

## ESTUDO SOBRE OS CONHECIMENTOS DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA NA CONSTRUÇÃO DO PROCESSO DE GENERALIZAÇÃO

Luciane Ramos Américo – Barbara Lutaif Bianchini  
[luciane.pcop@gmail.com](mailto:luciane.pcop@gmail.com) – [barbaralb@gmail.com](mailto:barbaralb@gmail.com)  
Pontifícia Universidade Católica - PUC-SP Brasil

Núcleo temático: IV. Formação de Professores de Matemáticas.

Modalidade: Comunicação Breve (CB)

Nível educativo: Médio ou Secundário

Palavras chave: Educação Algébrica. Generalização de Padrões e Regularidades. Currículo Oficial de São Paulo. Formação de Professores.

### Resumo

*Este trabalho foi realizado tendo como questão de pesquisa “Quais conhecimentos os professores de Matemática evidenciam ao resolverem as Atividades propostas no Caderno do Aluno de Matemática – 8º ano sobre Padrões e Regularidades?” Como subsídio para esta investigação, utilizamos como referencial teórico pedagógico os estudos de Shulman e Ball, conhecimentos docentes para o ensino e Charlot reflexão do professor sobre o próprio saber. Para os conhecimentos específicos da Matemática apoiamos-nos nos estudos de Isabel Vale e Borralho generalização do pensamento algébrico, e Luís Radford sobre o pensamento algébrico. Pesquisa de cunho qualitativo, baseada em entrevistas gravadas em áudio e protocolos de resolução de Atividades. Para cada um dos 5 entrevistados realizamos um processo de investigação descrevendo trechos das resoluções, categorizamos os conhecimentos apresentados em conhecimentos do conteúdo matemático e conhecimentos pedagógicos. Os resultados obtidos nos permitiram observar que os professores não apresentam dificuldades na resolução das atividades, porém apresentam fragilidades no conhecimento específico sobre a importância destas atividades na construção do conhecimento matemático.*

**PALAVRA-CHAVE:** Educação Algébrica. Pensamento Algébrico. Generalização de Padrões e Regularidades. Currículo Oficial de São Paulo. Formação de Professores.

### Introdução

Apresentamos neste trabalho um recorte da pesquisa mestrado desenvolvida pela primeira autora e orientada pela segunda, baseada inicialmente nas dificuldades encontradas ao longo de da trajetória docente da primeira pesquisadora, seguida de acompanhamentos pedagógicos realizados em algumas escolas da rede pública estadual de São Paulo. Percebemos que outros

professores também se mostravam insatisfeitos com os resultados da aprendizagem de seus alunos ao intensificar-se os estudos envolvendo generalização da escrita algébrica.

Desta forma, tomamos como foco para esta pesquisa a investigação de concepções e conhecimentos do professor sobre Álgebra, centrada no estudo de padrões e regularidades, apresentado no material curricular, utilizados nas escolas estaduais de São Paulo.

Nesta perspectiva, buscamos respostas para a questão que mobilizou este trabalho: “Quais conhecimentos os professores de Matemática evidenciam ao resolverem as Atividades propostas no Caderno do Aluno de Matemática – 8º ano sobre Padrões e Regularidades?” Outra questão que também colocamos como eixo para esta investigação é a hipótese levantada sobre o a apropriação dos materiais curriculares: “Se este material está disponibilizado há pelo menos oito anos em toda a rede pública estadual de São Paulo, logo os professores deveriam ter familiaridade com o tema abordado na Situação de Aprendizagem proposta nesta pesquisa”.

Para responder estas questões, procuramos investigar o conhecimento dos professores sobre os estudos de generalizações de padrões e regularidades, analisando, quais conhecimentos o professor mobiliza ao ensinar generalização de padrões e regularidades e como ele entende a generalização algébrica proposta nas atividades estudadas.

Esta busca, também nos permitiu verificar como o professor utiliza, ou não, as propostas de atividades apresentadas no Caderno supracitado, para o desenvolvimento da escrita algébrica.

