),
- (ii) Generalidade da variável. Uma consequência foi um princípio na Matemática do século XVIII sobre a "continuidade analítica": Se duas funções coincidem com um intervalo, elas coincidem em toda a parte. (p. 109)

No Livro II, *Introductio*, Euler estendeu sua noção de função para incluir as denominadas funções "descontínuas". Deve-se tomar cuidado para não confundir o uso de Euler do termo "contínuo" como o que sabemos hoje (devido a Bernard Bolzano e Augustin-Louis Cauchy). Note que, o aperfeiçoamento e a formalização do conceito de função foram gradativamente construídos por vários matemáticos e físicos e hoje, nos livros de Cálculo Diferencial, temos funções como esta:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Q} \\ 0, & x \in \mathbb{R}/\mathbb{Q} \end{cases}$$

Veja que na definição de Euler “*Uma função de uma quantidade variável é uma expressão analítica composta de qualquer maneira a partir dessa quantidade variável e números ou quantidades constantes*”.

Considerando a definição proposta por Euler, o professor pode propor aos alunos as seguintes questões:

1. Pela perspectiva de Euler, a função definida acima seria considerada função?
2. Qual a diferença entre a definição de Euler e a definição que hoje conhecemos?
3. Quais as funções que, pela percepção de Euler, ficaram excluídas?
4. Euler definiu variáveis constantes e independentes, mas não as expressões analíticas.

O que seriam expressões analíticas na visão de Euler?

O professor também pode propor aos alunos uma reflexão sobre o quadro político, social e cultural da época para entender um pouco mais sobre o pensamento dos próprios matemáticos e suas descobertas.

### Considerações Finais

A matemática possui o protagonismo entre as disciplinas durante a vida escolar na educação básica. No entanto, a forma como vem sendo ensinada desde sempre, tem contribuído cada

dia mais para a perda de interesse pelos estudantes, já que, muitas vezes, o ensino é baseado na simples e exaustiva repetição e memorização de definições, contribuindo para o baixo índice de aprendizagem entre os estudantes e, conseqüentemente, para o alto índice de reprovação e desistência. No intuito de mudar esse quadro, apontamos a História da Matemática como uma alternativa para abordar um dos conceitos fundamentais da Matemática: o conceito de função. A História da Matemática é uma abordagem de ensino que, ao ser adotada pelos professores do Ensino Superior, pode proporcionar ao estudante uma compreensão mais abrangente, dinâmica e interessante do Conceito de Função, o levando a perceber a construção desse conceito por meio da própria evolução humana, trabalhando com os erros e com acertos.

Sugerimos uma atividade envolvendo a História da Matemática e o conceito de função, abordando a definição formulada por Euler, com o intuito de proporcionar aos estudantes uma perspectiva mais abrangente do conceito de função. Nossa proposta busca apontar que o uso da história da Matemática pode levar os alunos a compreender que a Matemática foi sendo aperfeiçoada ao longo do tempo e que ela constitui um processo contínuo de reflexão e atividade intelectual, ou seja, a Matemática não é pronta e acabada, com verdades irrefutáveis e imutáveis, mas constituída de problemas a serem resolvidos.

### **Referências Bibliográficas**

- Euler, L. (1748). *Introductio in Analysin Infinitorum*, Opera Omnia, série 1, VIII-IX; reedição fac-simile. Bruxelles: Culture et Civilisation.
- Lima, L. (2008). *A aprendizagem significativa do conceito de função na formação inicial do professor de matemática*. Dissertação de Mestrado. Fortaleza: UEC – Universidade Estadual do Ceará.
- Llinares, S. (1996). Conocimiento profesional del profesor de matemáticas: conocimiento, creencias y contexto en relación a la noción de función. En J.P. Ponte, C. Monteiro, M. Maia, L. Serrazina y C. Loureiro (Coord.) *Desenvolvimento Profissional dos Professores de matemática. Que Formação?*. Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, Secção de Educação Matemática: Lisboa. p.47-82.



Miguel, A. (1997). *As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores*. Em: Zetetiké, v. 5, nº 8, p. 73-106. Campinas: Unicamp.

Sierpinska, A. (1992). On understanding the notion of function. In: HAREL, G. Dubinsky, E. (Eds.). *The concept of function: aspects of epistemology and pedagogy*. Washington: Mathematical Association of America, vol. 25, p. 25-58.