Como subsidio teórico tomamos como base os estudos sobre os Conhecimentos Docentes Pedagógicos inerentes a esta profissão e Conhecimentos Específicos para o Ensino da Matemática. Para fundamentar o primeiro conhecimento, buscamos subsídios nos trabalhos de Shulman (1986) e Ball (2008), apresentados por meio de Categorias de conhecimentos presentes no desenvolvimento cognitivo do professor, e nos estudos de Charlot (2005) numa reflexão sobre a relação do professor com o próprio saber.

Sobre os Conhecimentos Específicos para o Ensino da Matemática apoiamos-nos nas pesquisas de Isabel Vale (2011) e Borralho (2009) com estudos sobre a generalização do pensamento algébrico e Luís Radford (2006) sobre o pensamento algébrico. Em nossas investigações, consideramos também outros pesquisadores em educação matemática, que

além de estudar a Álgebra por meio do ensino de padrões e regularidades, também possuem estudos voltados ao Conhecimento Docente e a relação entre estes saberes.

Tomamos como instrumento matemático para esta investigação, as atividades sobre Padrões e Regularidades para a investigação destes conhecimentos, porque segundo Vale (2011) torna-se importante aliado na construção do pensamento matemático, por favorecer a ampliação do campo numérico através da união da resolução de problemas que envolvam a descoberta de padrões, oportunizando aos alunos formas de generalizar e representar esse conhecimento ao desenvolver competências de comunicação, conjectura, generalização, argumentação e prova.

Ter conhecimento sobre a potencialidade destas atividades pode oferecer ao professor, melhor clareza sobre o processo de construção da aprendizagem.

Considerando o potencial que cada uma destas vertentes: Conhecimentos Pedagógicos e Conhecimentos Específicos apresentam, neste trabalho procuramos evidenciar algumas percepções colhidas ao longo desta investigação. Para esta pesquisa, utilizamos como Procedimentos Metodológicos, entrevistas e atividades contidas no Caderno de Atividades dos Alunos disponíveis na rede pública estadual de São Paulo.

Esta pesquisa contou com dois momentos – Instrumento Piloto (com a participação de dois professores, para alinhamento das observações e condução das entrevistas) e Instrumento Definitivo (com a participação de três professores).

Para a construção das categorias de análises, estabelecemos um critério sobre os conceitos necessários para a realização das Atividades e para o Conhecimento do Conteúdo sobre padrões e regularidades, elencando os conhecimentos sobre Álgebra (equações e equivalências); sobre o Conhecimento Especializado, consideramos o objeto de estudo em questão generalização de padrões e regularidades e sobre o Conhecimento no Horizonte matemático, o percurso a ser desenvolvido pelo conhecimento matemático no ensino fundamental. Conforme o modelo matemático abaixo: Conhecimentos matemáticos para o ensino da Álgebra por meio da Generalização de Padrões Algébricos – Professoras Penélope e Margarida.

1) Conhecimento do conteúdo sobre generalização algébrica.

Conhecimento comum sobre Álgebra: procedimentos de resoluções de operações algébricas como equações, equivalências, operações matemáticas.

Conhecimento especializado sobre Álgebra: traduzir e generalizar padrões aritméticos e figurais.

2) Conhecimento pedagógico sobre generalizações algébricas.

Conhecimento do conteúdo e os estudantes: valorização da construção da linguagem algébrica, ao ensinar de maneira que garanta, ao aluno, formas para expressar-se, para que suas ideias não sejam desprovidas de significado.

Conhecimento do conteúdo e o ensino da álgebra: utilização e valorização de diferentes formas de resoluções por meio da investigação, da experimentação com vistas a promover o desenvolvimento do pensamento algébrico e suas generalizações.

Conhecimento curricular: utilização de materiais pedagógicos diversificados e das diretrizes curriculares que embasam este o currículo.

Para a construção das diretrizes do conhecimento pedagógico, no que se refere ao conhecimento do conteúdo e dos estudantes, consideramos a valorização das resoluções dos alunos, segundo Ball e seus colaboradores (2008). Da mesma forma, no conhecimento para o ensino, observamos as explicações dos professores em como conduzir suas aulas. Por fim, sobre o conhecimento curricular, analisamos o conhecimento de materiais e da sequência didática apresentada.

À medida que os professores resolviam as Atividades propostas, observamos como preparavam para suas aulas, se resolviam as Atividades, se entendiam o encadeamento proposto nos Cadernos, reconhecendo as etapas de uma sequência didática, princípio básico do Currículo desta Secretaria de Educação de São Paulo. Desta forma também poderiam identificar o objetivo de cada Atividade apresentada, dados que nos apresentam indícios dos conhecimentos sobre o Currículo.

Apresentamos neste trabalho a análise de uma das entrevistas do Instrumento Definitivo que deu origem a este trabalho. Realizada com base no material colhido na entrevista e protocolos

de resoluções da professora Margarida, com experiência docente de mais de 20 anos de magistério na educação básica da rede pública estadual de ensino.

**- Professora Margarida:**

Para a resolução destas atividades a professora apoiou-se em conceitos de Progressão Aritmética – P.A, reconhecendo os termos  $a_1$  razão  $r = 2$ , não conseguiu escrever sua representação como sendo  $a_n = 2n - 1$ .

**Quadro - Síntese dos protocolos de resoluções**

Comparativo dos Protocolos de Resolução das Atividades do Instrumento Definitivo

---

Matemática – 7ª série/8º ano – Volume 1

---

 **SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 5**  
**ARITMÉTICA COM ÁLGEBRA: AS LETRAS COMO NÚMEROS**

 **VOCÊ APRENDEU?** 

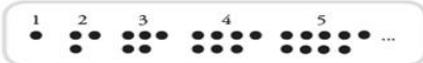
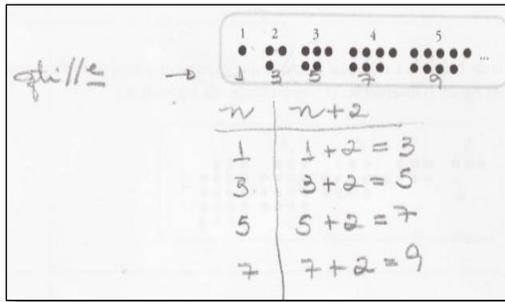
1. Observe a sequência de bolinhas e crie uma fórmula que expresse o total de bolinhas em função do número da figura. (**Observação:** chame o número da figura de  $n$ .)  

2. Utilizando a mesma sequência da atividade anterior, escreva uma fórmula diferente, porém equivalente à que você encontrou.
3. Como as fórmulas obtidas nas atividades anteriores são equivalentes, pois representam a mesma sequência de figuras, apresente uma propriedade algébrica decorrente dessa equivalência.

Figura 36: Resolução apresentada pelo Profª



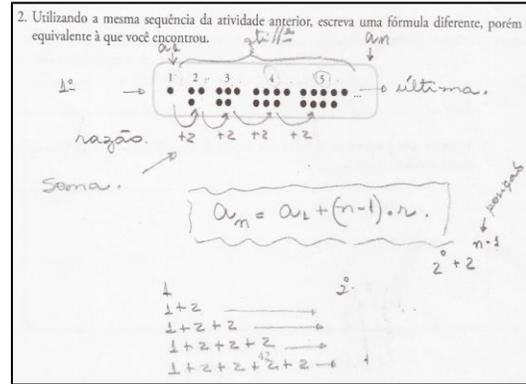
Margarida - Atividade 1

Fonte: Protocolo de resolução da Atividade 1, p.100.

[...] pensei primeiro em quantidade...

[...] se eu pensar em um número "n" o próximo número será  $n+2$ .

Figura 37: Resolução apresentada pela Profª Margarida - Atividade 2



Fonte: Protocolo de resolução da Atividade 2, p.100.

[...] pode ser P.A? Porque a razão ( $r=2$ ), a quantidade que aumenta de um para o outro é sempre 2.

Fonte: Américo, 2016, p.114.

O protocolo de resolução nos permite observar que a professora Margarida observou que a sequência apresentada na atividade 1 e 2 apresenta o próximo termo acrescido de duas bolinhas. Porém percebemos a dificuldade em estabelecer a generalização desta sequência.

Nos estudos de Radford (2011) ao valorizar a construção da linguagem algébrica, na qual o ensino deve oportunizar maneiras que garantam, ao aluno, formas para expressar-se, para que suas ideias não sejam desprovidas de significado.

Partindo desta observação perguntamos como entende a relação entre o conhecimento docente e o saber a ser ensinado aos alunos, envolvidos nestas atividades do Caderno do Aluno: “[...] porque se der para ele fazer ele não faz ele não sabe. [...] alguns entendem, mas outros não. [...] Vou buscar esta Atividade nos meus livros. A dificuldade aumenta quando se precisa trabalhar com tabuada. Eles não trabalham com a mente, acham que não é importante”.

Sobre a construção de fórmulas para expressar a generalização de cada sequência apresentada, ela explicou que é importante, mas prefere trabalhar com a “visualização”, tabuleiros para construir sequências, explica que quando pensamos em uma representação generalizada podemos pensar em uma letra para representar esta ideia. Para isso o livro didático oferece um saber pronto e o aluno precisa entender isso. Neste sentido o professor deve oportunizar estas atividades para preparar os alunos.

Para a professora, a representação algébrica significa entender que podemos utilizar qualquer letra do alfabeto para expressar uma ideia generalizada: “[...] se eu tenho uma equação do 2º grau utilizando  $x$  e lá no ensino médio ele vai usar outra letra ele não entende esta representação e diz isso o professor não ensinou”.

A experiência docente desta professora nos mostrou que possui conhecimento sobre o tema estudado, mas prefere apoiar-se em materiais pedagógicos diferentes dos propostos para ensinar em suas aulas o que considera importante ser contemplado no ensino da Álgebra. Para esta professora representação algébrica, significa entender que podemos utilizar qualquer letra do alfabeto para expressar uma ideia generalizada. Desta forma, utiliza nesta fase inicial de ampliação da linguagem algébrica atividades que expressem a tradução da linguagem materna para a linguagem algébrica.

Observamos também, que mesmo tendo apoiado-se em conceitos sobre progressões aritméticas para resolver as questões, não conseguiu construir a fórmula de generalização solicitada na atividade. O que nos permite concluir a professora não consegue resolver atividades como estas, considerando o aspecto investigativo e as experimentações necessárias à construção de conjecturas que os alunos do ensino fundamental podem apresentar.

A dificuldade apresentada por ela ao resolver as Atividades propostas nos permitiu verificar que ela não utiliza a Situação de Aprendizagem apresentada no Caderno do Aluno para desenvolver os conceitos matemáticos deste Currículo.

Este comportamento corrobora com estudos apresentados nos referenciais desta pesquisa sobre a fragilidade apresentada pelos docentes, em lidar como o conhecimento matemático, inerentes à tarefa de ensinar. Sobre este aspecto, Charlot (2005), mostra que o professor deve ser dotado de competências que lhe permitam gerir tensões e construir as mediações entre práticas e saberes. Também Shulman (1986) diferencia o conhecimento docente para o ensino, ressaltando que saber Matemática para ser um matemático é diferente de saber Matemática para ser professor de Matemática.

### **Algumas Considerações**

Numa perspectiva pedagógica podemos observar que o conhecimento pedagógico do conteúdo transcende o conteúdo para o ensino, pois permite que o professor possa conduzir a aprendizagem de seus alunos por meio da compreensão do assunto estudado, incluindo a previsão de possíveis obstáculos didáticos e epistemológicos, antecipando-se para melhor intervir quando a situação se apresentar.

Sobre os conhecimentos do conteúdo procuramos observar qual entendimento a professora mostrava sobre as atividades apresentadas nesta Situação de Aprendizagem.

Esta forma de observação nos remete aos estudos de Vale (2009) ao defender que a utilização de atividades com padrões como estas, favorecem o desenvolvimento de competências visuais, pois muitos alunos apoiam-se na observação destas regularidades figurais para iniciarem suas investigações e assim conseguem estabelecer suas conjecturas. Além disso, a professora entrevistada poderia citar em relação ao conhecimento pedagógico, a preocupação com o desenvolvimento da forma exploratória de conceitos matemáticos envolvidos neste contexto.

Confirmando nossa hipótese inicial sobre o conhecimento das atividades apresentadas, observamos que apesar deste material curricular estar disponibilizado a todos os alunos e professores desde o ano de 2008, ainda existem dificuldades, em compreendê-lo.

Em nossas análises pudemos observar a fragilidade do conhecimento docente presente tanto no aspecto pedagógico, quanto no aspecto específico do conteúdo matemático. Muito ainda temos que avançar no desenvolvimento destes saberes e da prática reflexiva que nos permite como docentes realizar leitura sobre nossas necessidades de formação.

Do ponto de vista matemático, percebemos que o domínio do objeto de ensino, generalização de padrões, por parte dos professores participantes desta pesquisa, não é completo, o conhecimento no horizonte matemático é superficial. A falta de clareza neste percurso faz com que os professores julguem que este processo de construção está incompleto.

### **Referências bibliográficas**

Américo, L. R. (2016). Estudos sobre os conhecimentos dos professores de matemática na construção do processo de generalização. Mestrado. Disponível em: <https://sapiencia.pucsp.br/bitstream/handle/19668/2/Luciane%20Ramos%20Américo.pdf>  
Consultado em 24/05/17.

Ball, D. L.; Thames, M. H.; Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, v. 59, n. 5, p. 389-407. Disponível em: <http://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/0022487108324554> Consultado em 24/05/17

Borrvalho, A.; Barbosa, E. (2009). Exploração de padrões e pensamento algébrico. In: I. Vale & A. Barbosa (Org) *Patterns-Multiple Perspectives and Contexts in Mathematics Education* (p.59-68). Viana do Castelo: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo – Projeto Padrões. Disponível em [http://www.apm.pt/files/Cd\\_Borrvalho\\_Barbosa\\_4a5752d698ac2.pdf](http://www.apm.pt/files/Cd_Borrvalho_Barbosa_4a5752d698ac2.pdf) Consultado em 24/05/17

Charlot, B. (2005). *Relação com o saber, formação de professores e globalização: questões para a educação hoje*. Porto Alegre: Artmed.

Radford, L.; Bardini, C.; Sabena, C. (2006. p. 393-400). Rhythm and the Grasping of the General. In: 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2006, Prague. *Anais... Prague: PME*.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação - Currículo do Estado de São Paulo: *Matemática e suas tecnologias / Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini; coordenação de área, Nilson José Machado*. – São Paulo: SEE, 2010.

\_\_\_\_\_. (2014). *Caderno do Aluno: matemática, ensino fundamental – 7º ano, volume 1*. Coordenação geral Maria Inês Fini. São Paulo: SEE.

\_\_\_\_\_. *Caderno do Professor: matemática, ensino fundamental – 7º ano, volume 1*. Coordenação geral Maria Inês Fini, 2014.

Shulman, L. (1986a, p. 3-36). Paradigms and researcher programs in the study of teaching: A contemporary perspective. In: WITTROCK, M.C. (org.) *Handbook of research on teaching*. 3ª ed. New York: MacMillan.

Vale, I., Barbosa, A., Borrvalho, A. M., Barbosa, E., Cabrita, I., Fonseca, L., Pimentel, T. (2009). *Padrões no Ensino e Aprendizagem da Matemática: Propostas Curriculares para o Ensino Básico*. 1. Ed. Viana do Castelo: ESEVC – Projecto Padrões.

Vale, I, Martinho, M. H., Ferreira, R. A.T. e Ponte, J. P. (Eds.). (2011). *Ensino e Aprendizagem da Álgebra: Encontro de Investigação em Educação Matemática, Póvoa de Varzim*.